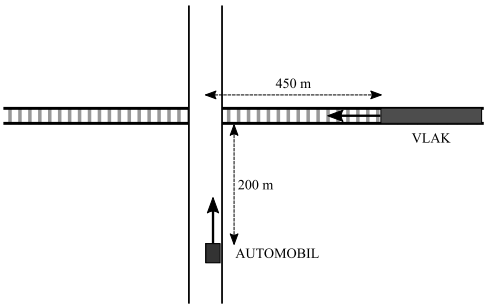
Županijsko natjecanje iz fizike 2018/2019
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (10 bodova)

Vlak duljine 90 m giba se jednoliko po ravnoj pruzi brzinom 18 m/s. Automobil vozi po ravnoj cesti okomitoj na prugu brzinom 54 km/h. U trenutku, u kojem se vlak i automobil nalaze na položaju prikazanom na slici, automobil počinje usporavati tako da prijeđe prugu neposredno nakon prolaska vlaka i to tako da jednoliko usporava polovicu puta do pruge, a zatim vozi stalnom brzinom.

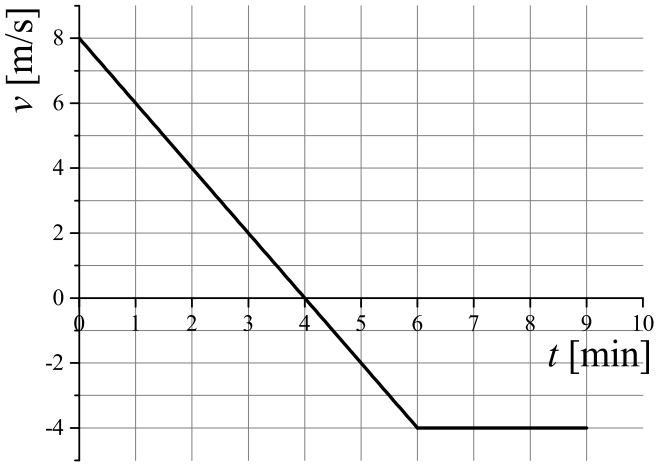


a) Izračunajte iznos i smjer ubrzanja automobila za vrijeme usporenog gibanja.
b) Izračunajte brzinu jednolikog gibanja automobila na drugoj polovici puta prema pruzi.
c) Izračunajte udaljenost između početka vlaka i automobila jednu minutu nakon dolaska automobila do pruge.

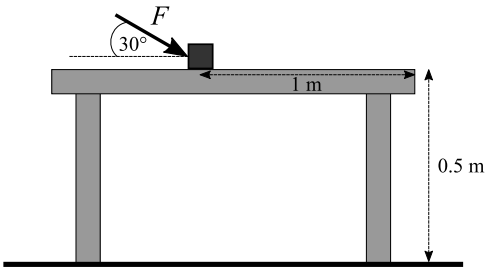
2. zadatak (10 bodova)

Ivica i Perica trče po istoj ravnoj stazi. Početna udaljenost Ivice i Perice je 2400 m i trče jedan prema drugom. Na grafu je prikazana ovisnost brzine Ivice o vremenu. U trenutku, u kojem se Ivica i Perica sretnu, Ivica mijenja smjer kretanja. Perica do tog trenutka trči stalnom brzinom, a zatim počinje jednoliko usporavati sve do zaustavljanja. Perica se zaustavlja na početnom položaju Ivice.

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine Perice o vremenu.
b) Nacrtajte grafove ovisnosti položaja o vremenu za Ivicu i Pericu. Tko će prije doći do početnog položaja Ivice i za koliko?



