Državno natjecanje iz fizike 2020/2021
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

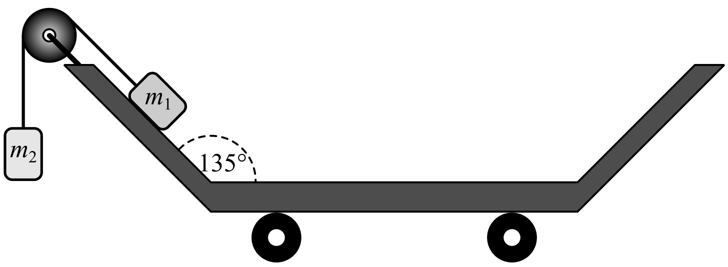
1. zadatak (18 bodova)

Gumeni metak ispaljen je prema automobilu koji se giba po ravnoj cesti stalnom brzinom 60 km/h. Prednje vjetrobransko staklo automobila zatvara kut 30° s horizontalom. Brzina metka u trenutku udara u vjetrobransko staklo automobila iznosi 14 km/h, a smjer brzine je horizontalan. Gumeni metak se elastično odbija od vjetrobranskog stakla. Točka udara nalazi na visini 1.5 m iznad tla. Zanemarite otpor zraka. Brzina automobila nakon sudara je nepromijenjena.

a) Izračunajte maksimalnu visinu u odnosu na tlo koju postiže metak za vrijeme leta.
b) U trenutku pada metka na tlo izračunajte horizontalnu udaljenost metka i automobila (tj. mjesta udara u vjetrobransko staklo automobila).
c) Skicirajte putanju metka za vrijeme leta kako ju vidi mirni promatrač na tlu. Na skici označite položaj automobila u trenutku pada metka na tlo. Izračunajte horizontalnu udaljenost položaja udara u vjetrobransko staklo i položaja pada na tlo i označite ju na skici.

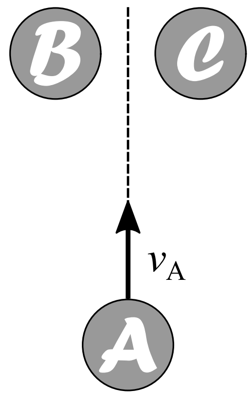
2. zadatak (17 bodova)

Na kolica, koja su na slici prikazana u mirovanju, djelujemo konstantnom silom uslijed čega se ona jednoliko ubrzano gibaju prema desno, ubrzanjem $a = \frac{3}{4}g$. Dva utega masa m_1 i m_2 povezana su nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Omjer masa utega jednak je $m_1 : m_2 = 2 : 1$. Odredite koliki treba biti koeficijent trenja između utega mase m_1 i kose stranice kolica da sustav utega miruje u odnosu na kolica.



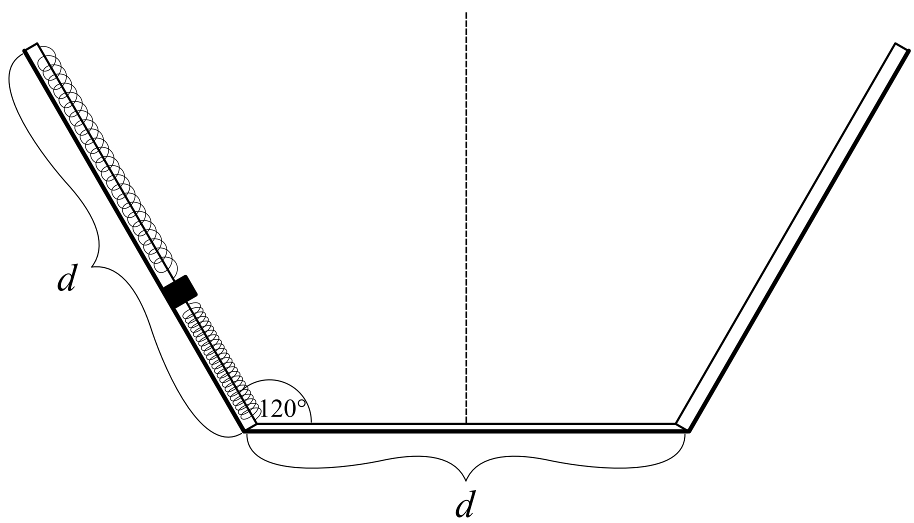
3. zadatak (17 bodova)

Tri identična novčića nalaze se na glatkoj horizontalnoj podlozi po kojoj mogu klizati bez trenja. Novčić A giba se brzinom v_A u smjeru prikazanom na slici, a novčići B i C miruju. Prije sudara udaljenost novčića B i C od pravca, po kojem se giba novčić A, je jednaka. Novčić A sudara se istovremeno s novčićima B i C. Sudar novčića je elastičan. Početna udaljenost središta novčića B i C je α puta veća od promjera novčića. Odredite brzinu novčića A nakon sudara i izrazite ju pomoću početne brzine novčića A i parametra α. Za koju vrijednost parametra α će novčić A mirovati nakon sudara?



4. zadatak (18 bodova)

Posuda u obliku krnjeg stošca postavljena je kao na slici. Unutar posude nalazi se sustav od dvije identične opruge konstante k i utega mase m. Uteg je pričvršćen za opruge kao što je prikazano na slici, a suprotni krajevi opruga su učvršćeni na rubovima posude. Sustav opruga i utega nalazi se na bezmasenoj šipki po kojoj uteg može klizati bez trenja. Kada cijeli sustav miruje, uteg se nalazi na visini $h_0 = d/2\sqrt{3}$ od dna posude (položaj je prikazan na slici). Kada posuda rotira stalnom kutnom brzinom ω oko vertikalne osi (prikazane isprekidanom linijom na slici), uteg miruje u odnosu na posudu na visini $2h_0$ u odnosu na dno posude. Uteg klizi po stijenci posude bez trenja. Masa opruga je zanemariva, a njihova nerastegnuta duljina je puno manja od d. Zanemarite dimenzije utega. Izračunajte kutnu brzinu ω, ako je $d = 75$ cm. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 9.81$ m/s^2.



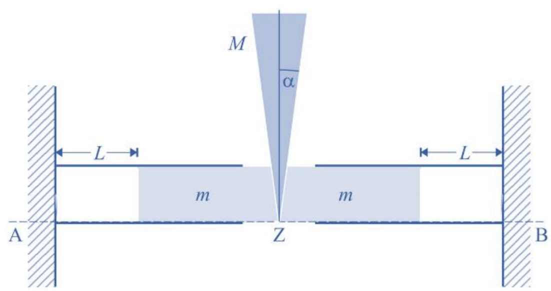
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 28.-29. 04. 2021.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. **zadatak** (20 bodova)

Klin mase M = 0.500 kg, oblika jednokrakog trokuta čiji je vrh pod kutom 2α = 15°, leži na dva klipa, svaki mase m = 0.200 kg, koji mogu kliziti unutar dva vodoravna cilindra. Stranice klipova u dodiru s klinom imaju isti nagib kao i njegove plohe. Svaki klip zatvara cilindar učvršćen na okomiti zid, cilindar sadrži 0.002 mola idealnog plina pri temperaturi od 300K. Pretpostavlja se da su sva moguća trenja zanemariva, da se tijekom procesa gibanja klipa temperatura plina ne mijenja i da se cijeli sustav nalazi u vakuumu. U početnoj situaciji vrh Z klina nalazi se na referentnoj crti AB, klip je udaljen L od zida, a klipovi su blokirani u položaju prikazanom na slici s dva graničnika (nisu prikazani).



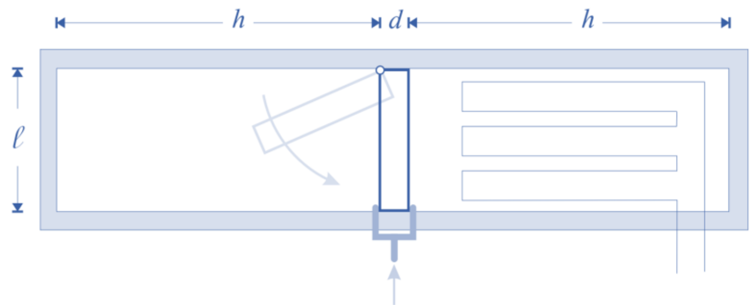
a. Izračunajte, u početnoj situaciji, iznos sile koju klin vrši na svaki klip.

Nakon uklanjanja graničnika, klin se spušta vrlo polako dok sustav ne dođe u ravnotežu.

b. Kolika je konačna udaljenost klipova od zida L_k (umjesto početne udaljenost L), i koliko se klin spustio prema dolje?
c. Izračunajte iznos sile kojom klin, točno u trenutku nakon što ga se pusti (odnosno u trenutku u kojem se uklone graničnici), djeluje na svaki klip, i iznos sile kojom svaki klip djeluje na cilindar (uzmite u obzir da je $L >> L_k$).

