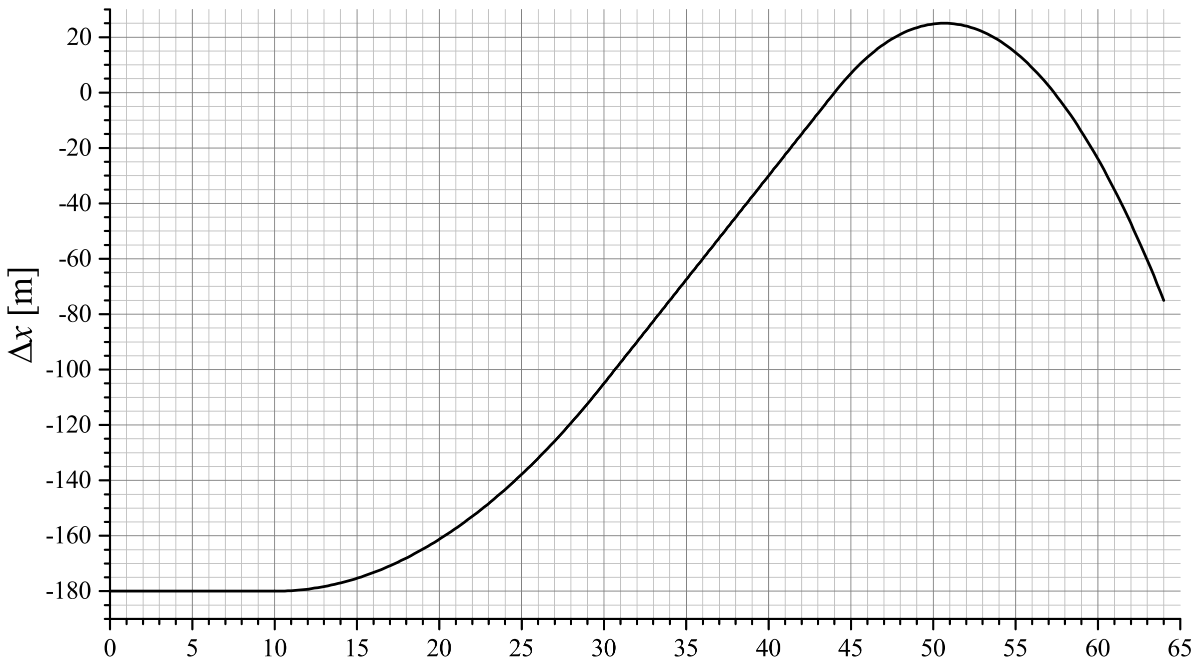
Županijsko natjecanje iz fizike 2020/2021
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (12 bodova)

Automobil i kamion gibaju se po ravnoj cesti u istom smjeru jednolikim brzinama. Na grafu je prikazana ovisnost relativnog položaja automobila u odnosu na položaj kamiona o vremenu. U trenutku $t = 10$ s automobil počinje jednoliko ubrzavati. U trenutku, kada se udaljenost automobila od kamiona smanji za 5/12 početne udaljenosti, automobil prestaje ubrzavati i nastavlja se gibati jednoliko. U trenutku kada dostigne kamion, automobil počinje jednoliko usporavati, te se tako giba do zaustavljanja (zadnja točka na grafu).

a) Izračunajte ubrzanje automobila za vrijeme jednoliko ubrzanog i usporenog gibanja.
b) Prikažite ovisnost brzine automobila i kamiona o vremenu na istom $v(t)$ grafu.
c) Izračunajte srednju brzinu gibanja automobila.



2. zadatak (9 bodova)

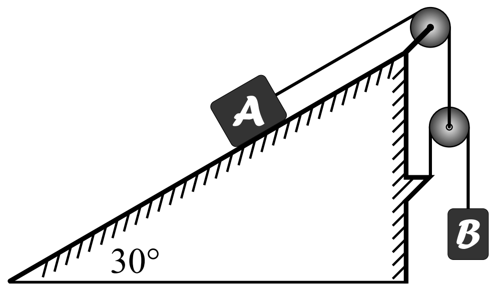
Dizalo u zgradi visoko je 2.7 m. U određenom trenutku dizalo se počinje gibati prema gore jednolikim ubrzanjem 1.2 m/s^2. Dvije sekunde nakon početka gibanja dizala sa stropa dizala odvoji se vijak i počne padati.

a) Izračunajte vrijeme potrebno da vijak padne na pod dizala.
b) Izračunajte pomak vijka od trenutka odvajanja do pada, u referentnom sustavu zgrade.
c) Izračunajte ukupni put koji je prešao vijak od trenutka odvajanja do pada.

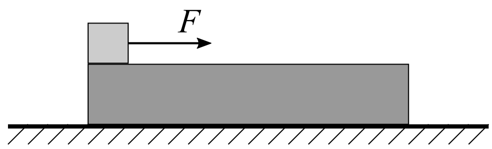
Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 9.81$ m/s^2.