3. zadatak (9 bodova)

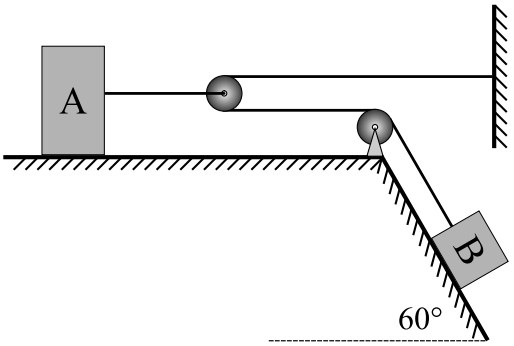


Malo tijelo mase 1 kg u početnom trenutku miruje na stolu na udaljenosti 1 m od ruba stola. Zatim na malo tijelo djelujemo silom $\vec{F}$ iznosa 9 N. Silom na malo tijelo djelujemo za vrijeme njegovog gibanja po stolu. Tijelo padne na tlo na horizontalnoj udaljenosti 70 cm od ruba stola.

a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na malo tijelo dok se giba po stolu.
b) Izračunajte koeficijent trenja između tijela i stola.

Zanemarite otpor zraka. Zanemarite dimenzije malog tijela.

4. zadatak (11 bodova)



Tijela A i B gibaju se u sustavu prikazanom na slici. Masa tijela A je 2 kg, a masa tijela B je 1 kg. Koloture su zanemarive mase i okreću se bez trenja, a tijela su povezana nerastezljivim užima zanemarive mase. Koeficijent trenje između tijela A i B i podloga, po kojim se gibaju, iznosi 0.2.

a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na pojedino tijelo.
b) Izračunajte ubrzanje pojedinog tijela.

5. zadatak (10 bodova)

Prva loptica pusti se padati s visine 2 m. Istovremeno se druga loptica izbaci vertikalno u vis početnom brzinom v_0 s dvostruko veće visine. U trenutku, kada prva loptica padne na tlo, druga loptica postiže svoju maksimalnu visinu. Loptice se od tla odbijaju savršeno elastično.

a) Izračunajte početnu brzinu druge loptice v_0.
b) Izračunajte udaljenost od tla te iznos i smjer brzine prve loptice u trenutku pada druge loptice na tlo.

Zanemarite otpor zraka.

Županijsko natjecanje iz fizike 2018/2019
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Ukupna udaljenost, koju prijeđe prednji kraj vlaka, u vremenu dolaska automobila do pruge jednaka je zbroju početne udaljenosti prednjeg kraja vlaka od ceste x_0 i duljine vlaka l. Vrijeme potrebno da vlak prijeđe ovu udaljenost jednako je:
$t = \dfrac{x_0 + l}{v_{vlak}} = \dfrac{(450 + 90)\ \mathrm{m}}{18\ \mathrm{m/s}} = 30\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**
Gibanje automobila podijeljeno je u dva dijela: prvu polovicu puta $s = y_0/2 = 100$ m automobil se giba jednoliko usporeno iznosom ubrzanja a, a drugu polovicu puta stalnom brzinom, koju je imao na kraju usporenog gibanja. Možemo postaviti jednadžbe:
$s = v_0 t_1 - \dfrac{1}{2} a t_1^2$
$v_1 = v_0 - a t_1$ **(1 bod)**
$s = v_1 t_2$ **(1 bod)**
$t = t_1 + t_2$ **(1 bod)**
Iz druge jednadžbe izrazimo ubrzanje:
$a = \dfrac{v_0 - v_1}{t_1}$
i uvrstimo u prvu jednadžbu pa dobijemo:
$s = \dfrac{v_0 t_1}{2} + \dfrac{v_1 t_1}{2}$
Kombiniranjem treće i četvrte jednadžbe izrazimo v_1:
$v_1 = \dfrac{s}{t - t_1}$
i uvrstimo u prethodan izraz. Nakon sređivanja i uvrštavanja brojeva dobijemo sljedeću kvadratnu jednadžbu:
$t_1^2 - \left(\dfrac{3s}{v_0} + t\right) t_1 + \dfrac{2st}{v_0} = 0$
$t_1^2 - 50 t_1 + 400 = 0$
$(t_1 - 10)(t_1 - 40) = 0$ **(2 boda)**
Iz uvjeta zadatka zaključujemo da je rješenje $t_1 = 10$ s. **(1 bod)**
Slijedi da je brzina v_1 jednaka:
$v_1 = \dfrac{s}{t - t_1} = 5\ \mathrm{m/s}$ **(1 bod)**
Ubrzanje automobila je:
$a = \dfrac{v_0 - v_1}{t_1} = 1\ \mathrm{m/s^2}$ u smjeru suprotnom brzini automobila. **(1 bod)**
Nakon $t' = 1$ min gibanja prednji kraj vlaka i automobila udaljeni su:
$s' = \sqrt{(l + v_{vlak} t')^2 + (v_1 t')^2} = 1201$ m. **(1 bod)**

