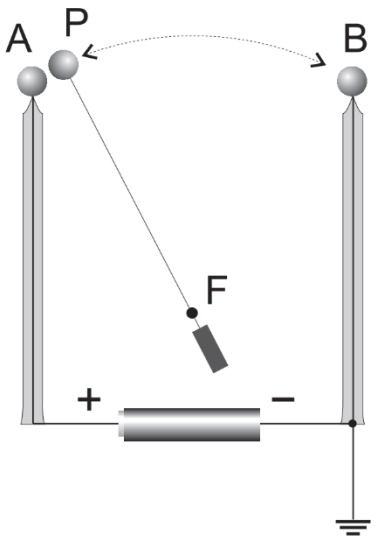
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 19.-20. 11. 2020.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (15 bodova)

Razmotrite uređaj prikazan na slici koji oscilira u okomitoj ravnini oko fiksne točke uporišta F. Protuuteg je pričvršćen na donji kraj štapa, dok se na gornjem kraju nalazi malena metalna kugla P, polumjera *r*. U istoj okomitoj ravnini nalaze se još dvije metalne kugle A i B, iste kao kugla P, smještene u simetričnom položaju, na udaljenosti mnogo većoj od njihovog polumjera i leže na istoj plohi kojoj se giba P. A i B povezani su pomoću dva vodiča velikog otpora i zanemarivog kapaciteta sa baterijom: A je povezan s pozitivnim polom, a B s negativnim koji je uzemljen. Neka je *V* napon baterije. Prilikom gibanja kugla P je povremeno i naizmjenično u dodiru s A i B. Pretpostavite da je električni otpor vodiča koji povezuju te kugle s baterijom i zemljom dovoljno visok da ih se može smatrati električno izoliranima od kruga tijekom vrlo kratkog vremena dodira sa P kuglom, ali dovoljno malen da se kugle vrate u ravnotežan položaj za manje od polovice razdoblja vremena gibanja od A do B i natrag do A.



A) Odredite, kao funkciju od V, iznos naboja Q_A koji se sakuplja na kugli A kada je P daleko od A a isto tako i naboj Q_B koji se sakuplja na B kad je P udaljen od B. Izračunajte numeričke vrijednosti uz uvjete da je V = 2000 V i r = 2 cm.

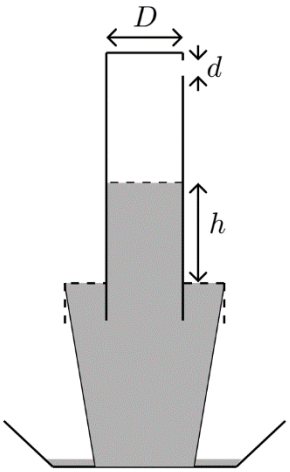
B) Nađite iznos kao funkciju od Q_A, naboja q_1 koji se nalazi na P prilikom gibanja od A do B, i onog q_2 koji se nalazi pri povratku od B do A. Razmotrite situaciju nakon puno „njihanja“ u kojoj q_1 i q_2 održavaju ista vrijednost pri svakom zamahu. Također izračunajte numeričke vrijednosti naboja u tom slučaju.

C) Rezultat dobiven u prethodnom dijelu zadatka pokazuje da, uzimajući u obzir cijeli ciklus gibanja od A do povratka do A, postoji ukupan prijenos naboja iz A u B, a time i električna struja prosječnog intenziteta *I*. Odredite struju *I* i ekvivalentni otpor R_E, kao funkciju od Q_A, perioda oscilacija *T* (vrijeme potrebno od A do B i natrag do A), i napona baterije V. Izračunajte numeričke vrijednosti uz pretpostavku da P čini 95 oscilacija u minuti.

Napomena: zanemarite doprinose trenja kod uređaja i indukcijske efekte između nabijenih kugla.

2. zadatak (15 bodova)

Na bočnoj strani i na dnu prozirnog cilindra promjera *D* probušena je mala kružna rupa promjera *d*. Rupa je u početku zatvorena i cilindar se puni vodom gustoće ρ_{voda}. Zatim se cilindar zaokrene i stavi u kantu do vrha napunjenu vodom. Rupa se otvori, zrak ulazi u clindar i visina *h(t)* razine vode (mjereno od razine površine vode u kanti) se mjeri u različitim vremenima *t*. Pretpostavimo da je zrak nekompresibilan fluid gustoće ρ_{zrak} i njegovo ulaženje u cilindar se može opisati pomoću laminarnog toka. Vanjski tlak je atmosferski.



A) Nađite trenutnu brzinu razine vode u cilindru kod visine *h* vode.