3. zadatak (9 bodova)

U sustavu prikazanom na slici koloture su zanemarive mase, uže je nerastezljivo i zanemarive mase, a trenje između svih površina je zanemarivo. Omjer masa tijela A i B iznosi $m_A/m_B = 2$. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja tijela A i B.



4. zadatak (11 bodova)

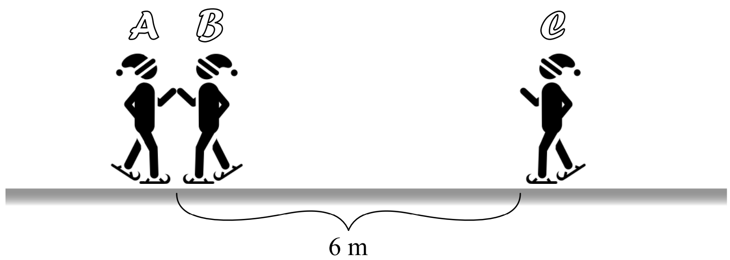


Veliki kvadar duljine 2 m i mase 10 kg nalazi se na horizontalnoj podlozi. Na velikom kvadru nalazi se mali kvadar mase 1 kg. U početnom trenutku sustav miruje. Na mali kvadar djeluje stalna sila $F = 4.5$ N u smjeru prikazanom na slici. Mali kvadar može klizati po velikom kvadru, a koeficijent trenja između njihovih površina iznosi 0.22. Trenje između velikog kvadra i horizontalne podloge je zanemarivo. Zanemarite dimanzije malog kvadra. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Izračunajte vrijeme potrebno da mali kvadar dođe do suprotnog kraja velikog kvadra.

b) Izračunajte pomak velikog kvadra po horizontalnoj podlozi u vremenu određenom u a) dijelu zadatka.

5. zadatak (9 bodova)



Tri klizača A, B i C nalaze se pravcu na zaleđenoj horizontalnoj površini, kao što je prikazano na slici. Mase klizača A i C su jednake, dok je masa klizača B jednaka 2/3 mase klizača A. U početnom trenutku sva tri klizača miruju, a zatim se klizači A i B odgurnu se jedan od drugoga zbog čega se klizač B giba prema klizaču C brzinom 1.2 m/s. Prilikom "sudara" klizača B s klizačem C i oni se odgunu jedan od drugoga. Sedam sekunde nakon početka gibanja međusobna udaljenost klizača A i C iznosi 13 m.

a) Izračunajte brzine (iznos i smjer) svih klizača nakon svih "sudara".

b) Izračunajte položaj klizača B sedam sekunde nakon početka gibanja u odnosu na početni položaj.

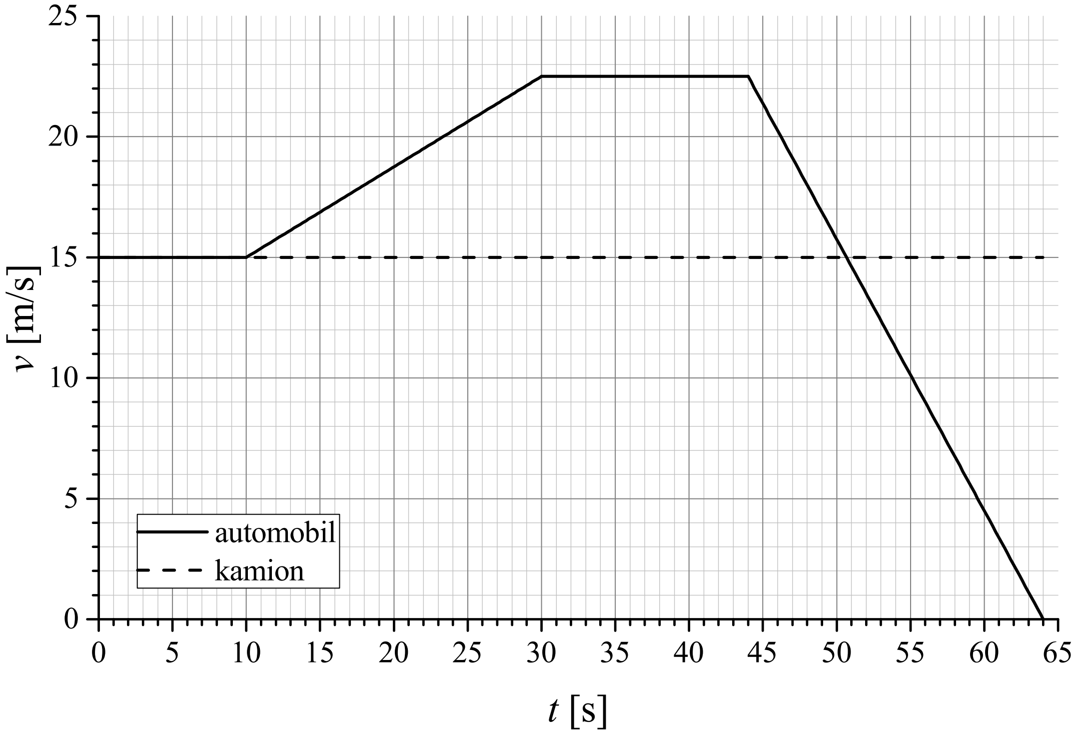
Trenje na zaleđenoj površini je zanemarivo, kao i otpor zraka. Zanemarite dimenzije klizača. Pretpostavite da "sudari" klizača traju zanemarivo kratko.