2. zadatak (10 bodova)

Iz grafa ovisnosti brzine Ivice o vremenu zaključujemo da Ivica mijenja smjer kretanja u $t = 4$ min u kojem mu brzina mijenja predznak. Ivica se od početnog trenutka do $t = 6$ min giba jednoliko ubrzano s početnom brzinom $v_{0Ivica} = 8$ m/s. Ubrzanje Ivice jednako je:

$a_{Ivica} = \dfrac{v(6\text{ min}) - v_{0Ivica}}{6\text{ min}} = \dfrac{-4\text{ m/s} - 8\text{ m/s}}{6 \cdot 60\text{ s}} = -\dfrac{1}{30}\text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

Ako uzmemo da je ishodište koordinatnog sustava na početnom položaju Ivice, onda je ovisnost položaja Ivice o vremenu za prvih 6 minuta gibanja dana izrazom:

$x_{Ivica}(t) = v_{0Ivica}t + \dfrac{1}{2}a_{Ivica}t^2$

Što znači da Ivica do zaustavljanja prijeđe put

$s_{Ivica} = x_{Ivica}(4\text{ min}) = 8\text{ m/s} \cdot 240\text{ s} - \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{30}\text{ m/s}^2 \cdot (240\text{ s})^2 = 960\text{ m}$ **(1 bod)**

Iz uvjeta zadatka slijedi da je u istom vremenu Perica prešao $s_{Perica} = 2400\text{ m} - 960\text{ m} = 1440\text{ m}$, što znači da je trčao jednoliko brzinom:

$v_{0Perica} = \dfrac{s_{Perica}}{240\text{ s}} = 6\text{ m/s}$ **(1 bod)**

Smjer brzine Perice je negativan jer trči u smjeru prema Ivici. Nakon promjene smjera trčanja Ivica jednoliko ubrzava dvije minute, a zatim se giba stalnom brzinom. Trebamo odrediti nakon koliko vremena će se Ivica vratiti u svoju početnu točku. Za vrijeme ubrzavanja prijeđe put:

$s'_{Ivica} = \dfrac{1}{2}\Delta v \cdot \Delta t = \dfrac{4\text{ m/s} \cdot 120\text{s}}{2} = 240\text{ m}$ **(1 bod)**