B) Jedan učenik je pomoću udžbenika iz fizike odredio ovisnost *h* o vremenu:

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{\rho_{voda} g}{2\rho_{zrak}}}\, t$$

No, nije siguran u ispravnost jednadžbe i želi učitinit malu eksperimentalnu provjeru. U donjoj tablici prikazana je visina *h* kao funkciju vremena *t* koju je student izmjerio. Nacrtajte prikladni „linearizirani“ graf, tj. kako ovisi $\sqrt{h}$ o vremenu t. (U idelanom slučaju takav prikaz bi trebao rezultirati linearnom ovisnošću.)

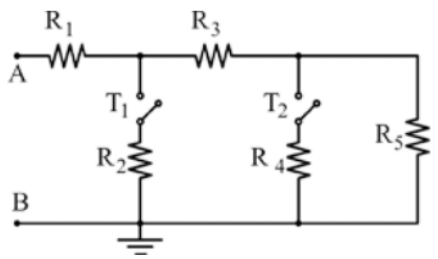
t(s)	*h*(cm)
0.57	21.54
1.20	20.10
1.81	18.67
2.47	17.23
3.07	15.80
3.86	14.36
4.55	12.92
5.34	11.49

C) Pomoću ovakvog „lineariziranog“ grafa, povlačenjem najboljeg pravca (npr. ravnalom), mogu se odrediti (očitati) nagib i odsječak na osi y. Iz grafa i sljedećih podataka *D* = 6.66 cm, ρ_{zraka} = 1.142 kg /m^3, ρ_{vode} = 1.000 × 10^3 kg / m3, izračunajte:

- Početnu visinu i brzinu vode za *t*=0;
- Vrijednost od *d*.

3. zadatak (20 bodova)

U strujnom krugu prikazanom na slici poznate su vrijednosti R_1=2.7KΩ, R_2=8KΩ, R_3=400Ω, R_4=6KΩ, R_5=1KΩ. T_1 i T_2 su sklopke.



Izračunajte otpor među čvorovima A i B u sljedećim slučajevima:

A) T_1 otvoren, T_2 zatvoren.

B) T_1 zatvoren, T_2 otvoren.

C) T_1 i T_2 zatvoreni

D) T_1 i T_2 otvoreni

E) U kojem položaju moraju biti sklopke T_1 i T_2, tako da spajanjem izvora od 3 V na točke A i B, struja kroz R_5 bude minimalna? Odredite tu struju.

4. zadatak (20 bodova)

Dvoatomni idealni plin nalazi se u spremniku koji je na vrhu zatvoren klipom, površine S = 200 cm^2 i zanemarive mase, i koji je pričvršćen na opuštenu oprugu. U početku plin zauzima volumen V_0 = 5 l, nalazi se na temperaturi T_0 = −30°C i na tlaku P_0 = 1 atm. Sustav dolazi u kontakt s okolinom i postiže toplinsku ravnotežu s njim pri T_k = 27°C, sabijajući oprugu za Δh = 2 cm. Izračunajte:

A) konačni volumen V_k;

B) konačni tlak plina p_k;

C) elastičnu konstantu opruge k;

D) izmijenjenu toplinu s okolinom Q ako je rad plina L= 43 J.

Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol, P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa, g = 9,81 m/s^2

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. Zadatak (15 bodova)

A) Kada je P daleko od A, kugla je potpuno nabijena i nalazi se na potencijalu *V* u odnosu na zemlju. Budući da se može tretirati kao izolirana sfera, veza između naboja i potencijala je:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_\mathrm{A}}{r}$$

Iz čega proizlazi $Q_\mathrm{A} = 4\pi\varepsilon_0 r V$

Kad je P daleko od B, nalazi se na potencijalu zemlje, pa je $Q_B = 0$.
Slijedi Q_A=4.451 nC.

(5 bodova)

B) Kad se P pomakne iz A u B ("prema van"), naboj na P je q_1. Kad pogodi B, potpuno se isprazni i stoga je naboj na P nula. Tijekom kontakta između dviju identičnih sfera naboj se među njima ravnomjerno raspoređuje, radi simetrije, pa će naboj koji P nosi na povratku biti $q_2 = q_1/2$. Kad pogodi A (koji se u međuvremenu sam napunio i stoga nosi naboj Q_A), ukupni naboj $Q_A + q_1/2$ podijeljen je jednako između A i P, pa mu P uzima polovicu. U stanju ravnoteže, taj će naboj biti jednak q_1:

$$\frac{1}{2}\left(Q_\mathrm{A} + \frac{1}{2}q_1\right) = q_1 \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{2}{3}Q_A \quad \text{e} \quad q_2 = \frac{1}{3}Q_A$$