2. **zadatak** (16 bodova)

Unutrašnjost posude s izolacijskim zidovima kvadratnog presjeka duga je $2h + d$. Pregrada oblika kvadra sa stranicom l i debljinom d postavljena je tako da se spremnik dijeli na dva jednaka dijela, prilikom čega se pregrada može gibati pomoću panti na gornjoj strani.

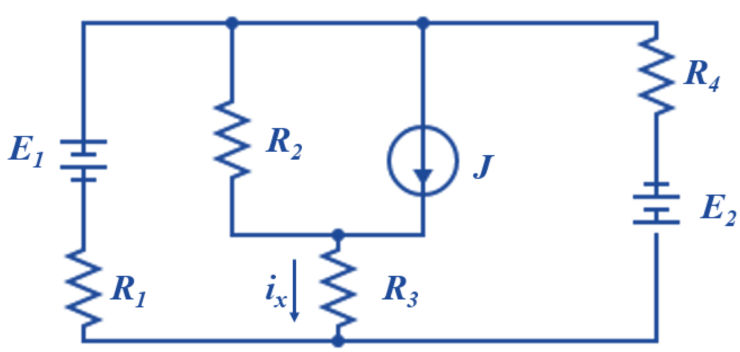


2n mola helija na temperaturi T_0 unese se u posudu i potom se pregrada polako spušta i učvršćuje klinom prikazanim na slici unutar posude je i električni grijač otpora r, čija je stvarna geometrija takva da može ravnomjerno zagrijavati plin koji se nalazi u desnoj komori; obujam koju zauzima grijač može se zanemariti. Toplinski kapaciteti grijaćeg elementa i pregrade su zanemarivi.
Električni je krug povezan izvorom napona E i to nakratko za vrijeme Δt. Pretpostavimo da u to vrijeme pregrada predstavlja dobar toplinski izolator između dvije komore; drugim riječima, koeficijent toplinske vodljivosti k pregrade je mala, ali tijekom dugog vremena nije zanemariva.

a. Nađite izraz za snagu P_r koju daje grijač i izračunajte T_1 temperaturu plina na kraju grijanja.
b. U smislu danih količina, izrazite silu kojom plin djeluje na pregradu odmah nakon isključenja grijača.
c. Izračunajte temperaturnu ravnotežnu T_R sustava (nakon termalizacije).

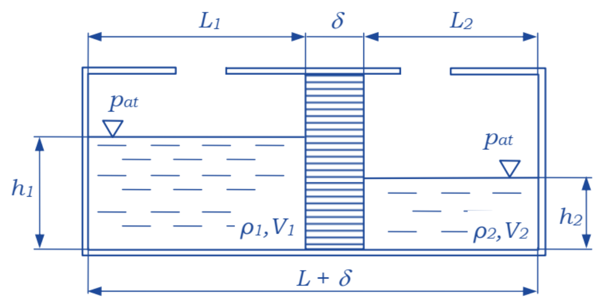
3. zadatak (15 bodova)

S obzirom na navedeni strujni krug koji sadrži izvor napona E_1 i E_2 i izvor konstante struje J, pronađite vrijednost struje i_x i snagu P_x koja se troši na R_3. Vrijednosti komponenti strujnog kruga su slijedeće R_1 = 4 Ω, R_2 = 2 Ω, R_3 = 6 Ω, R_4 = 8 Ω, E_1 = 40 V, E_2 = 32 V i J = 2 A. (Izvor struje J je uređaj koji uvijek daje zadanu struju, a napon na njemu je određen ostalim/vanjskim elementima u strujnom krugu.)



4. zadatak (19 bodova)

Posuda dimenzija ($L + \delta$) × B × H (H je ukupna visina posude) podijeljena je klipom koji se može kretati bez trenja kroz dvije komore. Ako se u lijevu komoru ulije volumen V_1 tekućine gustoće ρ_1, a u desnu volumen V_2 tekućine gustoće ρ_2, odredite izraz za visine h_1 i h_2 tekućina u ravnotežnom stanju i pripadne vrijednost ako je BxL= 1m^2, V_1=2m^3, V_2=1m^3 i ρ_2/ρ_1=0.5.



Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol, P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa, g = 9,81 m/s^2

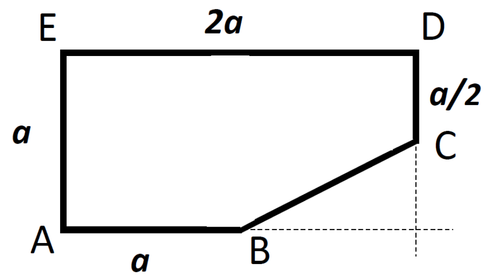
Državno natjecanje iz fizike, 2021.
Zadaci – 3. skupina

Zadatak 1 (14 bodova)

Izvor zvuka frekvencije f_0 giba se jednoliko pravocrtno brzinom v. Zvuk koji izvor odašilje odbija se od dvaju zidova, od kojih se jedan nalazi direktno ispred a drugi direktno iza izvora. Dvije nove frekvencije koje dopiru do izvora su u terci. Koliko iznosi brzina izvora. Terca označava odnos dvije frekvencije u omjeru 6:5. Brzina zvuka u zraku je $c = 330\ \mathrm{m/s}$.

Zadatak 2 (20 bodova)

Nepravilno homogeno tijelo ABCDE (na slici) stoji sa stranicom AB na ravnoj podlozi. Da li je tijelo stabilno? Obrazložite odgovor. Ako ga objesimo za točku D, koji kut će zatvarati smjer DE sa smjerom gravitacije?

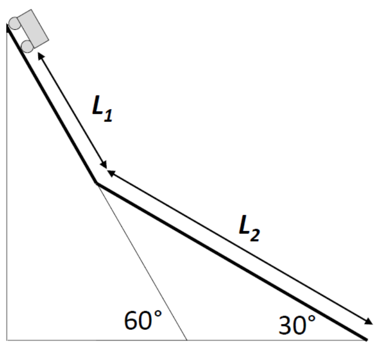


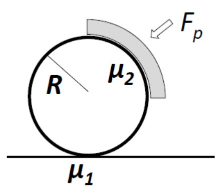
Zadatak 3 (14 bodova)

Uže duljine $L = 5$ m i mase $m = 5$ kg visi sa stropa školske dvorane. Dno užeta ne dotiče pod. Mala Monika zatitra uže na dnu, zbog čega po užetu krene putovati valni brijeg. Koliko vremena će proći da se valni brijeg odbije od stropa i vrati do dna užeta? Pretpostavite da se valni brijeg giba brzinom vala na užetu. Napomena: iako formula za brzinu vala ne vrijedi u ovom slučaju, još uvijek je vrlo dobra aproksimacija za valne duljine puno manje od duljine užeta, stoga ju možemo koristiti.

Zadatak 4 (22 boda)

Vagon mase $m = 236$ kg s četiri kotača nalazi se na vrhu kosine koja prvih $L_1 = 50$ m ima nagib $\alpha_1 = 60°$ a potom se idućih $L_2 = 100$ m zaravnava na kosinu nagiba $\alpha_2 = 30°$ (slika). Na četvrtinu svakog kotača prianjaju kočnice pritisnom silom F_p (slika,desno). Skiciraj sile na vagon, te sile i momente na kotač! Kolika mora biti konstantna sila kočenja F_p da se vagon zaustavi na kraju drugog dijela kosine, ako vagon u početku miruje na vrhu kosine? Faktor trenja između kotača i kočnice je $\mu_2 = 0.6$. Prijelaz između dva nagiba je dovoljno gladak da ne uzrokuje dodatne promjene gibanja kolica – iznos brzine koju kolica imaju tik prije prijelaza imaju i tik nakon prijelaza. Kotači ne proklizavaju tijekom gibanja kolica.





VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

On-line, 28.–29. travnja 2021.

Srednje škole - 4. skupina

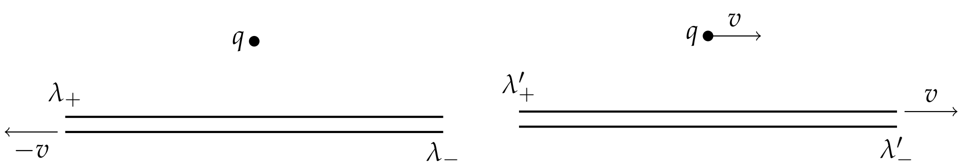
1. Svjetlost koja se sastoji od dvije monokromatske komponente valnih duljina λ i λ' upada okomito na difrakcijsku rešetku konstante $d = 1.7\,\mu\mathrm{m}$, te se mjere maksimumi difrakcije (s iste strane središnjeg maksimuma) na pripadnim kutovima α_k i α'_k. Mjerenjima je utvrđeno da vrijedi $\alpha_2 - \alpha'_1 = 8°$, te $\alpha_3 = \alpha'_2$. Iz ovih podataka odredite λ i λ' te sve kutove na kojima se javljaju difrakcijski maksimumi.

