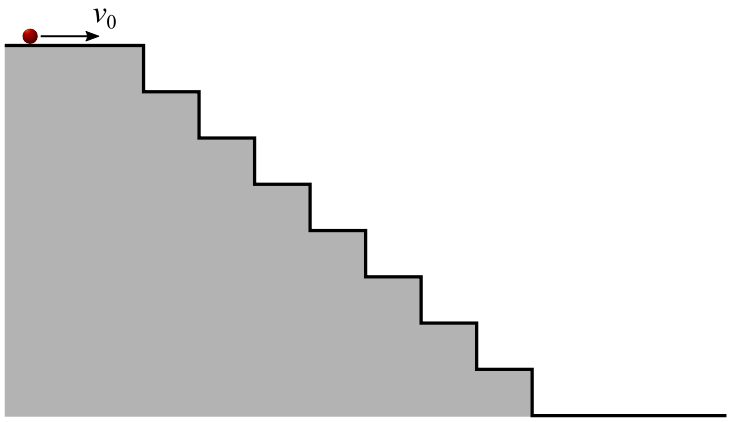
Državno natjecanje iz fizike 2019/2020
19.-20. studeni 2020.
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (17 bodova)

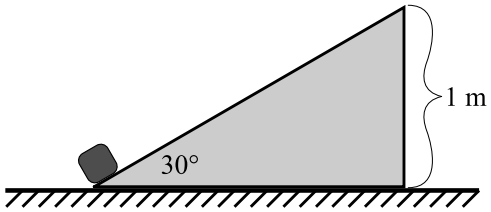
Pikula se kotrlja po horizontalnoj podlozi stalnom brzinom $v_0 = 2.8$ m/s i nailazi na stepenice, kao što je prikazano na slici. Širina svake stepenice iznosi 30 cm, a visina 25 cm. Sudar pikule s podlogom je u potpunosti elastičan. Zanemarite dimenzije pikule i bilo kakve efekte rotacije pikule. Zanemarite otpor zraka. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Na koju stepenicu će pasti pikula?
b) Izračunajte horizontalnu udaljenost na tlu od podnožja stepenica do točke na koju padne pikula.
c) Koliko vremena traje let pikule?
d) Izračunajte brzinu pikule u trenutku pada na tlo.
e) Skicirajte putanju pikule.



2. zadatak (18 bodova)

Malo tijelo mase m miruje u podnožju kosine (vidi sliku). Kosina zatvara kut s horizontalom od 30°. U početnom trenutku kosina miruje na horizontalnoj podlozi i malo tijelo miruje na kosini. Zatim se kosina počinje gibati prema lijevo stalnim ubrzanjem a zbog čega se malo tijelo počinje gibati uz kosinu. U trenutku kada malo tijelo prijeđe 3/4 puta po kosini, kosina prestane ubrzavati i nastavlja se gibati stalnom brzinom. Malo tijelo se zaustavlja na vrhu kosine. Koeficijent trenja između malog tijela i kosine je 0.2.



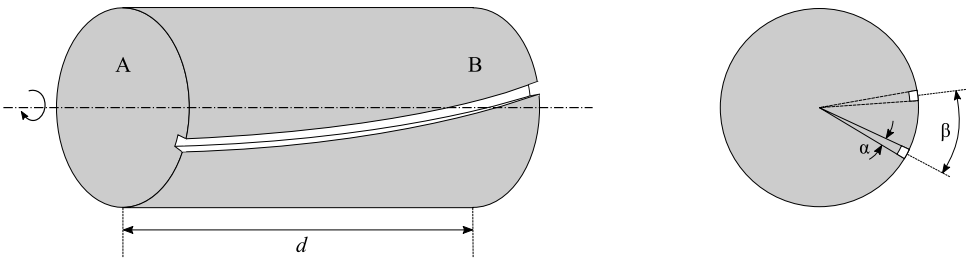
a) Izračunajte ubrzanje kosine.
b) Izračunajte maksimalnu brzinu malog tijela za vrijeme gibanja po kosini.