Županijsko natjecanje iz fizike 2020/2021
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (12 bodova)

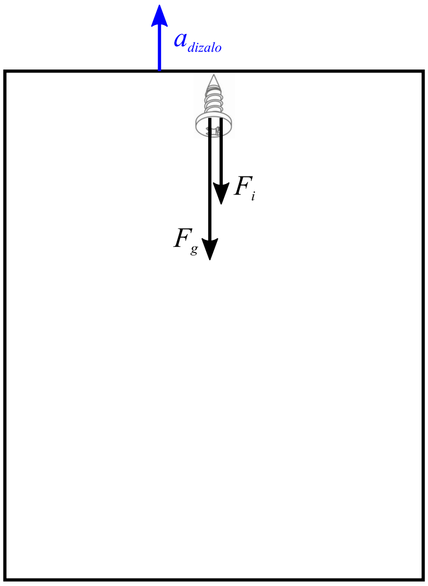
S grafa možemo očitati da početna udaljenost automobila i kamiona 180 m. Također možemo zaključiti da su njihove brzine u prvih 10 s gibanja jednake. Automobil ubrzava dok se njegova početna udaljenost od kamiona ne smanji za $5/12 \cdot (180\ \mathrm{m}) = 75\ \mathrm{m}$. U tom trenutku položaj automobila u odnosu na položaj kamiona iznosi $-180\ \mathrm{m} + 75\ \mathrm{m} = -105\ \mathrm{m}$. **(1 bod)** Na grafu očitamo da to odgovara trenutku $t = 30\ \mathrm{s}$. **(1 bod)** Za gibanje automobila i kamiona od $t = 10\ \mathrm{s}$ do $t = 30\ \mathrm{s}$ vrijede sljedeće jednadžbe:
$v_A(t) = v_0 + a_1 t$,
$v_K(t) = v_0$,
$x_A(t) = -180\ \mathrm{m} + v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$,
$x_K(t) = v_0 t$.
Relativni položaj automobila u odnosu na kamion je:
$\Delta x(t) = x_A(t) - x_K(t) = -180\ \mathrm{m} + \frac{1}{2} a_1 t^2$. **(1 bod)**
Relativna brzina automobila u odnosu na kamion je:
$v_{rel}(t) = v_A(t) - v_K(t) = a_1 t$.
Uvrštavanjem $\Delta x(20\ \mathrm{s}) = -105\ \mathrm{m}$ dobije se:
$-105\ \mathrm{m} = -180\ \mathrm{m} + \frac{1}{2} a_1 t^2 \ \Rightarrow\ a_1 = \frac{2 \cdot 75\ \mathrm{m}}{(20\ \mathrm{s})^2} = 0.375\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Na kraju jednoliko ubrzanog gibanja automobila relativna brzina iznosi: $v_{rel} = a_1 \cdot 20\ \mathrm{s} = 7.5\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**
Na grafu možemo očitati da jednoliko usporeno gibanje automobila traje od $t = 44\ \mathrm{s}$ do $t = 64\ \mathrm{s}$. Na kraju tog gibanja relativni položaj automobila u odnosu na kamion je $\Delta x(64\ \mathrm{s}) = -75\ \mathrm{m}$. Za gibanje od $t = 44\ \mathrm{s}$ vrijedi jednadžba:
$\Delta x(t) = v_{rel} t - \frac{1}{2} a_2 t^2$.
Uvrštavanjem poznatih veličina dobijemo:
$-75\ \mathrm{m} = 7.5\ \mathrm{m/s} \cdot 20\ \mathrm{s} - \frac{1}{2} a_2 \cdot (20\ \mathrm{s})^2 \ \Rightarrow\ a_2 = \frac{2 \cdot 225\ \mathrm{m}}{400\ \mathrm{s^2}} = 1.125\ \mathrm{m/s^2}$. **(2 boda)**
Automobil se u posljednjem razdoblju giba jednoliko usporeno od početne brzine $v'_A = v_0 + v_{rel}$ do zaustavljanja. Vrijedi:
$0 = v'_A - a_2 t \ \Rightarrow\ v'_A = a_2 t = 1.125\ \mathrm{m/s^2} \cdot 20\ \mathrm{s} = 22.5\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**
Slijedi da je brzina kamiona:
$v_0 = v'_A - v_{rel} = 15\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**
Postavimo ishodište koordinatnog sustava u početni položaj kamiona. Konačni položaj kamiona je:
$x_{K,kon} = x_K(64\ \mathrm{s}) = v_0 \cdot 64\ \mathrm{s} = 960\ \mathrm{m}$.
Relativni položaj automobila u odnosu na položaj kamiona u svakom trenutku je jednak: $\Delta x = x_A - x_K$. Prema tome, početni i konačni položaj automobila jednaki su:
$x_{A,poc} = x_{K,poc} + \Delta x_{poc} = -180\ \mathrm{m}$, $x_{A,kon} = x_{K,kon} + \Delta x_{kon} = 960\ \mathrm{m} - 75\ \mathrm{m} = 885\ \mathrm{m}$.
Prema tome, automobil je ukupno prešao put $x_{A,kon} - x_{A,poc} = 1065\ \mathrm{m}$. Srednja brzina automobila jednaka je:
$\bar{v}_A = \frac{1065\ \mathrm{m}}{64\ \mathrm{s}} = 16.64\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**