Slijedi: q_2=2.967 nC i q_1=1.148 nC

(5 bodova)

C) U konačnici, pri svakom titraju količina naboja $Q_A/3$ prenosi se iz A u B. Budući da je period T titranja 1/95 minute, prosječni intenzitet struje je:

$$I = Q_\mathrm{A}/3T = 2.349\mathrm{nA}$$

Slijedi da je otpor:

$$R_\mathrm{e} = V/I = 851\ \mathrm{G\Omega}$$

(5 bodova)

2. Zadatak (15 bodova)

A) Ako se primjeni Bernullieva jednadžba između vodostaja vode u cilindru i razine ruba posude, uzimajući u obzir, p_0 atmosferski tlak i *p* tlak zraka iznad vode u cilindru:

$$\frac{1}{2}\rho_{voda}v_{voda}^2 + gh\rho_{voda} + p = \frac{1}{2}\rho_{voda}v_{voda}^2 + p_0$$

Kako se presjek ne mijenja brzina vode je ista, dakle:

$p_0 = \mathrm{p} + \mathrm{h}\rho_{\mathrm{voda}}\mathrm{g}$

$\Delta\mathrm{p} = \mathrm{p}_0 - \mathrm{p} = \mathrm{h}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{g}$ (jednadžba koja veže razliku tlaka zraka van cilindra i u cilindru).

Ako se Bernoullijeva jednadžba primjeni na ulazu rupice (atmosferski tlak) i nakon rupice u cilindru (tlak p) slijedi:

$$\frac{1}{2}\rho_{zrak}v_{zrak}^2 + p = p_0$$

Ako se uzme u obzir jednadžba dobivena za vodu i razlike tlaka:

$$\frac{1}{2}v_{zrak}^2\rho_{zrak} = \Delta p = h\rho_{voda}g$$

$$v_{zrak} = \sqrt{\frac{2\rho_{voda}g}{\rho_{zrak}}}\sqrt{h}$$

Brzina strujanja zraka kroz malu rupu povezana je s brzinom pada razine vode

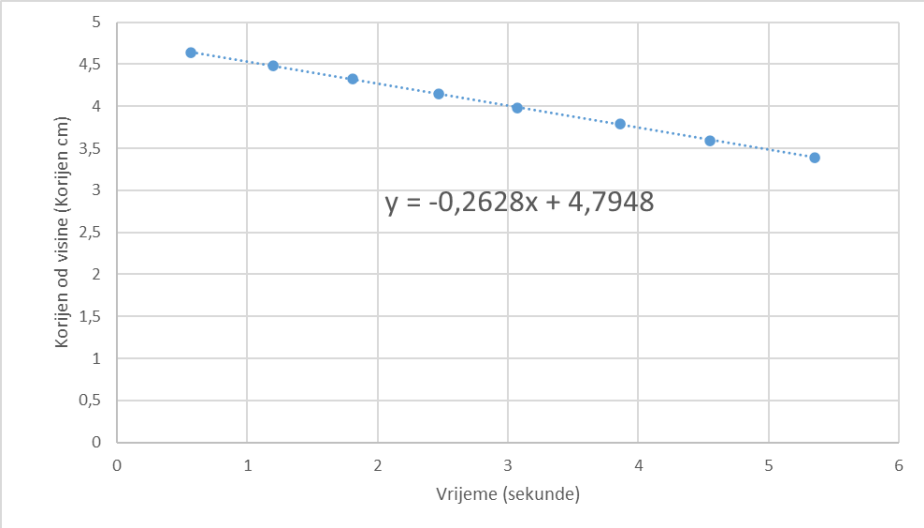
$\frac{\pi d^2}{4}v_{zrak} = \frac{\pi D^2}{4}v_{voda}$, slijedi

$$v_{vode} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{2\rho_w g}{\rho_{zrak}}}\sqrt{h}$$

(5 bodova)

A) Da bi dobili linearni prikaz mora se uzeti korijen od visine na *y* osi:

t(s)	$\sqrt{h(cm)}$
0.57	4.64
1.20	4.48
1.81	4.32
2.47	4.15
3.07	3.97
3.86	3.79
4.55	3.59
5.34	3.39



(5 bodova)

B) Iz grafa se može zaključiti da su početna brzina i visina vode:

$$22.0 \leq h_0(\mathrm{cm}) \leq 24.0$$

$$2.35 \leq v_{vode}(\mathrm{cm/s}) \leq 2.65$$

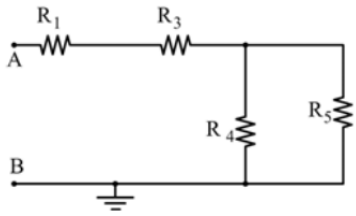
Promjer rupice je, koji se dobije iz nagiba pravca:

$$0.13 \leq d(\mathrm{cm}) \leq 0.14$$

(5 bodova)