3. zadatak (17 bodova)

Filter brzina neutrona oblika je valjka s jednim spiralnim utorom, kao što je prikazano na slici. Valjak rotira oko svoje osi stalnom kutnom brzinom $\omega = 90$ okreta/s. Neutroni se gibaju paralelno osi valjka i upadaju na bazu valjka A. Kutna širina utora je α, a kutni razmak utora na ulaznoj bazi valjka A i izlaznoj bazi valjka B je $\beta = 24°$. Duljina valjka je $d = 56$ cm.

a) Pretpostavite da je kutna širina utora proizvoljno mala $\alpha \ll$ te izračunajte brzinu elektrona v_0 koji izlaze iz baze valjka B.

b) Razmotrite slučaj konačne širine utora pri čemu je $\alpha = 2.1°$. Izračunajte rasap $\Delta v/v_0$ brzine neutrona, gdje je Δv razlika maksimalne i minimalne brzine neutrona koji izlaze iz baze valjka B.

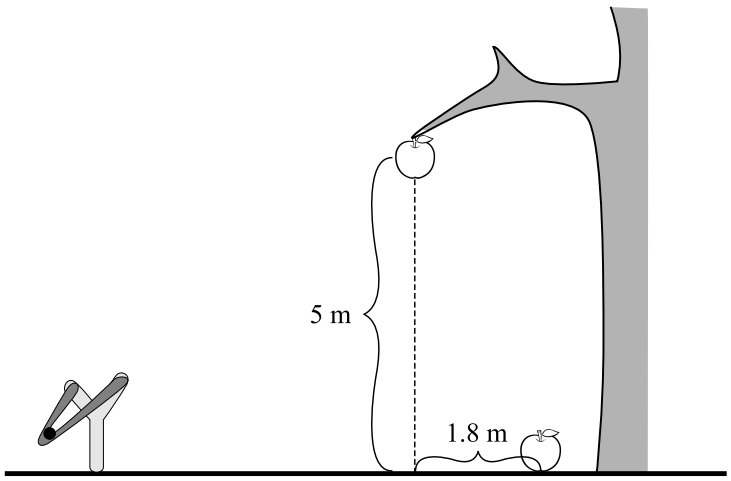


4. zadatak (18 bodova)

Praćka je napravljena od elastične trake nerastegnute duljine 50 cm. U praćku je stavljena kamena kuglica mase 50 g te je zatim praćka nategnuta tako da se duljina elastične trake povećala za 80%. Iz praćke je ispaljena kuglica koja pogađa jabuku koja visi na grani stabla. Masa jabuke je 400 g. Kuglica se zabija u jabuku te zajedno padaju na tlo nakon 0.8 s leta. Visina, na kojoj se nalazi jabuka na grani, i horizontalna udaljenost pada na tlo prikazani su na slici. Zanemarite otpor zraka. Pretpostavite da je kamena kuglica ispaljena s razine tla. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Izračunajte iznos i smjer brzine kuglice neposredno prije sudara s jabukom (prikažite vektor brzine kuglice na skici).

b) Izračunajte konstantu elastičnosti trake praćke.



U prvoj skupini,

zadatak 3. a)

traži se brzina neutrona, a ne elektrona kao što piše u zadatku.

Državno natjecanje iz fizike 2019/2020

19.-20. studeni 2020.
Rješenja i smjernice za bodovanje
Srednje škole – 1. grupa

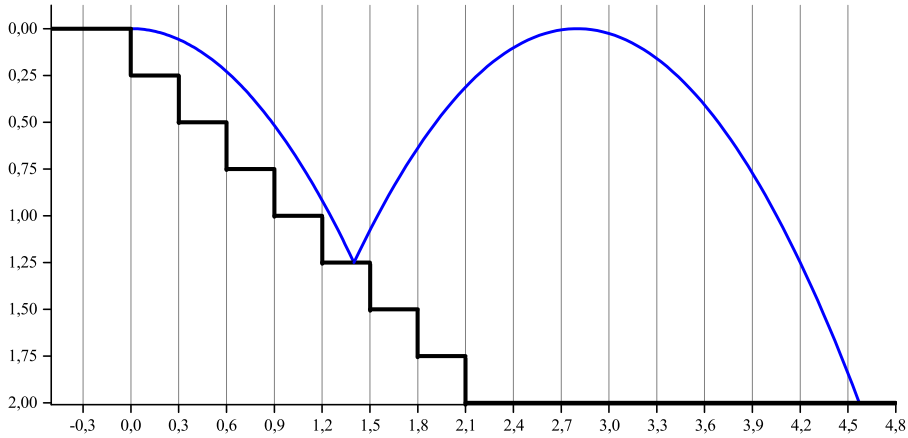
1. zadatak (17 bodova)

