DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

19.-20. studeni 2020.

Srednje škole - 4. skupina

1. Elastični sudar neutrona n i neutralnog piona π^0 ima sljedeće zanimljivo svojstvo: U laboratorijskom sustavu gdje pion miruje, a neutron nalijeće na njega, neutron se ne može rasprštiti pod kutom većim od $\theta_{\max} = 8.25°$ u odnosu na početni smjer gibanja, neovisno o (relativističkoj) brzini kojom nalijeće na pion. Ako vam je poznata masa neutrona $m_n = 940\,\mathrm{MeV}/c^2$, odredite masu neutralnog piona m_π (u istim mjernim jedinicama).

   Uputa: za računanje ekstrema koristite derivacije.

   [22 BODOVA]

2. Promotrite kvantnu česticu mase m koja se giba u jednoj dimenziji tako da su joj položaj i količina gibanja neodređeni prema Heisenbergovoj relaciji $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$. Odredite pri kojoj će minimalnoj neodređenosti u položaju, neodređenost u energiji čestice biti $\Delta E = mc^2$. Interpretirajte dobiveni rezultat. Prilikom računa možete pretpostaviti da je neodređenost u količini gibanja Δp usporediva sa samom vrijednošću p.

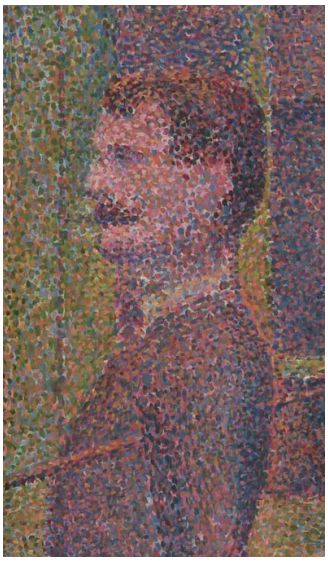
   [14 BODOVA]

3. U krvotok osobe ubrizga se mala količina otopine koja sadrži radionuklid ^{24}Na vremena poluživota $T = 15\,\mathrm{h}$. Ako je aktivnost (broj raspada u sekundi) ubrizganog radionuklida $A = 2000\,\mathrm{s}^{-1}$, dok aktivnost uzorka krvi volumena $V' = 1\,\mathrm{cm}^3$, uzetog $t = 5\,\mathrm{h}$ nakon ubrizgavanja radionuklida, iznosi $A' = 16\,\mathrm{min}^{-1}$, odredite ukupni volumen V ljudskog krvotoka.

   [18 BODOVA]

4. Georges Seurat, čuveni francuski slikar postimpresionističkog doba, razvio je tehniku slikanja poznatu pod nazivom poentilizam. U toj se tehnici malim jasnim točkama (približnog promjera $d = 2\,\mathrm{mm}$) osnovnih boja stvara dojam velikog broja sekundarnih i ostalih boja. Odredite s koje se minimalne udaljenosti L mora gledati ova slika kako se ne bi opazila njena zrnata struktura? Uzmite da je srednja valna duljina svjetlosti $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$, a promjer zjenice $D = 4\,\mathrm{mm}$.

   [16 BODOVA]



Detalj sa slike *Parade de cirque* (1887–88).

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

19.-20 studeni 2020.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Neka je $\vec{p}$ količina gibanja neutrona prije raspršenja, $\vec{p}'$ količina gibanja nakon raspršenja, a $\vec{p}''$ količina gibanja piona nakon raspršenja. Tada možemo pisati zakon očuvanja količine gibanja

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}''. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ako $\vec{p}'$ prebacimo na lijevu stranu i kvadriramo, dobijemo

$$p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta = p''^2, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je θ kut raspršenja neutrona. Ako sad iskoristimo vezu između energije i količine gibanja,

$$E^2 = (m_n c^2)^2 + (pc)^2, \quad E'^2 = (m_n c^2)^2 + (p'c)^2, \quad E''^2 = (m_\pi c^2)^2 + (p''c)^2, \qquad \text{[3 BODA]}$$

imamo

$$E^2 + E'^2 - 2(m_n c^2)^2 - 2\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2}\cos\theta = E''^2 - (m_\pi c^2)^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Konačno, ako još iskoristimo zakon očuvanja energije

$$E + m_\pi c^2 = E' + E'', \qquad \text{[2 BODA]}$$

dolazimo do relacije koja povezuje kut raspršenja θ s energijama E i E',

$$\cos\theta = \frac{EE' - (E - E')(m_\pi c^2) - (m_n c^2)^2}{\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Za fiksnu upadnu energiju E, nađimo vrijednost raspršene energije E' za koju je $\cos\theta$ ekstremalan. Derivirajmo, stoga, gornju relaciju po E' i izjednačimo s nulom,

$$\frac{\mathrm{d}\cos\theta}{\mathrm{d}E'} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad E' = \frac{(E + m_\pi c^2)(m_n c^2)^2}{E m_\pi c^2 + (m_n c^2)^2}. \qquad \text{[4 BODA]}$$