[16 BODOVA]

2. Promotrimo jako dugi neutralni ravni vodič koji nosi struju I iz perspektive nekog laboratorijskog sustava S. Takav vodič možemo modelirati kao superpoziciju pozitivno nabijenog pravca homogene linearne gustoće naboja λ_+ koji miruje i negativno nabijenog pravca gustoće $\lambda_- = -\lambda_+$ koji se giba brzinom $-v$ kao na slici i stvara struju $I = -\lambda_- v$. Ako se u blizini takvog vodiča, na udaljenosti d, nalazi mirujući točkasti naboj q, tada su električna i magnetska sila na taj naboj jednake nuli. Međutim, ako istu situaciju pogledamo iz drugog inercijalnog sustava S' u kojem negativno nabijeni pravac miruje, a pozitivno nabijeni pravac i točkasti naboj se gibaju brzinom v udesno, tada, naizgled, na naboj q u gibanju djeluje samo magnetska sila, pa bi se naboj trebao otkloniti od vodiča.

   Da biste riješili ovaj paradoks, pretpostavite da je sila na točkasti naboj dana izrazom $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ u svim inercijalnim sustavima, ali da gustoća naboja pravca ovisi o brzini kojom se pravac giba na način $\lambda(v) = \lambda_0 f(v)$, gdje je λ_0 gustoća naboja u sustavu mirovanja. Iz uvjeta da se točkasti naboj ne udaljava od vodiča u oba referentna sustava, odredite oblik funkcije $f(v)$.

   Električno polje pravca je $E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$, gdje je λ linearna gustoća naboja, a r udaljenost od pravca.



(a) Sustav S (b) Sustav S'

[20 BODOVA]

3. Elektron se nalazi u $n = 5$ energijskom stanju vodikovog atoma. Odredite na koliko se različitih načina elektron može spustiti u osnovno $n = 1$ stanje. Koliko je različitih valnih duljina fotona moguće opaziti u tom procesu? Odredite im vrijednosti u nanometrima.

   Atomski su prijelazi često uvjetovani tzv. izbornim pravilima. Kako bi se promjenio rezultat prvog dijela zadatka, ako elektronski prijelazi između dva stanja $n \to m$ moraju zadovoljavati izborno pravilo prema kojem brojevi n i m moraju biti različite parnosti? Energija osnovnog stanja vodikovog atoma iznosi $E = -13.6\,\mathrm{eV}$.

[20 BODOVA]

Okrenite stranicu ⟶

4. Banana srednje veličine sadrži $m = 425\,\mathrm{mg}$ kalija, od čega 0.012% u obliku radioaktivnog izotopa vremena poluraspada $T = 1.25 \times 10^9$ godina. Odredite koliko banana čovjek smije pojesti odjednom prije nego osjeti efekte radioaktivnog zračenja. Zračenje aktivnosti $A_0 = 5 \times 10^8\,\mathrm{Bq}$ smatra se opasnim. Molarna masa radioaktivnog izotopa kalija je $M = 40\,\mathrm{g/mol}$.

[14 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- Planckova konstanta: $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} = 4.14 \times 10^{-15}\,\mathrm{eV\,s}$;
- Avogadrova konstanta: $N_\mathrm{A} = 6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$;

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Državno natjecanje iz fizike 2020/2021
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (18 bodova)

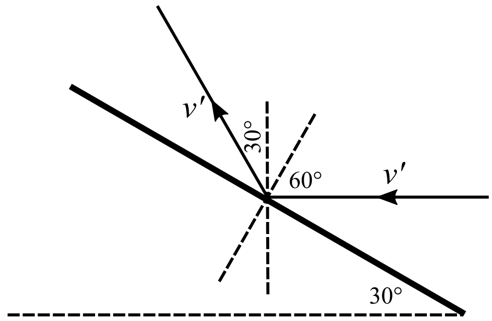
Definirajmo koordinatni sustav mirnog promatrača tako da je u njemu brzina automobila u pozitivnom smjeru x-osi tj. $\vec{v}_A = v_A\hat{x}$. Tada je brzina metka u mirnom sustavu neposredno prije udara u vjetrobransko staklo automobila $\vec{v} = -v\hat{x}$. U sustavu, koji se giba brzinom automobila u odnosu na mirni sustav, brzina gumenog metka neposredno prije udara u vjetrobransko staklo je:

$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_A$

$\vec{v}' = -\left(v + v_A\right)\hat{x}$

$v' = -\left(v + v_A\right) = -74$ km/h. **(1 bod)**

Prilikom sudara gumeni metak se odbija od vjetrobranskog stakla pod istim kutem pod kojim i upada (vidi sliku). Neposredno nakon sudara horizontalna i vertikalna komponenta brzine metka su:



$v'_{x0} = -\dfrac{1}{2}\left|v'\right| = -37$ km/h **(1 bod)**

$v'_{y0} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left|v'\right| = 64.1$ km/h **(1 bod)**

Komponente brzine metka u sustavu mirnog promatrača na tlu jednake su:

$v_{x0} = v'_{x0} + v_A = 23$ km/h **(1 bod)**

$v_{y0} = v'_{y0}$ **(1 bod)**

Maksimalna visina, koju postiže metak, jednaka je:

$h_{max} = h_0 + \dfrac{v_{y0}^2}{2g}$

$h_{max} = 1.5\text{ m} + 16.2\text{ m} = 17.7\text{ m}$ **(3 boda)**

Vrijeme potrebno da metak padne na tlo jednako je zbroju vremena potrebnog do maksimalne visine i vremena pada s maksimalne visine na tlo. Najprije odredimo vrijeme potrebno da postigne maksimalnu visinu:

$v_y(t) = v_{y0} - gt$

U najvišoj točki putanje $v_y = 0$ pa slijedi:

$t_1 = \dfrac{v_{y0}}{g} = 64.1 \cdot \dfrac{1000}{3600}\text{ m/s} \cdot \dfrac{1}{9.81\text{ m/s}^2} = 1.82\text{ s}$ **(1 bod)**

Vrijeme pada s visine h_{max} jednako je:

$h_{max} = \dfrac{1}{2}gt_2^2$

$t_2 = \sqrt{\dfrac{2h_{max}}{g}} = 1.9\text{ s}$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme potrebno da metak padne na tlo jednako je:

$t_{pad} = t_1 + t_2 = 3.72$ s. **(1 bod)**

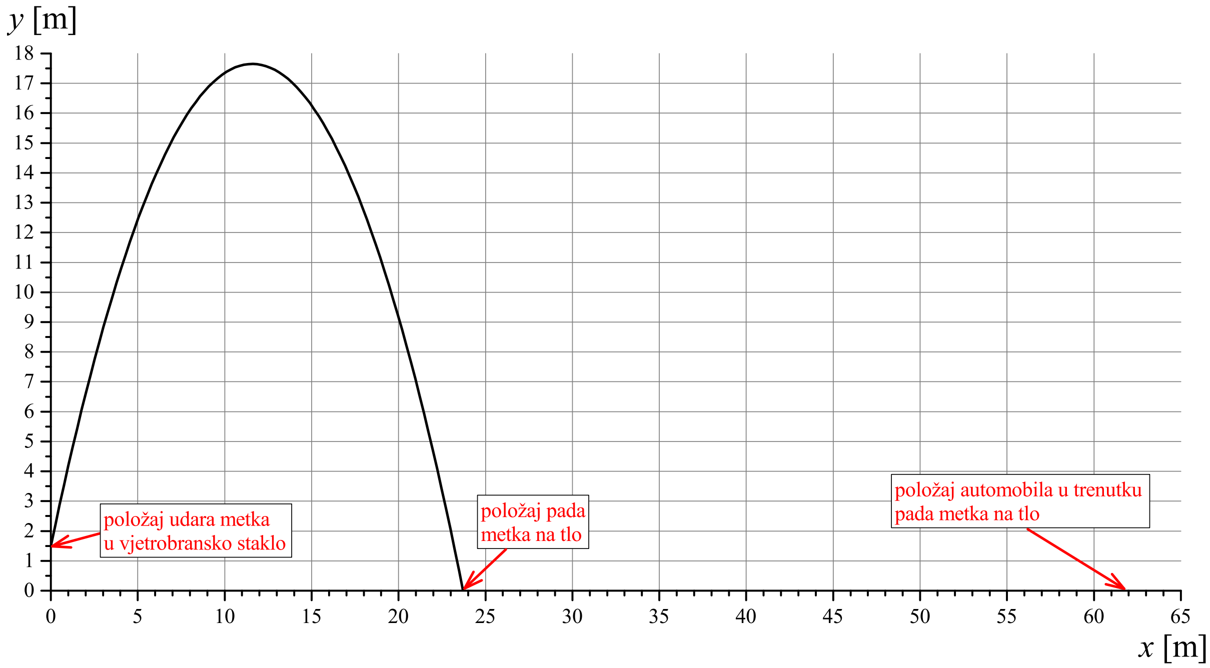
U tom vremenu metak će prijeći horizontalnu udaljenost:

$d = v_{x0}t_{pad} = 23 \cdot \dfrac{1000}{3600}\text{ m/s} \cdot 3.72\text{ s} = 23.8\text{ m.}$ **(1 bod)**

U istom vremenu automobil će prijeći horizontalnu udaljenost:

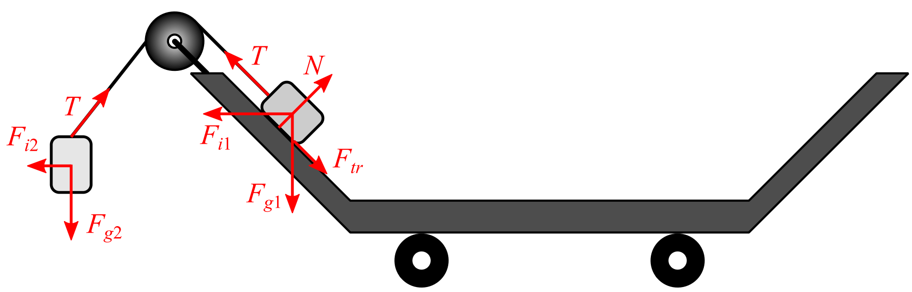
$d = v_At_{pad} = 60 \cdot \dfrac{1000}{3600}\text{ m/s} \cdot 3.72\text{ s} = 62\text{ m.}$ **(1 bod)**

Horizontalna udaljenost metka i automobila u trenutku pada metka na tlo jednaka je $\Delta x = 62\text{ m} - 23.8\text{ m} = 38.2\text{ m}$, što se može izračunati i kao $v'_{x0}t_{pad} = 38.2\text{ m}$. **(1 bod)** Skica putanje i traženih položaja dana je na sljedećoj slici. (Točna skica putanje: **2 boda**, točno označeni položaji metka i automobila: **2 boda**).



2. zadatak (17 bodova)

Na slici su prikazane sile koje djeluju na oba utega u sustavu kolica (**2 boda** za dijagram sila). Pretpostavimo da bi se u slučaju gibanja utega u odnosu na kolica uteg mase m_1 gibao uz kosu stranicu kolica. Kut koji kosina kolica zatvara s horizintalom je 45°.



Drugi Newtonov zakon za uteg mase m_1 (u slučaju mirovanja u odnosu na kolica) pišemo po komponentama paralelno i okomito na kosinu:

$0 = T + \frac{\sqrt{2}}{2}F_{i1} - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{g1} - F_{tr}$ **(1 bod)**

$0 = N - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{i1} - \frac{\sqrt{2}}{2}F_{g1}$ **(1 bod)**

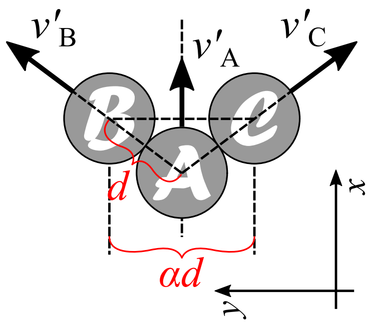
Drugi Newtonov zakon za uteg mase m_2 (u slučaju mirovanja u odnosu na kolica) pišemo po komponentama paralelno i okomito na horizontalnu podlogu:

$0 = T_x - F_{i2}$ **(1 bod)**

$0 = T_y - F_{g2}$ **(1 bod)**

Inercijalna sila na utege je: $F_{i1} = m_1 a$, $F_{i2} = m_2 a$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem u jednadžbe za uteg mase m_2 dobije se:
$0 = T_x - m_2 a$
$0 = T_y - m_2 g$
Sada možemo izračunati napetost užeta T:
$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = m_2\sqrt{a^2+g^2} = m_2\sqrt{\frac{9}{16}g^2 + g^2} = \frac{5}{4}m_2 g$. **(2 boda)**
U jednadžbe za uteg mase m_1 uvrstimo napetost užeta T, izraz za inercijalnu silu F_{i1} i silu trenja $F_{tr} = \mu N$ **(1 bod)**:
$0 = \frac{5}{4}m_2 g + \frac{\sqrt{2}}{2}m_1 a - \frac{\sqrt{2}}{2}m_1 g - \mu N$
$0 = N - \frac{\sqrt{2}}{2}m_1 a - \frac{\sqrt{2}}{2}m_1 g$
Iz druge jednadžbe slijedi da je sila reakcije podloge N jednaka:
$N = \frac{\sqrt{2}}{2}m_1(a+g) = \frac{\sqrt{2}}{2}m_1\frac{7}{4}g = \frac{7\sqrt{2}}{8}m_1 g$ **(3 boda)**
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$\mu\frac{7\sqrt{2}}{8}m_1 g = \frac{5}{4}m_2 g + \frac{\sqrt{2}}{2}m_1(a-g)$
$\mu\frac{7\sqrt{2}}{8}m_1 g = \frac{5}{4}m_2 g - \frac{\sqrt{2}}{8}m_1 g$
$\mu = \frac{10}{7\sqrt{2}}\frac{m_2}{m_1} - \frac{1}{7}$
$\mu = \frac{1}{7}\left(\frac{5}{\sqrt{2}} - 1\right) = 0.362$ **(4 boda)**

3. zadatak (17 bodova)

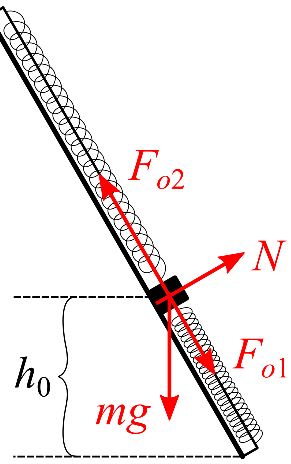


Novčići B i C dobit će brzinu u smjeru spojnice središta novčića s novčićem A tj. okomito na tangentu na obod novčića u točki dodira s novčićem A (vidi sliku). Zbog simetrije problema iznosi brzina novčića B i C nakon sudara bit će jednaki $v'_B = v'_C = v'$. **(1 bod)**
Zakon očuvanja količine gibanja za ovaj sudar napišemo po komponentama u koordinatnom sustavu:
$mv_A = mv'_A + mv'_{Bx} + mv'_{Cx}$ **(1 bod)**
$0 = mv'_{By} - mv'_{Cy}$ **(1 bod)**
Zakon očuvanja energije glasi:
$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_A'^2 + \frac{1}{2}mv_B'^2 + \frac{1}{2}mv_C'^2$ **(2 boda)**
Nakon sređivanja dobiju se sljedeće jednadžbe:
$v_A = v'_A + 2v'_x$ **(1 bod)**
$v_A^2 = v_A'^2 + 2v'^2$ **(1 bod)**
Pomoću sličnosti trokuta dobije se da vrijedi:
$\frac{v'_y}{v'} = \frac{\frac{1}{2}\alpha d}{d}$ **(2 boda)**
Prema tome komponente brzine novčića B i C nakon sudara izrazimo na sljedeći način:
$v'_y = \frac{1}{2}\alpha v'$, $v'_x = \sqrt{v'^2 - v_y'^2} = v'\sqrt{1 - \frac{1}{4}\alpha^2}$ **(2 boda)**

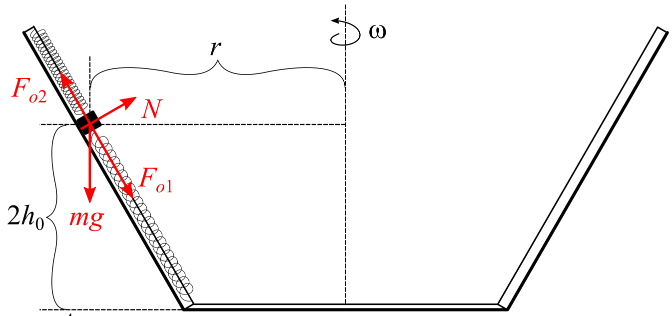
Dalje rješavamo sustav jednadžbi:
$v_A - v_A' = 2v_x'$
$v_A^2 - v_A'^2 = (v_A - v_A')(v_A + v_A') = 2v'^2$
Prvu jednadžbu kvadriramo i uvrstimo izraz za v_x':
$(v_A - v_A')^2 = 4v'^2\left(1 - \frac{1}{4}\alpha^2\right)$
Iz druge jednadžbe uvrstimo v'^2:
$(v_A - v_A')^2 = 2(v_A - v_A')(v_A + v_A')\left(1 - \frac{1}{4}\alpha^2\right)$
$v_A'\left(2 - \frac{1}{2}\alpha^2 + 1\right) = v_A\left(1 - 2 + \frac{1}{2}\alpha^2\right)$
$v_A'(6 - \alpha^2) = v_A(\alpha^2 - 2)$
Slijedi da je brzina novčića A nakon sudara:
$v_A' = v_A\frac{\alpha^2 - 2}{6 - \alpha^2}$ **(4 boda)**
Novčić A miruje nakon sudara kada je ispunjen uvjet:
$v_A' = 0 \;\Rightarrow\; \alpha^2 - 2 = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = \sqrt{2}$ **(2 boda)**