Postavimo koordinatnu sustav tako da je x os prema desno, a y os prema dolje. Ishodište koordinatnog sustava neka je u točki u kojoj se pikula odvaja od horizontalne podloge. Za gibanje u x i y smjeru možemo pisati:
$x(t) = v_0 t$, **(1 bod)**
$y(t) = \frac{1}{2}gt^2$. **(1 bod)**
Možemo izračunati horizontalni pomak pikule u tenucima kada se pikula nalazi na visini pojedine stepenice. Stepenice brojimo od tla prema gore. Iz druge jednadžbe izrazimo vrijeme:
$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
i uvrstimo u prvu jednadžbu:
$x(y) = v_0\sqrt{\frac{2y}{g}}$.

stepenica	y (m)	x (m)	rub stepenice (m)
7.	0.25	0.63	0.3
6.	0.50	0.89	0.6
5.	0.75	1.04	0.9
4.	1.00	1.25	1.2
3.	1.25	1.40	1.5

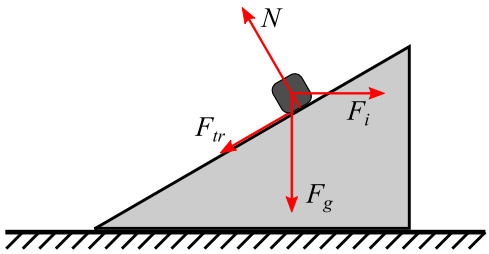
Zaključujemo da će pikula pasti na treću stepenicu od tla. **(4 boda)** Gibanje pikule možemo podijeliti u tri etape: od vrha stepenica do 3. stepenice, od 3. stepenice do najviše točke putanje i zatim od najviše točke putanje do pada na tlo. Vrijeme potrebno za svaku etapu jednako je:
$y_1 = 1.25\ \text{m} = \frac{1}{2}gt_1^2 \ \Rightarrow\ t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 1.25\ \text{m}}{g}} = 0.5\ \text{s}$. **(1 bod)**
Pikula se elastično sudara sa stepenicom što znači da nakon sudara y komponenta brzine pikule mijenja smjer, dok x komponenta brzine ostaje nepromijenjena. Vrijeme potrebno pikuli do najviše točke putanje t_2 jednako je vremenu t_1 radi simetrije problema. **(1 bod)**
Vrijeme pada s najviše točke putanje na tlo jednako je:
$y_3 = 2.0\ \text{m} = \frac{1}{2}gt_3^2 \ \Rightarrow\ t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 2.0\ \text{m}}{g}} = 0.633\ \text{s}$. **(1 bod)**
Prema tome, ukupno vrijeme leta jednako je $t_{ukupno} = t_1 + t_2 + t_3 = 1.633$ s. **(1 bod)**
Ukupna horizontalna udaljenost, koju prijeđe pikula, jednaka je:
$x_{ukupno} = v_0 \cdot t_{ukupno} = 4.57$ m, **(2 boda)**
a udaljenost od podnožja stepenica jednaka je: $x_{ukupno} - 7\cdot 0.3\ \text{m} = 2.47$ m. **(1 bod)**
Brzinu v u trenutku pada na tlo možemo izračunati pomoću zakona očuvanja energije:
$E_{pocetna} = E_{konacna}$,
$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_{ukupno} = \frac{1}{2}mv^2$,

$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 6.92$ m/s. **(2 boda)**
Putanja pikule prikazana je na slici. **(2 boda)**