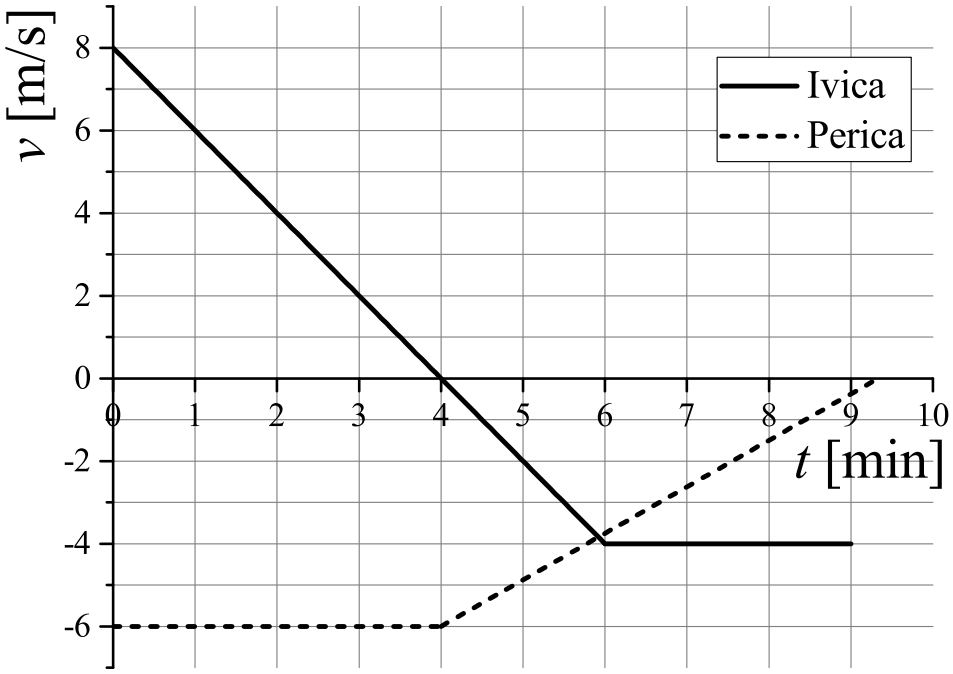
Ostatak puta do početne točke iznosi: $s''_{Ivica} = s_{Ivica} - s'_{Ivica} = 960\text{ m} - 240\text{ m} = 720\text{ m}$ i na tom putu Ivica trči stalnom brzinom 4 m/s te mu za to treba vremena:

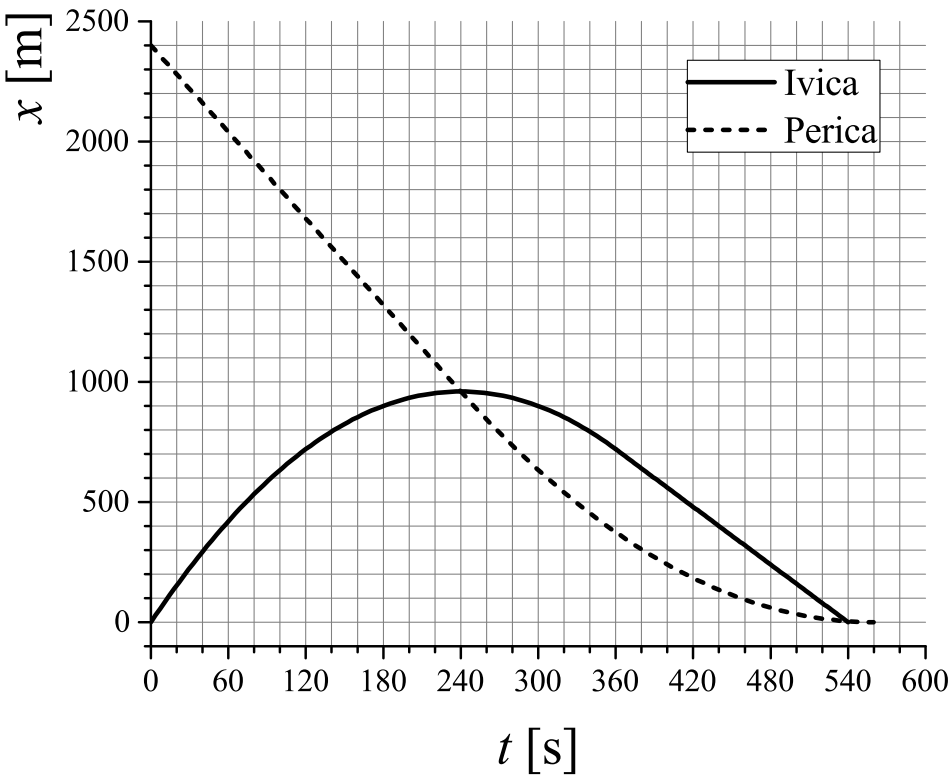
$t''_{Ivica} = \dfrac{720\text{ m}}{4\text{ m/s}} = 180\text{ s} = 3\text{ min}$ **(1 bod)**