Dobiveni izraz uvrstimo u izraz za $\cos\theta$ i dobijemo

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_\pi}{m_n}\right)^2} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\max} = \arcsin\frac{m_\pi}{m_n} \qquad \text{[3 BODA]}$$

Budući da dobiveni izraz ne ovisi o upadnoj energiji E, vrijedi na svim upadnim energijama. Vidimo da ovaj kut ima smisla samo za $m_\pi \leq m_n$. Prema tome, granični kut raspršenja može postojati samo u slučaju kad teža čestica upada na lakšu česticu, što je i intuitivno. Konačno, masa neutralnog piona je

$$m_\pi = m_n \sin\theta_{\max} = 135\,\mathrm{MeV}/c^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

2. Pošto tražimo minimalnu neodređenost u položaju, pisat ćemo jednakost u Heisenbergovim relacijama i povezati neodređenost u količini gibanja s neodređenosti u položaju na način

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x}. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Budući da se od nas traži neodređenost u energiji koja je jednaka energiji mirovanja, koristimo relativističku vezu između energije i količine gibanja

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde je jasno da je veza između neodređenosti u energiji i količini gibanja,

$$(\Delta E)^2 = (\Delta pc)^2. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Prema tome, imamo

$$\Delta E = mc^2 \quad \rightsquigarrow \quad \Delta p = mc. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odnosno, minimalna neodređenost u položaju koja vodi do tražene neodređenosti u energiji je

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{mc}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Veličina $\hbar/(mc)$ se naziva Comptonova valna duljina. Ona nam govori da je neodređenost u energiji na tako niskim skalama dovoljno velika da može doći do spontanog stvaranja novih čestica. [2 BODA]

3. Prema zakonu radioaktivnog raspada, broj neraspadnutih jezgri u trenutku t je povezan s početnim brojem jezgri N_0 formulom

$$N(t) = N_0\, 2^{-t/T}, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

gdje je T vrijeme poluživota nestabilnih jezgri. Aktivnost uzorka u svakom trenu, $A(t)$ je broj jezgri koje se raspadnu u sekundi,

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\ln 2}{T} N(t). \qquad [4 \text{ BODA}]$$

Prema tome, aktivnost uzorka u početnom trenu je

$$A = \frac{\ln 2}{T} N(0) = \frac{\ln 2}{T} N_0, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

dok je aktivnost u uzorku izvađenom nakon nekog vremena

$$A' = \frac{\ln 2}{T} N(t) \times \frac{V'}{V} = \frac{V'}{V} \frac{\ln 2}{T} N_0\, 2^{-t/T}, \qquad [4 \text{ BODA}]$$

gdje je V'/V udio uzorka krvi u cijelom krvotoku. Ovdje smo pretpostavili da se radionukleid ravnomjerno proširio krvotokom. Sad možemo eliminirati nepoznanicu N_0 i dobiti ukupni volumen krvotoka

$$V = V' \frac{A}{A'} 2^{-t/T} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 6\,\mathrm{l}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

4. Dvije točkice boje na platnu možemo shvatiti kao dva odvojena izvora svjetlosti. Ako su točkice gusto poslagane, tada će dvije susjedne točkice biti udaljene za svoj promjer, d. Prema tome, moramo odrediti na kojoj će maksimalnoj udaljenosti od platna biti moguće razlučiti dva izvora svjetlosti na udaljenosti d, pod pretpostavkom da je platno točno ispred nas. [3 BODA]

   Da bismo to odredili, koristimo standardni uvjet razlučivosti koji kaže da su dva izvora svjetlosti razlučiva ako, iz točke promatranja, razapinju kut

$$\theta \geq 1.22\frac{\lambda}{D}, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

   gdje je λ valjna duljina svjetlosti, a D promjer otvora optičkog sustava, u ovom slučaju oka. Ako uvrstimo poznate veličine, lako je dobiti vrijednost minimalnog kuta θ_{min} pri kojem možemo (granično) razlučiti dva izvora svjetlosti

$$\begin{aligned}\theta_{\text{min}} &= 1.22\frac{\lambda}{D} \\ &= 1.53 \times 10^{-4}\,\text{rad}. \qquad [3 \text{ BODA}]\end{aligned}$$