2. zadatak (18 bodova)

Sve sile, koje djeluju na malo tijelo za vrijeme jednoliko ubrzanog gibnja kosine, prikazane su na slici desno u sustavu kosine (skica: **2 boda**). Drugi Newtonov zakon možemo napisati za smjer paralelno kosini i smjer okomito na kosinu:

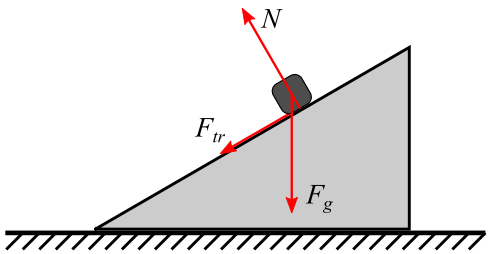


$ma_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_i - \frac{1}{2}mg - F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}F_i$. **(1 bod)**

Inercijalna sila F_i jednaka je umnošku mase malog tijela i ubrzanja kosine a. **(1 bod)**
Sila trenja jednaka je:
$F_{tr} = \mu N$. **(1 bod)**
Iz druge jednadžbe slijedi:
$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg + \frac{1}{2}ma$.
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$ma_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}ma - \frac{1}{2}mg - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg - \mu\frac{1}{2}ma$.
Sređivanjem se za ubrzanje malog tijela dobije:
$a_1 = \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{3} - \mu\right)a - \left(1 + \mu\sqrt{3}\right)g\right)$. **(2 boda)**

Za vrijeme jednolikog gibanja kosine na malo tijelo na kosini djeluju sile prikazane na slici desno (skice: **1 bod**). Drugi Newtonov zakon za smjer paralelno kosini i okomito na kosinu glasi:



$ma_2 = -\frac{1}{2}mg - F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg$. **(1 bod)**

Sila trenja u ovom slučaju je jednaka:

$F_{tr} = \mu N = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg.$
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$ma_2 = -\frac{1}{2} mg - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg,$
$a_2 = -\frac{1}{2} \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g,$
$a_2 = -6.6 \text{ m/s}^2.$ **(2 boda)**
Negativan predznak ubrzanja a_2 označava da je smjer ubrzanja niz kosinu, odnosno da se malo tijelo giba jednoliko usporeno do zaustavljanja. Iz uvjeta zadatka možemo odrediti početnu brzinu ovog jednoliko usporenog gibanja:
$s_2 = \frac{1}{4} l = 0.5 \text{ m} = \frac{v_0^2}{2a_2},$
$v_0 = \sqrt{2 s_2 a_2} = 2.57 \text{ m/s}.$ **(2 boda)**
Ovu brzinu tijelo ima na kraju prvog dijela gibanja koje je jednoliko ubrzano uz kosinu. Vrijedi:
$s_1 = \frac{3}{4} l = 1.5 \text{ m} = \frac{v_0^2}{2a_1}.$
Slijedi da je ubrzanje a_1 jednako:
$a_1 = \frac{v_0^2}{2s_1} = \frac{2 s_2 a_2}{2 s_1} = \frac{s_2}{s_1} a_2 = \frac{1}{3} a_2 = 2.2 \text{ m/s}^2.$ **(2 boda)**
Sada možemo izračunati ubrzanje kosine a:
$a = \frac{2a_1 + \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g}{\sqrt{3} - \mu},$
$a = \frac{\frac{1}{3}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g + \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g}{\sqrt{3} - \mu},$
$a = \frac{4}{3} \cdot \frac{1 + \mu\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \mu} g = a = 11.5 \text{ m/s}^2.$ **(1 bod)**

3. zadatak (17 bodova)