3. Zadatak (20 bodova)

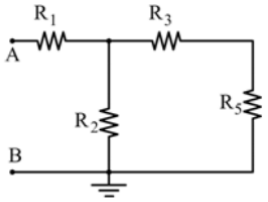
Slučaj A)



$$R_{AB} = R_1 + R_3 + R_4//R_5$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 0{,}4 + \frac{1 \cdot 6}{7} = 3{,}95\mathrm{k}\Omega$$

(4 boda)

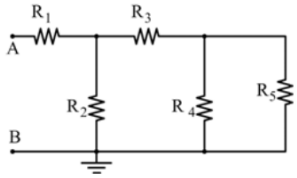
Slučaj B)



$$R_{AB} = R_1 + R_2//(R_3 + R_5)$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + \frac{8 \cdot 1{,}4}{9{,}4} = 3{,}89k\Omega$$

(4 boda)

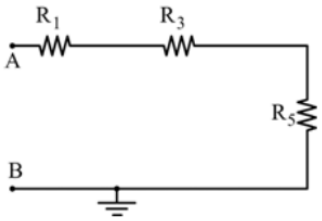
Slučaj C)



$$R_{AB} = R_1 + R_2//[R_3 + (R_4//R_5)]$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 8/\left[0{,}4 + \frac{6}{7}\right] = 2{,}7 + \frac{8 \cdot 1{,}25}{9{,}25} = 3{,}78k\Omega$$

(4 boda)

Slučaj D)



$$R_{AB} = R_1 + R_3 + R_5$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 0{,}4 + 1 = 4{,}1k\Omega$$

(4 boda)

E)

T_1 i T_2 otvoreni

$$I_1 = \frac{E_{AB}}{R_1 + R_3 + R_5} = 732\ \mu A$$

T_1 i T_2 zatvoreni

$$I_5 = \frac{R_2R_4E_{AB}}{R_1R_2R_4 + R_1R_2R_5 + R_1R_3R_4 + R_1R_3R_5 + R_1R_4R_5 + R_2R_3R_4 + R_2R_3R_5 + R_2R_4R_5} = 587\ \mu A$$

T_1 zatvoren, T_2 otvoren

$$I_5 = \frac{R_2 E_{AB}}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_1R_5 + R_2R_3 + R_2R_5} = 656\ \mu A$$

T_1 otvoren, T_2 zatvoren

$$I_5 = \frac{R_4 E_{AB}}{R_1R_4 + R_1R_5 + R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5} = 650\ \mu A$$

Dakle T_1 zatvoren i T_2 zatvoren konfiguracija daje najmanju struju kroz otpornik R_5.

(4 boda)

4. Zadatak (20 bodova)

A) Plin izmjenjuje toplinu s okolinom dok ne postigne ravnotežnu temperaturu T_k = 27°C = 300 K i širi se dok ne zauzme obujam $V_F = V_0 + \Delta V$, $\Delta V = S\Delta h = 4 * 10^{-4} m^3$, slijedi $V_F = 54 * 10^{-3}\mathrm{m}^3$.

(5 bodova)

B) Za izračunavanje konačnog tlaka koristi se jednadžba stanja, zapravo u procesu *n* ostaje konstantna

$$\frac{P_k V_k}{T_k} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \rightarrow P_k = P_0 \frac{T_k}{T_0}\frac{V_0}{V_k} = 1.16 * 10^5 \mathrm{Pa}$$

(5 bodova)

Na kraju postupka rezultanta sila na klip mora biti jednaka nuli, pa se sila prema gore zbog povećanja tlaka mora nadoknaditi elastičnom silom kojom na njega djeluje opruga:

C) $\Delta PS = k\Delta h \quad \rightarrow \quad k = \frac{\Delta PS}{\Delta h} = 1.54 * 10^4 \mathrm{N/m}$

(5 bodova)

D) Znamo da $Q = L + \Delta U$

i $\Delta U = nc_V \Delta T = \frac{P_0 V_0}{RT_0}\frac{5}{2} R(T_F - T_0) = 297.0\mathrm{J}$

Sijedi: $Q = 43\mathrm{J} + 297.0\mathrm{J} = 340\mathrm{J}$

(5 bodova)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 19.-20. studeni 2020

Eksperimentalni zadatak – 2. grupa

Temperatura zraka

Zadatak

- Odrediti temperaturu zraka uz pretpostavku da je zrak idealni plin te da mu je poznata molarna masa 29 g/mol i gustoća 1,29 kg/m^3.