   Vidimo da se radi o jako malom kutu, tako da u nastavku možemo koristiti aproksimaciju malog kuta. Ako se nalazimo na udaljenosti L od platna, te promatramo dvije točkice boje međusobno udaljene za d, vrijedi

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{d}{2L}, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

   odnosno, u aproksimaciji malog kuta

$$\theta \approx \frac{d}{L}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

   Prema tome, minimalna udaljenost na kojoj nećemo vidjeti zrnatu strukturu slike je

$$\begin{aligned}L_{\text{min}} &= \frac{d}{\theta_{\text{min}}} \\ &= 13.11\,\text{m}. \qquad [2 \text{ BODA}]\end{aligned}$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
19.-20. studenog 2020.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- jedna svijeća lučica
- krojački metar
- ravnalo
- kutomjer
- jedan bijeli papir A4
- milimetarski papir
- karton debljine do 2 mm, formata A4
- škare koje mogu rezati karton
- selotejp
- plastelin

Zadatak:

1. Istražite odnos upadnog kuta zraka svjetlosti, osvijetljenosti površine i udaljenosti od izvora tako da:

1.1.	Opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ……	4 boda
1.2.	Nacrtate skicu postupka s naznačenim dijelovima i veličinama ..	4 boda
1.3.	Sažeto opišete proces mjerenja ……..	3 boda
1.4.	Rezultate mjerenja za isti kut i tri različite udaljenosti prikažete tablično …….	2 boda
1.5.	Ponovite postupak i tablično prikažete rezultate mjerenja za različite kutove i iste udaljenosti kao pod 1.4. …….…….	4 boda
1.6.	Sažeto opišete proces računanja prije unosa eksperimentalnih vrijednosti u grafički prikaz ……	2 boda
1.7.	Na milimetarskom papiru nacrtate dijagram s minimalno 15 eksperimentalnih točaka ……..	6 bodova
1.8.	Analizirate eksperimentalne rezultate tako da navedete što je utjecalo na preciznost ……..	2 boda
1.9.	Izvedete zaključak u kojem ćete dobivene grafičke prikaze povezati s odgovarajućim algebarskim izrazom ……..	3 boda

Ukupno: …… **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
19. – 20. rujna 2020.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK – rješenje

1. Istražite odnos upadnog kuta zraka svjetlosti, osvijetljenosti površine i udaljenosti od izvora tako da:

1.1. Opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka …… 4 boda

Prostorni kut **Ω** koji emitira izvor svjetlosti jakosti **I** na udaljenosti **r** na površinu ploštine **A** definiramo izrazom:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \qquad (1)$$

Svjetlosni tok **ϕ** kojeg izvor jakosti I emitira u prostorni kut **Ω** definiramo izrazom:

$$\Phi = \Omega\, I \qquad (2)$$

Osvijetljenost neke površine je jedan luks ('lx') ako na svaki kvadratni metar te površine upada svjetlosni tok od jednog lumena ('lm'):

$$E = \frac{\phi}{A} \qquad (3)$$

Osvijetljenost ili iluminacija omjer je svjetlosnog toka **ϕ** i površine ploštine **A** koja sa zrakama iz izvora svjetlosti zatvara kut **α** :

$$E = \frac{\phi \cos\alpha}{r^2} \qquad (4)$$

Prema izrazima (1) i (2) definiramo osvijetljenost površine ploštine **A** kao omjer jakosti svjetlosnog izvora **I** i kvadrata udaljenosti $\mathbf{r^2}$ svjetlosnog izvora, pri čemu treba uzeti u obzir i kut **α** između zraka svjetlosti i površine:

$$E = \frac{I \cos\alpha}{r^2} \qquad (5)$$

U zadatku je potrebno eksperimentalno dokazati odnos upadnog kuta zraka svjetlosti i udaljenosti, te je stoga potrebno navesti relaciju (4) ili (5) i odnos (2 boda):