U slučaju kada je $\alpha \ll$ kroz valjak će proći neutroni brzine v_0 takve da je vrijeme prolaska neutrona duljinom valjka jednako vremenu u kojem se valjak zakrene za kut β. Prema tome, vrijedi:
$d = v_0 \Delta t,$ **(2 boda)**
$\beta = \omega \Delta t.$ **(2 boda)**
Iz druge jednadžbe izrazimo Δt i uvrstimo u prvu:
$v_0 = \frac{d\omega}{\beta} = \frac{0.56 \text{ m} \cdot 90 \cdot 2\pi \text{ rad/s}}{24 \cdot \frac{\pi}{180}} = 756 \text{ m/s}.$ **(3 boda)**
Minimalna brzina neutrona koji prolaze kroz valjak određena je uvjetom:
$d = v_{min} \Delta t',$ **(1 bod)**
$\beta + \alpha = \omega \Delta t'.$ **(2 boda)**
Maksimalna brzina neutrona koji prolaze kroz valjak određena je uvjetom:
$d = v_{max} \Delta t'',$ **(1 bod)**
$\beta - \alpha = \omega \Delta t''.$ **(2 boda)**
Slijedi:

$$\Delta v = v_{max} - v_{min} = d\left(\frac{1}{\Delta t''} - \frac{1}{\Delta t'}\right) = d\omega\left(\frac{1}{\beta-\alpha} - \frac{1}{\beta+\alpha}\right) = d\omega\frac{2\alpha}{\beta^2-\alpha^2} = \frac{d\omega}{\beta^2}\frac{2\alpha}{1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2} \approx$$

$$\frac{2d\omega\alpha}{\beta} = v_0\frac{2\alpha}{\beta}.$$

Prema tome, traženi omjer je jednak:

$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{2\alpha}{\beta} = 0.175.$ **(4 boda)**

4. zadatak (18 bodova)

Najprije možemo izračunati vrijeme slobodnog pada s visine $h = 5$ m:

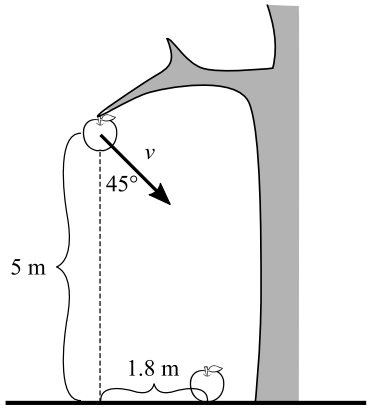
$h = \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1$ s. **(2 boda)**

S obzirom na to da je vrijeme pada jabuke kraće od vremena slobodnog pada zaključujemo da je jabuka u početnom trenutku imala komponentu brzine vertikalno prema dolje. **(1 bod)** Također, s obzirom na to da je jabuka pala na određenoj horizontalnoj udaljenosti od početnog položaja zaključujemo da je u početnom trenutku imala i horizontalnu komponentu brzine. **(1 bod)** Komponente brzine izračunamo na način:

$d = v_x t_{pad} \;\Rightarrow\; v_x = \frac{d}{t_{pad}} = \frac{1.8\text{ m}}{0.8\text{ s}} = 2.25$ m/s. **(2 boda)**

$h = v_y t_{pad} + = \frac{1}{2}gt_{pad}^2 \;\Rightarrow\; v_y = \frac{h}{t_{pad}} - \frac{1}{2}gt_{pad} = 2.25$ m/s. **(2 boda)**

Vidimo da su x i y komponenta brzine jabuke na početku padanje jednake, što znači da je smjer brzine 45° u odnosu na horizontalu prema dolje (vidi sliku). **(1 bod)**



Brzinu kuglice u trenutku neposredno prije sudara s jabukom izračunamo pomoću zakona očuvanja količine gibanja:

$m_{kuglica}\vec{v}_{kuglica} = (m_{kuglica} + m_{jabuka})\,\vec{v}$, **(2 boda)**

gdje je $\vec{v} = v_x\hat{x} - v_y\hat{y} = 2.25\text{ m/s}\,(\hat{x} - \hat{y})$,a iznos brzine je $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3.18$ m/s. **(1 bod)**

Smjer brzine kuglice neposredno prije sudara s jabukom je također 45° u odnosu na horizontalu prema dolje. Slijedi:

$\vec{v}_{kuglica} = \frac{m_{kuglica} + m_{jabuka}}{m_{kuglica}}(v_x\hat{x} - v_y\hat{y}) = \frac{50+400}{50}\cdot$ $2.25\text{ m/s}\,(\hat{x} - \hat{y}) = 20.25\text{ m/s}\,(\hat{x} - \hat{y})$.