Ovisnost brzine automobila i kamiona o vremenu: **(2 boda)**

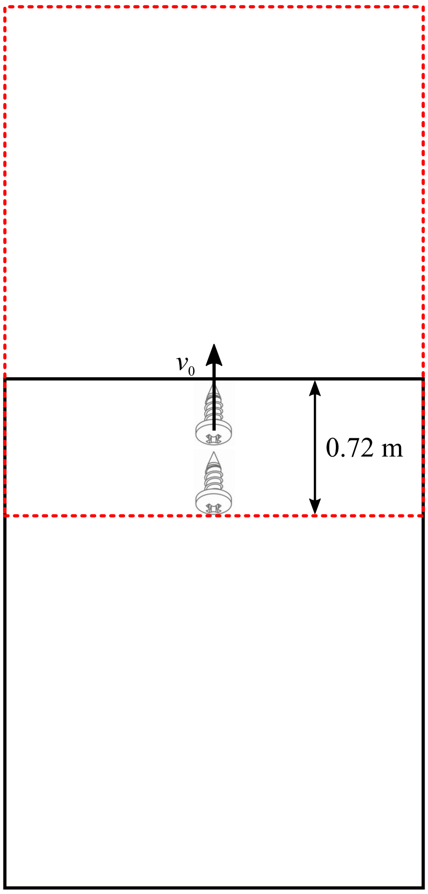


2. zadatak (9 bodova)

U referentnom sustavu dizala na vijak djeluje gravitacijska sila i inercijalna sila, kao što je prikazano na slici. Prema tome drugi Newtonov zakon za gibanje vijka glasi:

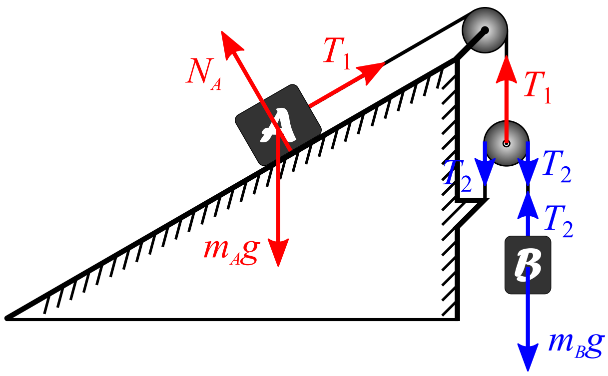


$ma = F_g + F_i$ **(1 bod)**
$ma = mg + ma_{dizalo}$
$a = g + a_{dizalo}$
$a = 11.01\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Vijak će udaljenost visine dizala $h = 2.7$ m prijeći za:
$h = \frac{1}{2}at_{pad}^2$
$t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2.7\ \mathrm{m}}{11.01\ \mathrm{m/s^2}}} = 0.7$ s. **(1 bod)**
Nadalje zadatak možemo rješavati u referentnom sustavu zgrade. Početna brzina padanja vijka jednaka je brzini dizala dvije sekunde nakon početka gibanja:
$v_0 = a_{dizalo} \cdot t_0$
$v_0 = 1.2\ \mathrm{m/s^2} \cdot 2\ \mathrm{s} = 2.4\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**
Smjer početne brzine je prema gore. U referentnom sustavu zgrade vijak pada pod utjecajem gravitacije s početnom brzinom v_0. Pomak vijka za vrijeme padanja je:
$y(t_{pad}) = v_0 t_{pad} - \frac{1}{2}gt_{pad}^2$ **(1 bod)**
$y(t_{pad}) = 2.4\ \mathrm{m/s} \cdot 0.7\ \mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81\ \mathrm{m/s^2} \cdot (0.7\ \mathrm{s})^2 = -0.72$ m. **(1 bod)**
Dakle, vijak se pomaknuo 0.72 m niže od razine na kojoj je bio u trenutku kad je počeo padati. Na slici desno konačni položaj dizala s vijkom prikazan je crvenom isprekidanom linijom.