$$E \sim \frac{1}{r^2} \qquad (6)$$

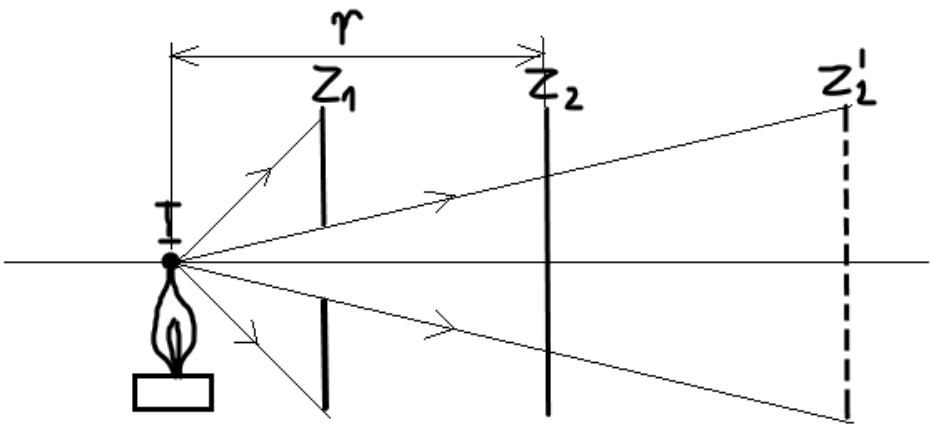
Potrebno je napisati i relaciju (3) i zatim istaknuti tražene međuodnose (2 boda):

$$E \sim \cos\alpha \qquad (7)$$

$$1/A \sim \cos\alpha \qquad (8)$$

1.2. Nacrtate skicu postupka s naznačenim dijelovima i veličinama ……. 4 boda

Skica na zoran način treba prikazati razmještaj elemenata u eksperimentalnom setu:



Potrebno je nacrtati i označiti: izvor svjetlosti (1 bod); zastori Z_1 i Z_2 (1 bod); udaljenost r (1 bod); put zraka svjetlosti (1 bod).

1.3. Sažeto opišete proces mjerenja …….. 3 boda

Priprema eksperimentalnog seta:

- krojački metar zalijepi se selotejpom za površinu stola tako da čini optičku os najmanje duljine 60 cm;
- lučica kao izvor svjetlosti postavi se na jednom kraju optičke osi;
- od plastelina se oblikovanjem pripreme držači za kartone koji čine zaslon;
- na prvom zaslonu nacrta se i izreže otvor kojem je potrebno točno odrediti površinu (1.6.);
- drugi zaslon je pravokutni karton na koji se selotejpom pričvrsti bijeli papir jednake veličine;
- zasloni se postavljaju pomoću držača od plastelina na krojački metar tako da je prvi zastor s otvorom okomit na optičku os tijekom svih mjerenja, dok se drugi zastor prvo postavlja okomito na tri različite udaljenosti, a zatim pod kutom kojeg je potrebno još četiri puta promijeniti na svakoj udaljenosti (minimalan broj eksperimentalnih točaka u grafičkom prikazu 1.7. je 15);
- za prvu seriju mjerenja (1.4.) oba zastora postavljena su okomito na izvor svjetlosti; za drugu seriju mjerenja (1.5.) na istoj udaljenosti potrebno je odrediti površinu osvijetljenosti za još četiri različita kuta drugog zastora;
- udaljenosti između izvora i zaslona potrebno je pažljivo namjestiti tako da rubovi sjene na drugom zastoru budu dovoljno oštri kako bi omogućili precizna mjerenja.

Mjerenja:

- udaljenost izvora do sredine zastora mjeri se ravnalom ili prema položaju na optičkoj osi – krojačkom metru, pri čemu se sa strane po stolu mogu olovkom povući pomoćne linije koje predstavljaju sredinu lučice i drugog zastora na različitim udaljenostima;
- rubovi geometrijskog oblika osvijetljene površine /sjene/ izravno se mjere ravnalom i zatim slijedi račun za površinu (1.6.);
- kut postavljanja drugog zaslona prema optičkoj osi može se mjeriti izravno postavljanjem kutomjera na gornji rub zaslona ili također iscrtavanjem na stolu pomoćnih linija za okomiti položaj i za novi položaj drugog zastora pod kutom.

Priznaje se i svaki drugi način rada koji dovodi do točnog fizikalnog zaključivanja.

1.4. Rezultate mjerenja za isti kut i tri različite udaljenosti prikažete tablično …. 2 boda

Prva tablica na organizirani način koji omogućuje preglednost i zornost (1 bod) sadrži:

- redni broj mjerenja, udaljenost zaslona i duljine rubova osvijetljenog lika na drugom zastoru prema geometrijskom obliku izrezanom na prvom zaslonu /duljine stranica za oblik kvadrata, pravokutnika ili trokuta/ (1 bod);
- preporuka je, radi veće zornosti, da u tablicu također budu upisani i izračunati podaci za površinu sjene.