$v_{kuglica} = \sqrt{2}\cdot 20.25\text{ m/s} = 28.6$ m/s. **(2 boda)**

Ukupna energija kuglice neposredno prije sudara s jabukom jednaka je elastičnoj energiji praćke na početku:

$\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}m_{kuglica}v_{kuglica}^2 + m_{kuglica}gh$, **(2 boda)**

gdje je $\Delta l = 1.8l_0 - l_0 = 0.8l_0 = 0.4$ m produljenje elastične trake.

Slijedi da je konstanta elastičnosti jednaka:

$k = \frac{m_{kuglica}}{\Delta l^2}\left(v_{kuglica}^2 + 2gh\right) = 288$ N/m. **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
19. - 20. studeni 2020.

srednje škole - 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Kolica, nosač za utege, 4 utega za nosač (1 uteg oko 0,2 kg), električno tipkalo, 10 papirnatih trakica za tipkalo (minimalna duljina 70 cm), vaga (može digitalna, ali ne mora) čija maksimalna vrijednost vaganja je najmanje 2 kg, dvije hrpe knjiga tako da kada se knjige slože jedna na drugu visina jedne hrpe je 10 cm, trokuti i ravnalo, milimetarski papiri (blok papira A4), škare, ljepilo za papir, selotejp

Zadatak: Kosina

Ispod nogu stola na jednoj strani staviti knjige čija je visina oko 10 cm tako da se dobije kosina.

Pomoću električnog tipkala snimiti gibanje kolica niz kosinu. Treba napraviti pet mjerenja s pet različitih masa kolica.

Za svako mjerenje koristit ćete po jedan milimetarski papir. Na milimetarskom papiru morate napisati kolika je masa kolica.

Trakice za pojedina mjerenja narezati po 5 točkica.

Prvi komadić trakice od 5 točkica treba odbaciti. Znači da početni trenutak gibanja počinje od te pete točkice koja je sada nulta točkica.

Slijedećih 6 komadića trakica po 5 točkica nalijepiti u donji lijevi kut milimetarskog papira redom jedan do drugog, odnosno napraviti histogram (trakice lijepiti na milimetarskoj mreži, a ne na bijelim dijelovima papira.)

Tablice koje vam trebaju napravite iznad histograma, a desno od histograma crtajte graf.

Nacrtati v-t dijagram za svako mjerenje.
Iz v-t dijagrama izračunati akceleracije.
Očitati početne brzine.

Skicirati sve sile koje djeluju na kolica na kosini.
Teorijski izvesti kako akceleracija kolica na kosini ovisi o masi.

Napraviti račun pogreške za akceleraciju. Prikazati rezultat mjerenja akceleracije.

Izračunati rezultantnu silu koja djeluje na kolica za svako mjerenje.

Napomena: Vrijeme između dva udarca tipkala je 0,02s.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
19. - 20. studeni 2020.

srednje škole - 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

Histogram (2 boda)

v-t dijagram

Svaki komadić trakice od 5 točaka predstavlja prevaljeni put kolica Δs u vremenskom intervalu od Δt = 0,1 s. Tako se mogu izračunati srednje brzine za pojedine intervale od 0,1 s.

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Primjer:

t_1/s	t_2/s	Δs/cm	$\bar{v}/(cm/s)$
0	0,1	1,5	15
0,1	0,2	2,2	22
0,2	0,3	3	30
0,3	0,4	3,7	37
0,4	0,5	4,2	42
0,5	0,6	5	50