Maksimalna visina koju vijak postiže za vrijeme padanja (u odnosu na početnu visinu) jednaka je:
$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$ **(1 bod)**
$h_{max} = \frac{(2.4\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 9.81\ \mathrm{m/s^2}} = 0.29$ m. **(1 bod)**
Prema tome ukupan prijeđeni put jednak je: $2 \cdot 0.29\ \mathrm{m} + 0.72\ \mathrm{m} = 1.3$ m. **(1 bod)**

3. zadatak (9 bodova)



Sve sile koje djeluju na sustav prikazane su na slici desno. Pretpostavimo da se tijelo A giba uz kosinu, a da se tijelo B giba prema dolje. Drugi Newtonov zakon za gibanje tijela A u smjeru njegovog gibanja glasi:

$m_A a_A = T_1 - \frac{1}{2} m_A g$. **(1 bod)**

Drugi Newtonov zakon za tijelo B glasi:

$m_B a_B = m_B g - T_2$. **(1 bod)**

Napetosti užeta odnose se kao:

$T_1 = 2T_2$. **(1 bod)**

Neka tijelo A u vremenskom intervalu Δt prijeđe put s po kosini. Tada će u istom vremenskom intervalu Δt tijelo B prijeći put $2s$ prema dolje. Iz prethodno navedenog zaključujemo da je ubrzanje tijela B dva puta veće od ubrzanja tijela A, odnosno:

$a_B = 2a_A$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem prethodne dvije relacije u sustav jednadžbi gibanja tijela A i B dobije se:

$m_A a_A = 2T_2 - \frac{1}{2} m_A g,$

$m_B 2a_A = m_B g - T_2.$

Drugu jednadžbu pomonožimo s 2 te zatim zbrojimo jednadžbe:

$(m_A + 4m_B)\, a_A = \left(2m_B - \frac{1}{2} m_A\right) g,$

$\left(\frac{m_A}{m_B} + 4\right) a_A = \left(2 - \frac{1}{2}\frac{m_A}{m_B}\right) g.$

Uvrštavanjem omjera masa $m_A/m_B = 2$ dobije se:

$(2+4)\, a_A = \left(2 - \frac{1}{2} 2\right) g,$ **(3 boda)**

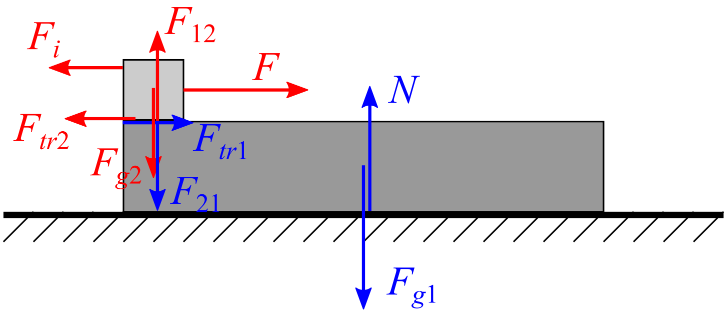
$a_A = \frac{1}{6} g,$ **(1 bod)**

smjer ubrzanja tijela A je uz kosinu, kao što smo pretpostavili. Ubrzanje tijela B iznosi:

$a_B = 2a_A = \frac{1}{3} g,$

a smjer je prema dolje, kao što smo i pretpostavili. **(1 bod)**

4. zadatak (11 bodova)



Sve sile koje djeluju na veliki kvadar (oznaka 1) i mali kvadar (oznaka 2) prikazane su na slici. Sile na mali kvadar prikazane su u odnosu na sustav velikog kvadra koji se giba jednoliko ubrzano po pravcu. Drugi Newtonov zakon za mali kvadar u horizontalnom, odnosno vertikalnom smjeru glasi:

$m_2a_2' = F - F_{tr2} - F_i$, **(1 bod)**

$0 = m_2g - F_{12}$, **(1 bod)**

gdje a_2' ubrzanje malog kvadra u sustavu velikog kvadra. Drugi Newtonov zakon za veliki kvadar u horizontalnom smjeru glasi:

$m_1a_1 = F_{tr1}$. **(1 bod)**

Nadalje vrijedi:

$F_{tr1} = F_{tr2}$, **(1 bod)**

$F_{tr1} = \mu F_{12} = \mu m_2 g$, **(1 bod)**

$F_i = m_2a_1$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$$m_2a_2' = F - \mu m_2 g - m_2a_1,$$

$$m_2a_2' = F - \mu m_2 g - m_2\frac{F_{tr1}}{m_1},$$

$$m_2a_2' = F - \mu m_2 g - m_2\frac{\mu m_2 g}{m_1},$$

$$a_2' = \frac{F}{m_2} - \mu\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)g$$