Pribor

- staklena U-cijev učvršćena na drvenu daščicu
- plastična čaša s vodom
- injekcijska šprica
- list milimetarskog papira A4
- škare za papir
- prozirna samoljepljiva vrpca

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti što više mjerenja, a budući da ova metoda određivanja temperature nije baš precizna tabelarno prikažite i obradite 5, po vašoj procjeni, najboljih mjerenja. (11 bodova)
3. Provesti račun pogreške za temperaturu (5 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 19.-20. studeni 2020

Rješenje eksperimentalnog zadatka – 2. grupa

Uz pretpostavku da je zrak idealni plin temperaturu zraka možemo odrediti pomoću jednadžbe stanja plina:

$pV = nRT$ (1 bod)

Ako uvrstimo da je količina tvari $n = m/M$ gdje je m masa, a M molarna masa i izrazimo temperaturu T dobivamo:

$T = \frac{pVM}{mR}$ (1 bod)

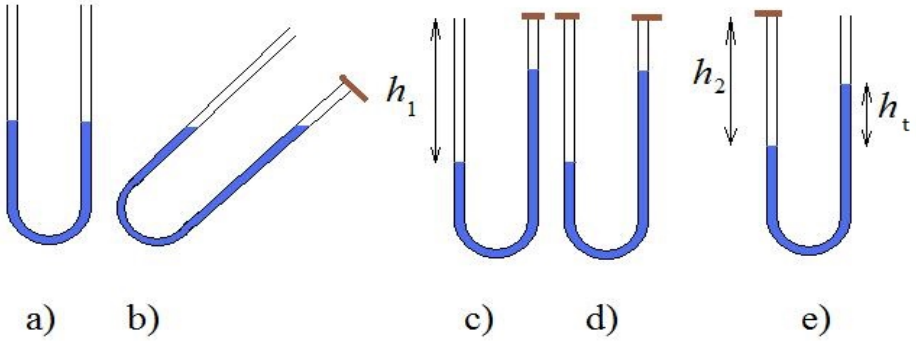
Budući da je $\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$ recipročna vrijednost gustoće zraka dobivamo konačno za temperaturu T zraka:

$T = \frac{pM}{\rho R}$ (1 bod)

pri čemu je p atmosferski tlak, $M = 29$ g/mol molarna masa zraka, $\rho = 1{,}29$ kg/m^3 gustoća zraka i $R = 8{,}314$ J/(Kmol) univerzalna plinska konstanta.

Da bi odredili temperaturu, trebamo odrediti atmosferski tlak zraka. To ćemo napraviti koristeći U-cijev.

Najprije natočimo vodu u U-cijev tako da u oba kraka nivoi vode budu otprilike do polovine (sl.a). Nakon toga nagnemo U-cijev (sl. b) npr. na desnu stranu tako da više vode bude u desnom kraku U-cijevi i tada prstom začepimo desni krak. Sada U-cijev vratimo u vertikalni položaj, držeći začepljen desni krak, te očitamo duljinu stupca zraka h_1 u lijevom kraku (sl. c), u kojem je tlak zraka jednak atmosferskom tlaku: $p_1 = p$. Zatim, prstom druge ruke, začepimo i lijevi krak U-cijevi (sl. d), a tek nakon što je lijevi krak začepljen, otvorimo desni krak (sl. e) te sada opet očitamo duljinu stupca zraka h_2 u lijevom kraku i razliku nivoa vode h_v u krakovima, držeći lijevi krak zatvoren. Sada je tlak tog stupca zraka duljine h_2 jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka stupca vode duljine h_v: $p_2 = p + \rho g h_v$.



(7 bodova)

Budući da se u opisanom postupku dogodila izotermna promjena stanja stupca zraka u lijevom kraku U-cijevi, možemo pisati:

$$p_1 h_1 = p_2 h_2 \quad \text{tj.} \quad p h_1 = (p + \rho g h_v) h_2.$$

Iz zadnjeg izraza sređivanjem se dobije atmosferski tlak p:

$$p = \frac{\rho g h_v h_2}{h_1 - h_2}$$

(4 boda)

5 mjerenja prikažemo tabelarno:

Br. mjerenja	h_1 **/ m**	h_2 **/ m**	h_v **/ m**	p **/ Pa**	T **/ K**	ΔT **/ K**
1.						
2.						
.						

(11 bodova)

Račun pogreške za temperaturu. (5 bodova)