4. zadatak (18 bodova)

Sve sile, koje djeluju na uteg u početnom položaju prikazane su na slici desno. Kut između kose stranice posude i vertikale je 30°. Iz uvjeta da uteg miruje slijedi sljedeća jednadžba za smjer paralelan kosini:



$0 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} + F_{o1} - F_{o2}$ **(1 bod)**
Sile opruge F_{o1} i F_{o2} jednake su:
$F_{o1} = k(l_1 - l_0)$, $F_{o2} = k(l_2 - l_0)$ **(1 bod)**, gdje je l_0 duljina nerastegnute opruge. Na slici se može vidjeti da vrijedi:
$h_0 = \frac{d}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}l_1$,
slijedi da je $l_1 = \frac{1}{3}d$. **(1 bod)**
Duljina $l_2 = d - l_1 = \frac{2}{3}d$. **(1 bod)**
Uvrstimo u početnu jednadžbu:
$0 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} + k\left(\frac{1}{3}d - l_0\right) - k\left(\frac{2}{3}d - l_0\right)$
$\frac{1}{3}kd = mg\frac{\sqrt{3}}{2}$
$k = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{mg}{d}$ **(2 boda)**
U slučaju kada posuda rotira položaj utega i sve sile koje djeluju na uteg prikazane su na slici desno. Zbroj svih sila na tijelo jednak je centripetalnoj sili. Drugi Newtonov zakon napišemo po komponentama:



$F_{cp} = N\frac{\sqrt{3}}{2} + F'_{o1}\frac{1}{2} - F'_{o2}\frac{1}{2}$, **(1 bod)**
$mg + F'_{o1}\frac{\sqrt{3}}{2} = N\frac{1}{2} + F'_{o2}\frac{\sqrt{3}}{2}$. **(1 bod)**
Sile opruge sada su jednake: $F'_{o1} = k\left(l'_1 - l_0\right)$, $F'_{o2} = k\left(l'_2 - l_0\right)$, gdje je:
$l'_1 = 2h_0\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}d$,
$l'_2 = d - l'_1 = \frac{1}{3}d$. **(1 bod)**
Uvrstimo u drugu jednadžbu:
$mg + k\left(\frac{2}{3}d - l_0 - \frac{1}{3}d + l_0\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = N\frac{1}{2}$
$N = 2mg + \frac{1}{\sqrt{3}}kd$
$N = 2mg + \frac{d}{\sqrt{3}}\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{mg}{d}$
$N = \frac{7}{2}mg$ **(2 boda)**
Centripetalna sila je $F_{cp} = m\frac{v^2}{r}$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem izraza za F_{cp} i N u prvu jednadžbu dobije se:
$m\frac{v^2}{r} = \frac{7}{2}mg\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3}kd\frac{1}{2}$
$m\frac{v^2}{r} = \frac{7\sqrt{3}}{4}mg + \frac{1}{6}\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{mg}{d}d$
$\frac{v^2}{r} = 2\sqrt{3}g$ **(2 boda)**
Brzina kružnog gibanja jednaka je $v = r\omega$, a polumjer gibanja je jednak:
$r = \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}l'_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)d = \frac{5}{6}d$ **(1 bod)**.
Uvrštavanjem slijedi:
$\frac{5}{6}d\omega^2 = 2\sqrt{3}g$
$\omega^2 = \frac{12\sqrt{3}}{5}\frac{g}{d} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{5}\frac{g}{d}} = 7.4\ \mathrm{rad/s}$ **(3 boda)**

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. **Zadatak** (20 bodova)

Kretanje jednog klipa simetrično je kretanju drugog, biti će dovoljno opisati gibanje samo jednog. Iz istog razloga uputit ćemo se samo na desni cilindar čija se kompresija ovija na *x* osi.

a. Težina klina *F* i dvije sile F_1 i F_2 koje djeluju na klip, obje okomite na stijenke, djeluju na klin. Simetrijom će uvijek biti $F_{2,x} = -F_{1,x}$ i $F_{2,y} = F_{1,y}$.

U ravnoteži:

$$\vec{F} + \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 0$$ **(2 boda)**

Duž *x* osi ravnoteža se osigurava simetrijom, dok je duž osi y, označavajući sa F_p zajedničku vrijednost F_1 i F_2, možemo pisati:

$F - 2F_\mathrm{p} sin\alpha = 0$ slijedi $F_p = \frac{Mg}{2sin\alpha}$

Iz trećeg Newtonovog zakona, sila F_k kojom klin djeluje na klip po iznosu je jednaka onoj koju klip djeluje na klin. Slijedi:

$$F_k = F_p = \frac{Mg}{2sin\alpha} = 18.78\ N$$ **(2 boda)**

b. Za desni klip se smatra da je u položaju postignute ravnoteže. Na njega djeluju četiri sile: njegova težina *F*, sila F_k koja djeluje na klin, sila *N* između cilindra i klipa te sila plina F_m koja djeluje zbog kompresije. Uvjet ravnoteže klipa je:

$$\vec{F} + \overrightarrow{F_\mathrm{k}} + \vec{N} + \overrightarrow{F_\mathrm{m}} = 0$$ **(2 boda)**

Nametanjem ravnoteže na vodoravnu os, ako nazovemo položaj ravnoteže klipa L_k.

$$F_k \cos\alpha - F_m = 0$$ **(2 boda)**

Iz jednadžbe stanja idealnog plina:

$$p_k V_k = nRT_k \quad gdje\ T_k = T_P = T$$

$$\frac{F_m}{S} L_k S = nRT$$

Slijedi

$$F_k \cos\alpha - \frac{nRT}{L_k} = 0$$

Vrijednost F_k jednaka je izračunatoj u prethodnom pitanju. Dakle slijedi:

$$L_k F_k \cos\alpha = nRT$$

$$L_k = \frac{nRT}{F_k \cos\alpha} = \frac{nRT}{\frac{Mg}{2\sin\alpha}\cos\alpha} = \frac{2nRT\tan\alpha}{Mg} = 26.76\ cm$$ **(2 boda)**

Budući da se klin oslanja na klip, svaki pomak *x* klipa povezan je s odgovarajućom *y* relacijom:

$$y_k = \frac{L_k}{tan\alpha} = 203\ cm$$ **(2 boda)**

c. Ako su a_k i a_p ubrzanja klina i desnog klipa, duž njihovih smjerova kretanja, pišemo Newtonov drugi zakon za dva predmeta, u obliku komponenta. U početnoj situaciji, budući da plin nije komprimiran.

Za klin vrijedi:

$$x: F_1 \cos\alpha - F_2 \cos\alpha = 0$$

$$y: Mg - 2F_{\mathrm{p}} sin\alpha = Ma_{\mathrm{k}}$$ **(2 boda)**

Za klip vrijedi:

$$x:\ F_k cos\,\alpha - F_m = ma_p \quad sa \quad F_k = F_p \quad i \quad F_m = 0\ jer\ L >> L_k$$

$$y: mg - N + F_k sin\alpha = 0$$ **(2 boda)**

Iz prethodne relacije za pomake klina duž x i y osi možemo također dobiti za ubrzanja:

$$a_{\mathrm{k}} = \frac{1}{tan\alpha} a_{\mathrm{p}}$$

Rješavajući sustav jednadžbi možemo dobiti silu kojom klin djeluje na klip.

$$F_{\mathrm{k}} = \frac{Mmg sin\alpha}{M\cos^2\alpha + 2m sin^2\alpha} = 0.257\ \mathrm{N}$$ **(2 boda)**

I silu kojem cilindar djeluje na klip.

$$F_{\mathrm{g}} = N = mg\left(\frac{M + 2m sin^2\alpha}{M\cos^2\alpha + 2m sin^2\alpha}\right) = 1.995\ \mathrm{N}$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (16 bodova)

a. Snaga koju daje grijač je $P_r = E^2/r$ (Joulov efekt); stoga količina topline koju grijač oslobađa vremenu Δt je $Q = E^2\Delta t/r$.
Budući da se tok topline kroz pregradu može zanemariti na kratko vrijeme, toplina koju isporučuje grijač povećava temperaturu plina za količinu ΔT zadanu kao $Q = nc_V \Delta T$ gdje je c_V = 3R/2, jer je mono atomski plin. **(2 boda)**
Dakle:
$$\Delta T = \frac{Q}{nc_V} = \frac{E^2\Delta t}{r}\frac{2}{3Rn} \quad \text{iz čega} \quad T_1 = T_0 + \frac{2E^2}{3Rnr}\Delta t$$ **(4 bodova)**

b. Čim se grijaći element isključi, količine plina u dvije komore su na temperaturi T_0 i T_1; tlakovi su