$a_2' = 2.08\ \mathrm{m/s^2}$ **(2 boda)**

Vrijeme potrebno da mali kvadar dođe na suprotni kraj velikog kvadra je:

$l = \frac{1}{2}a_2't^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2l}{a_2'}} = 1.39$ s. **(1 bod)**

Ubrzanje velikog kvadra po horizontalnoj podlozi jednako je:

$a_1 = \frac{F_{tr1}}{m_1} = \mu\frac{m_2}{m_1}g = 0.22\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**

Pomak velikog kvadra jednak je:

$x = \frac{1}{2}a_1t^2 = 0.21$ m. **(1 bod)**

5. zadatak (9 bodova)

Klizači se u ovom zadatku gibaju po pravcu, uzmimo da je pozitivan smjer prema desno, a negativan prema lijevo. Zakon očuvanja količine gibanja za klizače A i B glasi:
$0 = -m_A v_A + m_B v_B$, **(1 bod)**
gdje je $v_B = 1.2$ m/s zadano u zadatku. Možemo izračunati brzinu klizača A:
$v_A = \frac{m_B}{m_A} v_B$
$v_A = \frac{2}{3} v_B = 0.8$ m/s.
Smjer brzine klizača A je prema lijevo. **(1 bod)** Za "sudar" klizača B i C vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:
$m_B v_B = m_B v'_B + m_C v'_C$ **(1 bod)**
Najprije trebamo odrediti brzinu klizača C. Za sedam sekundi od početka gibanja klizač A pomaknut će se za
$s_A = v_A t = 0.8 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 5.6 \text{ m}$
prema lijevo. To znači da je klizač C od početka njegovog gibanja do tog trenutka prešao put
$s_C = s_{konacno} - s_A - s_0 = 13 \text{ m} - 5.6 \text{ m} - 6 \text{ m} = 1.4 \text{ m}$. **(1 bod)**
Između dva sudara prošlo je vrijeme
$t' = \frac{s_0}{v_B} = \frac{6 \text{ m}}{1.2 \text{ m/s}} = 5 \text{ s}$,
što znači da se klizač C gibao $t_{ukupno} - t' = 7 \text{ s} - 5 \text{ s} = 2 \text{ s}$. **(1 bod)** Prema tome brzina klizača C je:
$v'_C = \frac{s_C}{t_C} = \frac{1.4 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 0.7 \text{ m/s}$,
smjer brzine v'_C je prema desno. **(1 bod)** Sada možemo izračunati konačnu brzinu klizača B:
$v'_B = v_B - \frac{m_C}{m_B} v'_C$
$v'_B = 1.2 \text{ m/s} - \frac{3}{2} \cdot 0.7 \text{ m/s} = 0.15 \text{ m/s}$,
smjer brzine v'_B je prema desno. **(1 bod)**
Pomak klizača B nakon "sudara" s klizačem C je:
$s'_B = v'_B t' = 0.15 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} = 0.3 \text{ m}$. **(1 bod)**
Prema tome, ukupan pomak klizača B je $s_0 + s'_B = 6 \text{ m} + 0.3 \text{ m} = 6.3 \text{ m}$. **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2021

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (10 bodova)

Bakreni prsten mase 20.0 g pri temperaturi od 0.000 ° C ima promjer od 1.00000 cm. Aluminijska kugla na temperaturi od 100 ° C ima promjer od 1.00200 cm. Kugla se postavlja na prsten, i dva predmeta se puste da postignu toplinsku ravnotežu, bez gubitka topline prema okolišu. Na temperaturi toplinske ravnoteže kugla prolazi točno kroz prsten. Odredi masu kugle.

2. zadatak (8 bodova)

Iz stroja za vježbanje bejzbola izbacuje se loptica brzinom v_0 od 161 km/h, vodoravno, na visini od 1.70 m prema igraču udaljenom d = 18.3 m.

a) Izračunajte vrijeme potrebno da loptica dosegne vodoravnu udaljenost d/2.

b) Izračunajte vrijeme potrebno da loptica prijeđe preostalu vodoravnu udaljenost (d/2)

c) Izračunajte vertikalnu koordinatu loptice u odnosu na početnu kada je vodoravna koordinata d/2.

d) Izračunajte vertikalnu koordinatu kugle u odnosu na početnu kada je vodoravna koordinata d.

e) Na x-y grafu okvirno skicirajte putanju loptice.

3. zadatak (12 bodova)

Toplinski stroj radi prema ciklusu:

A do B izotermni proces;

B do C izobarni proces;

C do D izotermni proces;

i D do A ponovo izobarni proces.