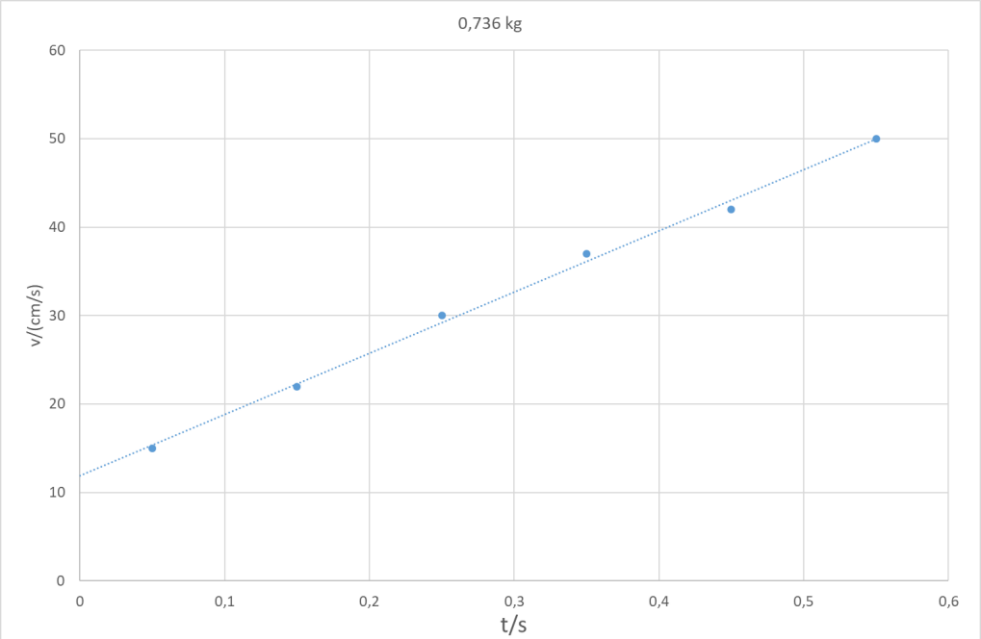
t_1 je početno vrijeme, a t_2 konačno vrijeme.

(3 boda)

Trenutna brzina jednaka je srednjoj brzini kod jednoliko ubrzanog gibanja u trenutku koji je točno u sredini vremenskog intervala u kojem smo računali srednju brzinu.

U ovom primjeru u vremenskom intervalu od 0 s do 0,1 s srednja brzina je 15 cm/s, a trenutna ima vrijednost 15 cm/s u 0,05 s. Srednja brzina od 0,1 s do 0,2 s je 22 m/s, a trenutna je 22 m/s u 0,15 s. **(3 boda)**

t/s	v/(cm/s)
0,05	15
0,15	22
0,25	30
0,35	37
0,45	42
0,55	50



Graf prikazuje v-t dijagram gibanja kolica
Pravac treba potegnuti između točkica. **(2 boda)**
Graf
- podjela na osima **(2 bod)**
- označavanje osi **(1 bod)**

Iz v-t dijagrama akceleracija se izračuna tako da se odabere neko vrijeme t_1 i za to vrijeme očita se iz grafa brzina v_1. Zatim se odabere vrijeme t_2 i iz grafa se očita brzina v_2.
Npr. za t_1=0,3s iz grafa očitamo da je v_1=0,33 m/s, a za t_2=0,5s očitamo v_2=0,47m/s.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

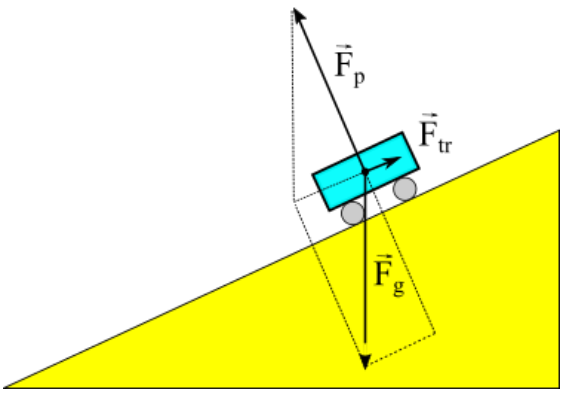
$$a = 0{,}70 m/s^2$$

(3 boda)