$$p_0 = \frac{nRT_0}{hl^2} \quad \text{i} \quad p_1 = \frac{nRT_1}{hl^2}$$

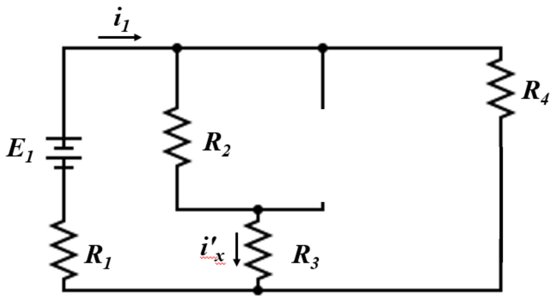
Dakle sila uzrokovana razlikom tlakova je

$$F_p = l^2\Delta p = \frac{nR\Delta T}{h} = \frac{2\mathcal{E}^2}{3hr}\Delta t$$ **(6 bodova)**

c. Budući da je ukupna unutarnja energija očuvana, a količine plina jednake, konačna temperatura dobiti će se aritmetičkom sredinom početnih temperatura

$$T_{\mathrm{eq}} = \frac{1}{2}(T_0 + T_1)$$ **(4 bodova)**

3. Zadatak (15 bodova)
Možemo riješiti strujni krug tako da uzmemo u obzir pojedinačni efekt izvora i onda sumiramo.



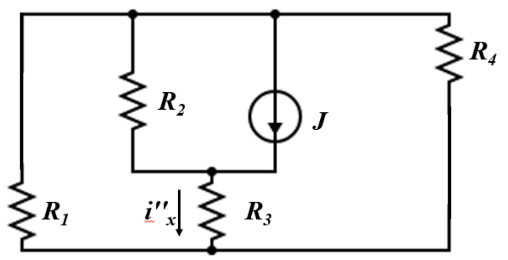
Prvi efekt:

$$i_1 = \frac{E_1}{R_1 + [(R_2+R_3)||R_4]} = \frac{40V}{4\Omega + [(2\Omega + 6\Omega)||8\Omega]} = 5A$$

$$i'_x = i_1\frac{R_4}{R_2+R_3+R_4} = 5A\frac{8\Omega}{2\Omega+6\Omega+8\Omega} = 2.5A$$

(4 bodova)

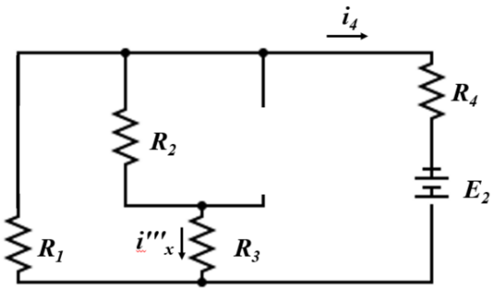
Drugi efekt:



$$i_x'' = J\frac{R_2}{R_2+R_3+(R_4||R_1)} = 2A\frac{2\Omega}{2\Omega+6\Omega+(4\Omega|V8\Omega)} = 0.375A$$

(4 bodova)

Treći efekt:



$$i_4 = \frac{E_2}{R_4 + [(R_3+R_2)|R_1]} = \frac{32V}{8\Omega + [(6\Omega+2\Omega)|4\Omega]} = 3A$$

$$i_x''' = -i_4\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3} = -3A\frac{4\Omega}{4\Omega+2\Omega+6\Omega} = -1A$$

(4 bodova)

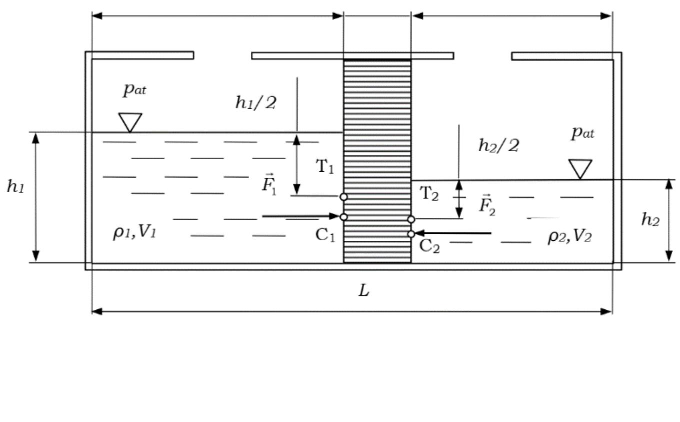
Dakle ukupno ima:

$$i_x = i_x' + i_x'' + i_x''' = 2.5A + 0.375A - 1A = 1.875A$$

$$P_x = R_3 \cdot i_x^2 = 21.1W$$ **(3 boda)**

4. Zadatak (19 bodova)

Iz uvjeta ravnoteže sile proizlazi:



$$F_1 = F_2$$

$$F_1 = p_{T1}A_1 = \rho_1 g\frac{h_1}{2}h_1 B = \frac{1}{2}\rho_1 g h_1^2 B$$

$$F_2 = p_{T2}A_2 = \rho_2 g\frac{h_2}{2}h_2 B = \frac{1}{2}\rho_2 g h_2^2 B$$

Ako postavimo F_1=F_2

$$\frac{1}{2}\rho_1 g h_1^2 B = \frac{1}{2}\rho_2 g h_2^2 B$$

Dakle

$$\frac{h_1}{h_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$ **(5 bodova)**

Ako uzmemo u obzir volumene tekućina i spremnika možemo pisati:

$$V_1 = B h_1 L_1, \text{odnosno } \frac{V_1}{h_1} = B L_1$$
$$V_2 = B h_2 L_2, \text{odnosno } \frac{V_2}{h_2} = B L_2$$
$$L = L_1 + L_2$$ **(5 bodova)**

Iz čega slijedi

$$\frac{V_1}{h_1} + \frac{V_2}{h_2} = BL$$

Konačno iz prethodnih jednadžbi dobije se:

$$h_1 = \frac{V_1 + V_2\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}}{BL} \qquad h_2 = \frac{V_1\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} + V_2}{BL}$$ **(5 bodova)**

dakle

$h_1 = 2.71$ m $\qquad h_2 = 3.83$ m **(4 boda)**

Državno natjecanje iz fizike, 2021.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (14 bodova)

Promatramo zvuk ispred i iza izvora. Ispred izvora, frekvencija zvuka je povišena za: **(1 bod)**

$$f_I = f_0 \frac{c}{c - v}$$

gdje je v brzina izvora, a c brzina zvuka u zraku. Iza izvora, frekvencija je snižena za: **(1 bod)**

$$f_{II} = f_0 \frac{c}{c + v}$$

Odbijanjem od zid, efektivno sada izvor postaje opažač, a zid novi "izvor". Stoga je val koji dolazi u susret izvoru-opažaču: **(4 boda)**

$$f_f = f_I \frac{c + v}{c}$$

a val koji stiže izvor:

$$f_r = f_{II} \frac{c - v}{c}$$

Uvrštavanjem, pišemo:

$$\frac{f_f}{f_r} = \left(\frac{c + v}{c - v}\right)^2 = \frac{6}{5}$$

Zadnju jednakost smo uvrstili iz uvjeta zadatka. Rješavanjem dobijemo kvadratnu jednadžbu po v: **(2 boda)**

$$v^2 - 22cv + c^2 = 0$$

Dva su moguća rješenja jednadžbe: **(2 boda)**

$$v_{1,2} = 11c \pm 11c\sqrt{\frac{120}{121}}$$

No, rješenje s $+$ nije fizikalno jer predstavlja brzinu veću od zvuka. U tom slučaju zvuk f_I ne bi bio ispred izvora, pa ne bi bilo ni f_f odbijenog zvuka, kao što ni zvuk f_r ne bi mogao stići izvor. Prema tome, jedino rješenje je: **(2 boda)**

$$v = 11c\left(1 - \sqrt{\frac{120}{121}}\right)$$

Uvrštavanjem vrijednosti dobijemo izraz za brzinu: $v = 15.03\ \mathrm{m/s}$. **(2 boda)**

Zadatak 2 (20 bodova)

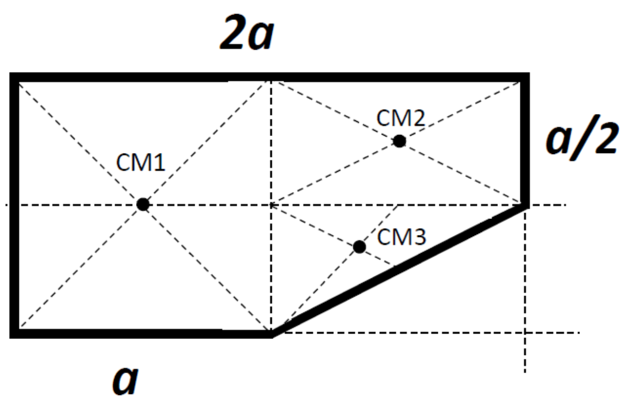
Da bismo odredili da li je tijelo stabilno, moramo naći položaj centra mase. **(1 bod)**

Za ovakvo nepravilno tijelo ukupni centar mase možemo izračunati uzimajući pravilne dijelove tijela kao točkaste mase na položaju njihovih centara masa. **(2 boda)**