Dakle stroj koristi dvije izobarne transformacije i dvije izoterme transformacije u kružnom ciklusu. Toplinski stroj sadrži 0.120 mola idealnog monoatomskog plina. U početnom stanju A volumen je V_A = 1 L, a temperatura je T_A = 301 K. Izotermna kompresija prepolovi volumen, dok naknadno zagrijavanje, s izobarnim širenjem, dovodi temperaturu na T_C = 500 K. Napravite tablicu gdje su za sve stanja A,B,C i D navedeni temperatura (K), volumen (L) i tlak (Pa). Napravite drugu tablicu gdje su za sve procese A→B,B→C,C→D i D→A navedeni rad, promjena unutarnje energije i toplina. Nacrtajte odgovarajući graf sa ciklusom toplinskog stroja. Kolika je učinkovitost ovog toplinskog stroja?

4. zadatak (10 bodova)

Posuda sa toplinski izoliranim stijenkama podijeljena je na dva jednaka dijela, svaki zapremine V = 1 dm^3, dijafragmom koji je također toplinski nevodljiva. Jedan od dva dijela posude sadrži helij (molarna masa 4.00 g/mola) pri 300 K i pri atmosferskom tlaku. Drugi dio sadrži neon (molarna masa

20.18 g/mola), opet pri atmosferskom tlaku, ali pri 500 K.

a) Odredite broj atoma helija i neona i odgovarajuće srednje kvadratne brzine.

U određenom trenutku dijafragma se ukloni i dva se plina pomiješaju.

b) Odredite konačnu temperaturu smjese plina.

c) Izračunajte promjenu unutarnje energije u procesu.

5. zadatak (10 bodova)

Posuda koja sadrži tekućinu klizi po niz kosinu pod kutom $\varphi=60°$ sa obzirom na horizontalnu plohu na kojoj stoji. Koeficijent trenja između posude i površine iznosi $\mu = 0.15$. Odredite kut θ koji površina tekućine stvara prema kosini tijekom kretanja posude na kosini.

Uzmite u obzir sljedeće vrijednosti za fizikalne konstante, ako nije drugačije navedeno u zadatku:

R = 8.31 J/K mol

ρ_{voda} = 1000 kg/m^3

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

g = 9.81 m/s^2

$\alpha_{Al} = 23 \times 10^{-6}$ °C^{-1}

$\alpha_{Cu} = 17 \times 10^{-6}$ °C^{-1}

c_{Al} =0.900 J/gK

c_{Cu} =0.386 J/gK

N_A = 6.022×10^{23} mol^{-1}

K_B=1.38×10^{-23} J·K^{-1}

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2021.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (10 bodova)

Prsten i kugla imaju jednak promjer pri ravnotežnoj temperaturi; pamteći zakon linearnog širenja, može se napisati:

$$l_0^{Al}\left(1+\alpha_{Al}\left(T_k-T_p\right)\right)=l_o^{Cu}\left(1+\alpha_{Cu}T_k\right)$$ **(2 boda)**

Slijedi za T_k

$$T_k\left(l_0^{Al}\alpha_{Al}-l_0^{Cu}\alpha_{Cu}\right)=l_o^{Cu}-l_0^{Al}+l_0\alpha_{Al}T_p^{Al}$$

$$T_k=\frac{1-1.002+1.002\times 23\cdot 10^{-6}\times 100}{1.002\times 23\cdot 10^{-6}-1\times 17\cdot 10^{-6}}=50.4^{\circ}C$$ **(2 boda)**

Aluminijska kugla preda količinu topline

$$|Q|=m^{Al}(kg)\times 900\frac{J}{kgK}\times 49.6K$$ **(2 boda)**

Bakreni prsten primi količinu topline

$$Q=0.020kg\times 386\frac{J}{kgK}\times 50.4^{\circ}C$$ **(2 boda)**

izjednačavanjem dviju jednadžbe dobiva se masa kugle

$$m=\frac{0.020kg\times 386\frac{J}{kgK}\times 50.4^{\circ}C}{900\frac{J}{kgK}\times 49.6K}=8.72\cdot 10^{-3}kg=8.72g$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (8 bodova)

Jednadžbe gibanja su za x i y os su:

$$\mathrm{x(t)=x_0+v_{0x}t=161\ km/h\cdot t}$$

$$\mathrm{y(t)=y_0-\frac{1}{2}gt^2=1.7\ m-9.8\ m/s^2\cdot t^2}$$ **(2 boda)**

a) Vrijedi da:

$x(t_1) = \frac{d}{2} = v_{0x}t_1$ dakle $\mathrm{t_1} = \frac{\mathrm{d}}{2\mathrm{v_{0x}}} = \frac{18.3\ \mathrm{m}}{89.4\ \mathrm{m/s}} = 0.205\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**

b) Vrijedi da:

$x(t_2) = d = v_{0x}t_2$ dakle $t_2 = \frac{d}{v_{0x}} = \frac{18.3m}{44.7m/s} = 0.41s$