Iz grafa očita se gdje pravac sječe os brzine. U ovom primjeru je

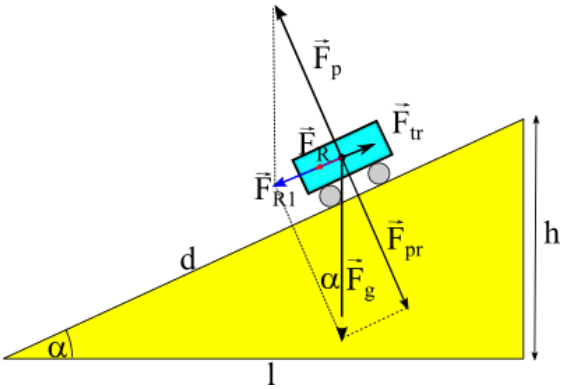
$$v_o = 0{,}12\ m/s$$

(1 bod)



Sile na kosini
F_g – sila teža, F_p – sila podloge, F_{tr} – sila trenja **(2 boda)**

Ovisnost akceleracije o masi



Rezultantna sila F_R jednaka je razlici rezultantne sile F_{R1} i sile trenja F. F_{R1} je rezultantna sila sile teže i sile podloge koja djeluje na kolica.

$$F_R = F_{R1} - F_{tr}$$

Sila trenja je:

$$F_{tr} = \mu F_{pr}$$

μ - koeficijent trenja
F_{pr} - pritisna sila kolica na podlogu
Iz sličnih trokuta dobijemo:

$$\frac{F_{R1}}{F_g} = \frac{h}{d}$$

$$F_{R1} = F_g \frac{h}{d}$$

h – visina kosine

d – duljina kosine

$$F_{pr} = \sqrt{F_g^2 - F_{R1}^2}$$

$$F_R = F_{R1} - \mu\sqrt{F_g^2 - F_{R1}^2}$$

$$F_R = F_g\left(\frac{h}{d} - \mu\sqrt{1 - \frac{h^2}{d^2}}\right)$$

Sila F_R ubrzava kolica niz kosinu:

$$F_R = ma$$

m – masa kolica
a – akceleracija kolica niz kosinu

$$F_g = mg$$

g- je ubrzanje tijela pri slobodnom padu

$$a = g\left(\frac{h}{d} - \mu\sqrt{1 - \frac{h^2}{d^2}}\right)$$

Može i preko trigonometrijskih funkcija:

$$\frac{F_{R1}}{F_g} = sin\alpha$$

$$\frac{F_{pr}}{F_g} = cos\alpha$$

$$a = g(sin\alpha - \mu cos\alpha)$$

Akceleracija kolica niz kosinu ne ovisi o masi klica. **(3 boda)**

Račun pogreške za akceleraciju

m/kg	a/(m/s^2)	Δa/(m/s^2)
0,736	0,70	0,01
0,991	0,68	0,03
0,201	0,70	0,01
1,405	0,75	-0,04
1,609	0,73	-0,02
$\bar{a}/(m/s^2)$	0,71	

Iz svih mjerenja napravi se tablica akceleracija. Izračuna se srednja vrijednost podataka $\bar{a}$.
U ovom primjeru iznosi $\bar{a} = 0{,}71\ m/s^2$.
Izračuna se odstupanje mjerenja od srednje vrijednosti:

$$\Delta a = \bar{a} - a$$

U podacima pronađe se maksimalno odstupanje od srednje vrijednosti po apsolutnom iznosu. U ovom primjeru to je:

$$\Delta a_m = 0{,}04\ m/s^2$$

Rezultat mora biti prikazan:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a_m$$

U primjeru:

$$a = (0{,}71 \pm 0{,}04) m/s^2$$

Relativna pogreška mjerenja:

$$r = \frac{\Delta a_m}{\bar{a}} = 5{,}6\%$$

(3 boda)

Rezultantna sila
Rezultantna sila računa se:

$$F_R = ma$$

Najbolje bi bilo pomnožiti masu s prosječnom akceleracijom, ali uvažit će se ako ste pomnožili s akceleracijom za pojedino mjerenje.
(1 bod)
Preciznost mjerenja
(2 bod)
Zaokruživanje na pouzdane znamenke
(2 boda)