Na slici je tijelo ABCDE podijeljeno na tri pravilna tijela te su označeni njihovi centri masa s koordinatama CM1 (x_1, y_1), CM2 (x_2, y_2), CM3 (x_3, y_3). Ukupni položaj centra mase je tada: **(1 bod)**

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

S obzirom da je tijelo homogeno, mase dijelova su proporcionalne površini tijela, za dio x



vrijedi: $m_x = \sigma S_x$, gdje je σ površinska gustoća tijela a S_x površina dijela x. Lako nađemo mase svih djelova: **(2 boda)**

$$m_1 = \sigma a^2 \; ; \quad m_2 = \sigma \frac{a^2}{2} \; ; \quad m_3 = \sigma \frac{a^2}{4}$$

Uvrštavajući, sada izraz za centar mase postaje: **(2 boda)**

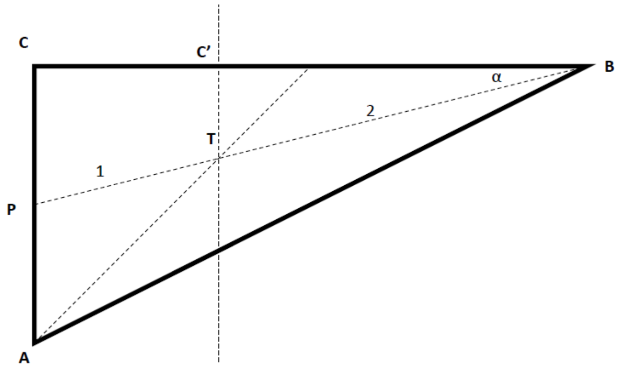
$$x_{cm} = \frac{4}{7}x_1 + \frac{2}{7}x_2 + \frac{1}{7}x_3 \; ; \quad y_{cm} = \frac{4}{7}y_1 + \frac{2}{7}y_2 + \frac{1}{7}y_3$$

Radi lakšeg snalaženja, postavit ćemo ishodište koordinatnog sustava u točku A. Dužina AB će biti duž smjera osi x, a dužina AE duž smjera osi y. Trivijalno je tada naći koordinate CM1 i CM2: **(2 boda)**

$$x_1 = \frac{a}{2} \; ; \quad y_1 = \frac{a}{2} \; ; \quad x_2 = \frac{3a}{2} \; ; \quad y_2 = \frac{3a}{4}$$

Za CM3 promotrimo trokut ABC na slici. Centar mase trokuta nalazi se u težištu T, koje se nalazi u sjecištu težišnica trokuta. **(1 bod)**
Važno je spomenuti da težište dijeli svaku težišnicu na dva dijela, omjera duljina 2:1 (kao što je naznačeno za težišnicu iz vrha B). **(1 bod)**

Koristeći taj podatak, promotrimo trokute PBC i TBC′ na slici. Radi se o sličnim trokutima (isti kut u vrhu B i dvije paralelne stranice). Za slične trokute vrijedi da omjeri duljina jedne stranice odgovaraju omjerima drugih stranica. Na taj način, možemo vidjeti da je omjer |PB|:|A′B| = 3:2.



Taj isti omjer stoga vrijedi i za |PC|:|TC′| te |BC|:|BC′|. Vrijedi:

$$|\mathrm{TC}'| = \frac{2}{3}|\mathrm{PC}| = \frac{2}{3}\frac{a}{4} = \frac{a}{6} \;\Rightarrow y_3 = \frac{a}{2} - \frac{a}{6} = \frac{a}{3}$$

te, slično,

$$x_3 = \frac{4a}{3}$$

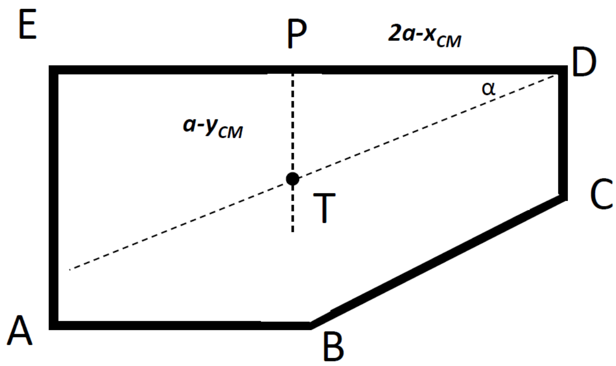
Stoga su koordinate CM: **(3 boda)**

$$x_{cm} = \frac{19}{21}a \; ; \quad y_{cm} = \frac{23}{42}a$$

Vidimo da se CM nalazi lijevo od polovine tijela ($x_{cm} < a$), iznad stranice AB kojom se tijelo naslanja na podlogu. To znači da ne postoji moment sile koji će htjeti nagnuti tijelo na brid BC. Tijelo je stabilno. **(2 boda)**

Kada tijelo ABCDE objesimo za točku D, vertikalno ispod tijela će se nalaziti centar mase. **(1 bod)**
Na slici možemo vidjeti trokut TDP kojem možemo izračunati duljine kateta. Dužina TD je u smjeru gravitacije a DP je istog smjera kao i DE. Traženi kut α možemo dobiti iz trigonometrije kuta: **(2 boda)**

$$\tan\alpha = \frac{a - y_{CM}}{2a - x_{CM}} \;\Rightarrow \alpha = 22.4°$$



Zadatak 3 (14 bodova)

Brzina vala na užetu dana je s $v = \sqrt{T/\mu}$ gdje je T napetost užeta a $\mu = m/L$ linearna gustoća užeta. **(2 boda)**

Ova formula ne vrijedi jer napetost užeta T ovisi o položaju užeta, tj. $T = T(x)$, no u zadatku uzimamo da je formula dobra aproksimacija. Uzmimo da je koordinata $x = 0$ na dnu užeta te $x = L$ na stropu. Tada na nekoj visini x promatramo dijelić užeta. Napetost tog dijela jednaka je masi užeta ispod njega koji ga napinje. Ispod njega se nalazi duljina x užeta, čija je masa $m_x = \mu x$. Stoga je $T = m_x g = \mu x g$. Brzina je tada dana s: **(4 boda)**

$$v = \sqrt{\frac{\mu x g}{\mu}} = \sqrt{gx}$$

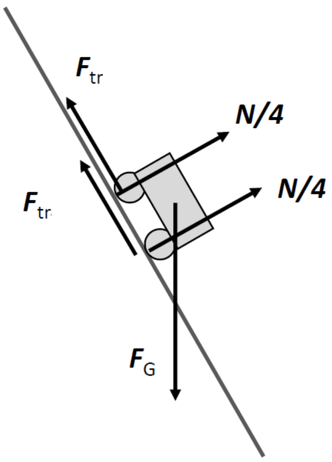
Primjetimo sličnost izrazu za jednoliko ubrzano gibanje: $v = \sqrt{2ax}$. **(4 boda)**
Vidimo da je gibanje brijega po užetu jednaku jednolikom ubrzanom gibanju uz zamjenu $2a = g$.

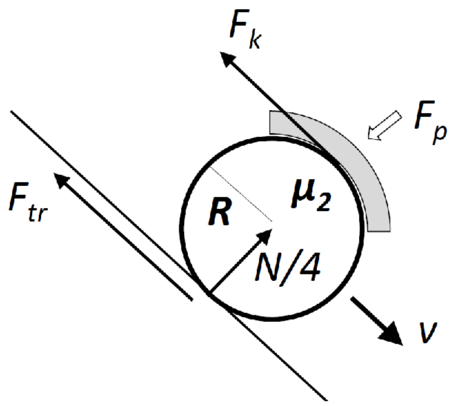
Duljina trajanja ukupnog putovanja vala, do stropa i natrag, jednaka je rješenju iz gibanja: **(2 boda)**

$$t = 2\sqrt{\frac{2L}{a}} = 2\sqrt{\frac{4L}{g}}$$

Rješenje je dakle $t = 2.86$ s. **(2 boda)**

Zadatak 4 (22 boda)