1.5. Ponovite postupak i tablično prikažete rezultate mjerenja za različite kutove i iste udaljenosti kao pod 1.4. ……..……. 4 boda

Podaci izmjereni pod 1.5. mogu biti pregledno svrstani u novu tablicu ili zajedničku s rezultatima mjerenja pod 1.4. – jasno trebaju biti vidljive različite udaljenosti (1 bod) i različiti kutovi (1 bod), što znači da je ključna dobra organizacija tablice (1 bod) u kojoj bi trebale biti vidljive i vrijednosti koje će biti na koordinatnim osima za grafički prikaz (1 bod);

1.6. Sažeto opišete proces računanja prije unosa eksperimentalnih vrijednosti u grafički prikaz …… 2 boda

Radi veće zornosti, preporuka je skicirati otvor na prvom zaslonu koji će odrediti i oblik osvijetljenog lika na drugom, s oznakama bridova geometrijskog lika (rubova osvijetljene površine) kako su navedene u tabličnom prikazu – umjesto skice moguće je oblik lika i oznake mjerenih veličina opisati i riječima (1 bod) i zatim napisati i odgovarajući izraz pomoću kojeg se računa površina sjene (1 bod).

1.7. Na milimetarskom papiru nacrtate dijagram s minimalno 15 eksperimentalnih točaka ……. 6 bodova

Prema tekstu zadatka traži se jedan, sumarni dijagram za sva mjerenja, nacrtan uredno na milimetarskom papiru (1 bod); s točno navedenim veličinama i mjernim jedinicama **na y-osi - 1/A** (1 bod) i **x-osi – cos α** (1 bod).
Ovim načinom za parove površine **A** i kuta **α** za istu udaljenost u grafičkom prikazu bit će dobivene točke kroz koje se može provući pravac i dokazati linearna ovisnost veličina na koordinatnim osima; za tri različite udaljenosti potrebno je imati grupirane točke oko tri pravca (3 boda), za svaki po pet točaka; pravce nije potrebno izravno ucrtavati (zbog nepreciznosti mjerenja eksperimentalne točke imat će izražena manja ili veća odstupanja od pravca) iz razloga što bi se za to trebala koristiti metoda najmanjih kvadrata (čije algebarske izraze za određivanje jednadžbe pravca nije potrebno poznavati napamet) – moguće je, radi veće zornosti, točke koje predstavljaju isti set podataka istaknuti oznakom ili međusobno pravocrtno povezati.

1.8. Analizirate eksperimentalne rezultate tako da navedete što je utjecalo na preciznost mjerenja i rezultata …….. 2 boda

Jasno i opisno potrebno je navesti minimalno dvije različite uočene poteškoće koje su utjecale na preciznost mjerenja i time i na izgled grafičkog prikaza (svaka po 1 bod) – primjerice, što je poduzeto u postavljanju eksperimentalnog seta da se točno može mjeriti udaljenost izvora od zaslona (lučica ima promjer i držač od plastelina zauzima površinu, tako da je trebalo odrediti ishodišta za krajnje točke kod mjerenja udaljenosti); ili, npr., kako je pomoću pribora koji je na raspolaganju mjeren kut zakretanja zaslona.
Preporuka je navesti, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu, i načine kako bi se uspješnije mogao sastaviti novi eksperimentalni set i izvoditi potrebna mjerenja – u smisli što bi se moglo promijeniti i poboljšati, tj. napraviti drugačije.

1.9. Izvedete zaključak u kojem ćete eksperimentalne rezultate i grafički prikaz povezati s odgovarajućim algebarskim izrazom ……. 3 boda

Zaključak eksperimentalnog rada treba sadržavati odnos bitnih veličina za određivanje traženog međuodnosa – relacija (8) (1 bod), jasno navedenu poveznicu tog međuodnosa s veličinama na koordinatnim osima grafičkog prikaza – zbog čega su točke ucrtane za jednu udaljenost približno na istom pravcu, čime se dokazuje linearna ovisnost (1 bod) i kratak osvrt o eksperimentalnim odstupanjima u odnosu na očekivanu linearnu ovisnost – točke će biti grupirane na i oko pravca, a odstupanja će biti veća ukoliko je preciznost mjerenja manja (1 bod).

Ukupno: ……**30 bodova**