Dakle, ukupno vrijeme potrebno Ivici da od trenutka promjene smjera brzine dođe do svog početnog položaja iznosi 5 minuta. Vrijeme potrebno Perici da dođe do početnog položaja Ivice iznosi:

$s_{Ivica} = \dfrac{v_{0Perica}t_{Perica}}{2} \Rightarrow t_{Perica} = \dfrac{2s_{Ivica}}{v_{0Perica}} = \dfrac{2 \cdot 960\text{ m}}{6\text{ m/s}} = 320\text{ s} = 5\text{ min i } 20\text{ s.}$ **(1 bod)**

Prema tome Ivica će doći 20 sekundi prije Perice u svoj početni položaj. **(1 bod)** Ovisnost brzine Perice o vremenu te ovisnosti položaja Ivice i Perice o vremenu prikazani su na sljedećim grafovima **(3 boda)**.





3. zadatak (9 bodova)

Vrijeme pada malog tijela na tlo jednako je:

$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = 0.32 \text{ s}$ **(1 bod)**

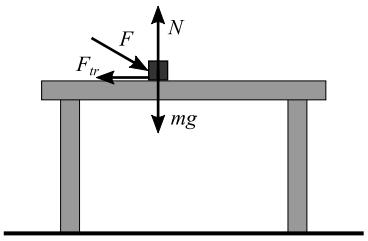
Brzina malog tijela u horizontalnom smjeru u trenutku napuštanja stola izračunamo iz prijeđene horizontalne udaljenosti x i vremena pada:

$x = vt \Rightarrow v = \frac{x}{t} = x\sqrt{\frac{g}{2h}} = 2.19 \text{ m/s}$ **(1 bod)**

Ubrzanje malog tijela za vrijeme gibanja po stolu izračunamo iz njegove konačne brzine i ukupne prijeđene udaljenosti:

$s = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{x^2 g}{4hs} = \frac{0.7^2 \text{ m}^2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{4 \cdot 0.5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}} = 2.4 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

Sile na malo tijelo prikazane su na slici desno. **(1 bod)**



Za gibanje malog tijela po stolu vrijedi drugi Newtonov zakon kojeg možemo napisati po komponentama paralelno i okomito na stol. Slijede jednadžbe:

$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - F_{tr}$ **(1 bod)**

$0 = N - mg - \frac{1}{2}F$ **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe slijedi da je sila stola na malo tijelo jednaka:

$N = mg + \frac{1}{2}F$

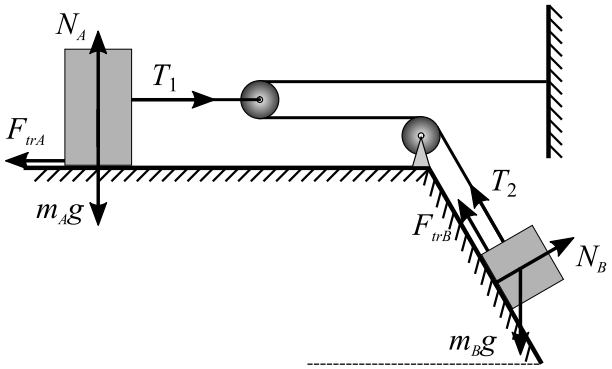
pa je prema tome sila trenja jednaka:

$F_{tr} = \mu\left(mg + \frac{1}{2}F\right)$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza za silu trenja u prvu jednadžbu dobijemo:

$$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - \mu\left(mg + \frac{1}{2}F\right)$$
$$\mu = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}F - ma}{mg + \frac{1}{2}F} = 0.377 \textbf{ (2 boda)}$$

4. zadatak (11 bodova)



Sve sile koje djeluju na pojedino tijelo prikazane su na slici desno. **(2 boda)** Tijelo A se giba prema desno, a tijelo B niz kosinu. Drugi Newtonov zakon za svako tijelo pišemo po komponentama paralelno i okomito na podlogu po kojoj se gibaju:

$m_Aa_A = T_1 - F_{trA}$ **(1 bod)**

$0 = N_A - m_Ag$ **(1 bod)**

$m_Ba_B = \frac{\sqrt{3}}{2}m_Bg - T_2 - F_{trB}$ **(1 bod)**

$0 = N_B - \frac{1}{2}m_Bg$ **(1 bod)**

Tijelo B u istom vremenskom intervalu prijeđe dvostruko veći put od tijela A pa se stoga i ubrzanja tijela A i B odnose kao:

$a_B = 2a_A$ **(1 bod)**

Napetosti užeta odnose se na način:

$T_1 = 2T_2$ **(1 bod)**

Sile trenja jednake su:

$F_{trA} = \mu N_A$ i $F_{trB} = \mu N_B$ **(1 bod)**

Iz druge i četvrte jednadžbe izrazimo sile podloge na tijelo A i B:

$N_A = m_Ag$, $N_B = \frac{1}{2}m_Bg$

Uvrstimo u prvu i treću jednadžbu te dobijemo sustav:

$m_Aa_A = 2T_2 - \mu m_Ag$

$2m_Ba_A = \frac{\sqrt{3}}{2}m_Bg - T_2 - \mu\frac{1}{2}m_Bg$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$(m_A + 4m_B)\,a_A = \left(\sqrt{3}m_B - \mu\,(m_A + m_B)\right)g$

$a_A = \frac{\sqrt{3}m_B - \mu\,(m_A + m_B)}{m_A + 4m_B}g = 0.189g = 1.85 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

$a_B = 2a_A = 3.7 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme pada prve loptice na tlo izračunamo na način:

$h_{0,1} = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_{0,1}}{g}} = 0.64 \text{ s}$ **(1 bod)**

Brzina druge kuglice mijenja se u vremenu na način:

$v(t) = v_0 - gt$,

a u trenutku, u kojem druga kuglica postiže maksimalnu visinu, jednaka je:

$v(t_1) = 0 = v_0 - gt_1$

Slijedi da je početna brzina druge kuglice jednaka:
$v_0 = gt_1 = 6.26$ m/s. **(2 boda)**
Nakon što je postigla maksimalnu visinu, druga kuglica pada na tlo. Najprije izračunamo maksimalnu visinu druge kuglice:
$h_2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}gt_1^2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}g\frac{2h_{0,1}}{g} = h_{0,2} + h_{0,1} = 6$ m. **(1 bod)**
Vrijeme pada druge loptice na tlo s njezine maksimalne visine iznosi:
$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 1.11$ s **(1 bod)**
Nakod što se odbila od tla, prva kuglica ima početnu brzinu $v_0 = gt_1$ prema gore. Iz prethodnog slijedi da će prva kuglica nakon t_1 vremena postići maksimalnu (početnu) visinu, a nakon $2t_1$ vremena ponovo pasti na tlo. Usporedbom t_1 i t_2, odnosno s obzirom na to da je $t_1 < t_2 < 2t_1$ slijedi da će se prva kuglica gibati prema tlu u trenutku pada druge kuglice na tlo. **(1 bod)** Gibanje prve kuglice nakon što se odbila od tla opisano je jednadžbama (pri čemu je ishodište sustava na tlu, a pozitivan smjer prema gore):
$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
$v(t) = v_0 - gt$
Slijedi da su položaj i brzina prve kuglice u trenutku t_2 jednaki:
$y(t_2) = v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = \sqrt{2h_{0,1}g\frac{2h_2}{g}} - \frac{1}{2}g\frac{2h_2}{g} = 2\sqrt{h_{0,1}h_2} - h_2 = 0.93$ m **(2 boda)**
$v(t_2) = v_0 - gt_2 = \sqrt{2h_{0,1}g} - g\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{2g}\left(\sqrt{h_{0,1}} - \sqrt{h_2}\right) = -4.59$ m/s **(2 boda)**