Skicirajmo prvo sile na kolica. Gravitacijska sila djeluje na centar mase cijelih kolica, dok otpor podloge N i sila trenja F_{tr} djeluju na svaki kotač pojedino. Ovdje smo odabrali da je ukupna sila trenja na kolica $4F_{tr}$, pa je na svakom kotaču F_{tr}. Isto tako, odabrali smo za otpor podloge drugačiji pristup, gdje je ukupni otpor podloge N, što znači da je na pojedini kotač $N/4$. Oba pristupa su valjana za obje vrste sila, dok je god dalje račun konzistentan. **(3 boda)**
Povežimo dalje rotaciju kotača i kočionu silu F_k sa gibanjem kolica i silom trenja F_{tr}. Za svaki pojedini kotač možemo raspisati sile koje djeluju na njega, kao na slici. Na slici je ucrtan i smjer gibanja cijelih kolica, v, koji ćemo koristiti kako bi odredili pozitivne smjerove gibanja i rotacije. Na kotač djeluju dvije sile koje uzrokuju rotaciju kotača, a to su F_k i F_{tr}. Sila otpora podloge $N/4$ prolazi kroz centar rotacije kotača, stoga ne uzrokuje moment. F_k pokušava okrenuti kotač suprotno od smjera v, pa ćemo taj moment uzeti s

negativnim predznakom. F_{tr} je stoga povezan s momentom pozitivnog predznaka. Veza pritisne sile i kočione je sila trenja kotača s kočionim tijelom: **(4 boda)**

$$F_{tr} = \mu_2 F_p$$

Silu trenja potrebnu da se kolica zaustave nakon prijeđenog puta $L_1 + L_2$ najlakše ćemo dobiti preko zakona očuvanja energije. Kolika spuštanjem niz kosinu gube gravitacijsko potencijalnu energiju koja se pretvara u kinetičku i troši kao rad trenja. S obzirom da kolica miruju na početku i na kraju, sva razlika u energiji je otišla na trenje kočenja, stoga: **(3 boda)**

$$E_{gp} = 4W_k$$

Za rad kočenja promotrimo put koji je tijelo prošlo i silu kočenja koja je djelovala na tom putu. S obzirom da je sila kočenja F_k djelovala na kotač, možemo promotriti kružni izraz za rad: **(3 boda)**

$$W = M_k \varphi = \mu_2 F_p \left(L_1 + L_2\right)$$

Drugi izraz je uvrštavanje ukupnog kuta kotača tokom gibanja, a to je upravo $\varphi = R\left(L_1 + L_2\right)$. **(2 boda)**

Pišemo zoe: **(2 boda)**

$$mg\left(L_1 \sin\alpha_1 + L_2 \sin\alpha_2\right) = 4\mu_2 F_p \left(L_1 + L_2\right)$$

Konačno: **(3 boda)**

$$F_p = \frac{mg}{4\mu_2} \frac{L_1 \sin\alpha_1 + L_2 \sin\alpha_2}{L_1 + L_2}$$

Dobivena pritisna sila je $F_p = 600$ N. **(2 boda)**

Napomena: ovaj zadatak se može riješiti i iz jednadžbe gibanja.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

On-line, 28.–29. travnja 2021.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Označimo s α_n kutove koji odgovaraju difrakcijskim maksimumima svjetlosti valne duljine λ, a s α'_n pripadne kutove koji odgovaraju svjetlosti valne duljine λ'. Ovi kutovi su određeni uvjetima

$$\begin{aligned} d\sin\alpha_n &= n\lambda, \\ d\sin\alpha'_m &= m\lambda'. \end{aligned} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Iz uvjeta $\alpha_3 = \alpha'_2$ odmah možemo zaključiti kako se odnose valne duljine

$$3\lambda = 2\lambda' \quad \rightsquigarrow \quad \lambda' = \eta\lambda. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Ovdje smo uveli pokratu $\eta = \lambda'/\lambda = 1.5$. U zadatku nam je zadan kut

$$\beta = \alpha_n - \alpha'_m.$$

za $n = 2$ i $m = 1$. Ove kutove možemo povezati i kombinirajući jednadžbe koje određuju difrakcijske maksimume

$$\frac{1}{n}\sin\alpha_n = \frac{1}{\eta m}\sin\alpha'_m. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Ako uvrstimo $\alpha_n = \beta + \alpha'_m$, dolazimo do jednadžbe iz koje možemo odrediti kut α_n,

$$\operatorname{tg}\alpha'_m = \frac{\eta m \sin\beta}{n - \eta m\cos\beta}. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Konkretno,

$$\alpha'_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{1.5\sin\beta}{2 - 1.5\cos\beta}\right) = 22.1°. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Sad možemo odmah odrediti i valne duljine svjetlosti

$$\lambda' = d\sin\alpha'_1 = 639.6\,\text{nm}, \quad \lambda = \frac{2}{3}\lambda' = 426.4\,\text{nm}. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Prema tome, svi difrakcijski maksimumi se nalaze na kutovima

$$\begin{aligned} \alpha_1 = 14.5°, \quad \alpha_2 = 30.1°, \quad \alpha_3 = 48.8°, \\ \alpha'_1 = 22.1°, \quad \alpha'_2 = 48.8°. \end{aligned} \qquad [3 \text{ BODA}]$$

2. U sustavu S' pripadne gustoće naboja su

$$\lambda'_{+} = f(v)\lambda_{+}, \quad \lambda'_{-} = \frac{\lambda_{-}}{f(v)} = -\frac{\lambda_{+}}{f(v)}, \qquad [4 \text{ BODA}]$$

jer se sada pozitivan pravac giba, a negativan miruje. Prema tome, električna sila na naboj je

$$F_{\mathrm{e}} = \frac{q\lambda_{+}}{2\pi\epsilon_0 d}\left[f(v) - \frac{1}{f(v)}\right] = \frac{q\lambda_{+}}{2\pi\epsilon_0 d}\frac{f(v)^2 - 1}{f(v)}. \qquad [4 \text{ BODA}]$$

S druge strane, struja u sustavu S' je

$$I' = \lambda'_{+}v = \lambda_{+}f(v)v, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

i ona je uzrok magnetske sile na naboj q

$$F_{\mathrm{m}} = \frac{\mu_0 I'}{2\pi d}(qv) = \frac{\mu_0 q\lambda_{+}}{2\pi d}f(v)v^2. \qquad [4 \text{ BODA}]$$

Da se naboj ne bi udaljavao od vodiča, ove dvije sile moraju biti iste, ali suprotnog smjera, što je lako utvrditi da je ispunjeno koristeći pravilo desne ruke. [2 BODA]

Prema tome, kad izjednačimo sile, dobijemo traženi oblik funkcije $f(v)$

$$f(v)^2 - 1 = f(v)^2(\mu_0\epsilon_0 v^2) \quad \rightsquigarrow \quad f(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu_0\epsilon_0 v^2}}. \qquad [4 \text{ BODA}]$$

Kako je $\mu_0\epsilon_0 = 1/c^2$, vidimo da se radi o Lorentzovom faktoru $f(v) = \gamma(v)$.

3. Bez ikakvih izbornih pravila, elektronski prijelazi se mogu dogoditi između bilo koja dva energijska stanja. Prema tome, ako je početno stanje $n = 5$, a konačno $m = 1$, mogući su sljedeći prijelazi, sveukupno njih osam

$$\begin{gathered} 5 \to 1 \\ 5 \to 2 \to 1, \quad 5 \to 3 \to 1, \quad 5 \to 4 \to 1 \\ 5 \to 4 \to 3 \to 1, \quad 5 \to 4 \to 2 \to 1, \quad 5 \to 3 \to 2 \to 1 \\ 5 \to 4 \to 3 \to 2 \to 1 \end{gathered}$$

[4 BODA]

U ovim se prijelazima oslobađa sveukupno deset fotona različitih valnih duljina, a koje računamo po formuli

$$\lambda_{n\to m} = \frac{hc}{E_n - E_m} = \frac{hc}{E/n^2 - E/m^2} = \frac{n^2m^2}{n^2 - m^2}\frac{hc}{-E}.$$

[4 BODA]

Dobivene vrijednosti za valne su

$$\begin{gathered} \lambda_{5\to1} = 95\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{4\to1} = 98\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{3\to1} = 103\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{2\to1} = 122\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{5\to2} = 435\,\mathrm{nm}, \\ \lambda_{4\to2} = 488\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{3\to2} = 658\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{5\to3} = 1285\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{4\to3} = 1880\,\mathrm{nm}, \quad \lambda_{5\to4} = 4063\,\mathrm{nm}. \end{gathered}$$

[10 BODOVA]

Ako nametnemo izborno pravilo da prijelazi elektrona moraju povezati stanja različite parnosti, moramo eliminirati prijelaze $5 \to 3$, $5 \to 1$, $4 \to 2$ i $3 \to 1$, a time i pripadne fotone. Dakle, u slučaju izbornog pravila možemo opaziti samo šest od početnih deset fotona, a koji su rezultati sljedećih triju prijelaza

$$5 \to 2 \to 1, \quad 5 \to 4 \to 1, \quad 5 \to 4 \to 3 \to 2 \to 1.$$

[2 BODA]

4. Masa radioaktivnog izotopa kalija u jednoj banani je

$$m' = m \times 0.00012 = 5.1 \times 10^{-8}\,\mathrm{kg}.$$ [3 BODA]

Toj masi odgovara broj radioaktivnih jezgri

$$N = \frac{m'}{M} N_\mathrm{A} = 7.68 \times 10^{17}.$$ [3 BODA]

Poznavajući vrijeme poluraspada, možemo odrediti aktivnost jedne banane

$$A = N \frac{\ln 2}{T} = 13.5\,\mathrm{Bq}.$$ [4 BODA]

Prema tome, čovjek bi odjednom trebao pojesti

$$n = \frac{A_0}{A} = 3.7 \times 10^{7}$$ [4 BODA]

banana da osjeti posljedice radioaktivnosti.