Slijedi $t_2 - t_1 = 0.41s - 0.205s = 0.205s$ **(1 bod)**

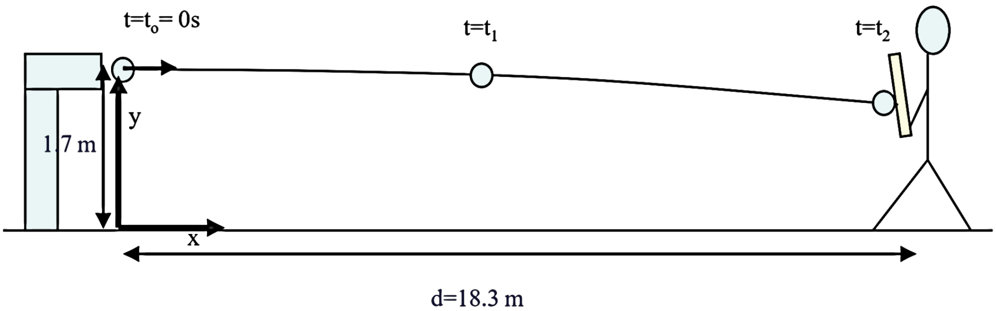
c) Za *y(t₁)*

$\mathrm{y(t_1) = 1.7\ m} - \frac{9.8\cdot(0.205)^2}{2}\ \mathrm{m = 1.70\ m - 0.21\ m = 1.49\ m}$ **(1 bod)**

d) Za *y(t₂)*

$\mathrm{y(t_2) = 1.7\ m} - \frac{9.8\cdot(0.41)^2}{2}\ \mathrm{m = 1.70{\sim}m - 0.82m = 0.88\ m}$ **(1 bod)**

e) Prikaz putanje izgleda na slijedeći način:



(2 boda)

3. Zadatak (12 bodova)
Koristeći zakon o idealnom plinu možemo pisati:

$$P_A = nR\frac{T_A}{V_A} = (0{,}120\mathrm{mol})\big(8{,}314\mathrm{J/(mol\cdot K)}\big)\frac{301\mathrm{K}}{1{,}00\mathrm{L}} = 3{,}00\cdot 10^5\mathrm{Pa}$$

$$\mathrm{T_B = T_A = 301\ K\ (izotermni\ proces)}$$

$$P_B = P_A \frac{V_A}{V_B} = (3{,}00 \cdot 10^5 \, Pa) \frac{1{,}00L}{0{,}50L} = 6{,}00 \cdot 10^5 \, Pa$$

$$P_C = P_B (izobarniproces)$$

$$V_C = V_B \frac{T_C}{T_B} = (0{,}50\text{L}) \frac{500\text{K}}{301\text{K}} = 0{,}83\text{L}$$

$$T_D = T_C = 500\text{K (izotermni proces)}$$

$$V_D = V_C \frac{P_C}{P_D} = (0{,}83\text{L}) \frac{6{,}00 \cdot 10^5\text{Pa}}{3{,}00 \cdot 10^5\text{Pa}} = 1{,}66\text{L}$$

Dakle:

	T(K)	*P(Pa)*	*V(L)*
A	301	**3.00X10^5**	1.00
B	**301**	**6.00X10^5**	0.50
C	500	**6.00X10^5**	**0.83**
D	**500**	**3.00X10^5**	**1.66**

(4 boda)

Znamo da vrijede:

$$W_{izoterma} = nRT \, ln \frac{V_k}{V_p}$$

$$W_{izobara} = P\Delta V$$

$$\Delta U = nRc_V \Delta T$$

Dakle ima se da:

	ΔU(J)	*W(J)*	*Q(J)*
A→B	**0**	**-208**	
B→C	**298**	**198**	
C→D	**0**	**346**	
D→A	**-298**	**-198**	

(4 boda)

Koristeći prvi princip termodinamike možemo izračunati *Q*

	ΔU(J)	*W(J)*	*Q(J)*
A→B	0	-208	**-208**
B→C	298	198	**496**
C→D	0	346	**346**
D→A	-298	-198	**-496**

(2 boda)

Učinkovitost ciklusa je dakle:

$$L = 138\mathrm{J}$$

$$Q_C = 496\mathrm{J} + 346\mathrm{J} = 842\mathrm{J}$$

$$\eta = \frac{138\mathrm{J}}{842\mathrm{J}} = 16\%$$

(2 boda)

4. **Zadatak** (10 bodova)
   a) Iz jednadžbe stanja plina, znajući da je broj molova dan s *n = N/N*$_A$, gdje je N broj traženih atoma, a N_A Avogadrov broj, ima se

   $p\ V = N\ k\ T$ gdje $k = R/N_\mathrm{A}$

   Dakle

   $N_\mathrm{He} = \frac{p_\mathrm{He} V_\mathrm{He}}{k T_\mathrm{He}} = 2{,}44 \times 10^{22}$

   $N_\mathrm{Ne} = \frac{p_\mathrm{Ne} V_\mathrm{Ne}}{k T_\mathrm{Ne}} = 1.47 \times 10^{22}$ **(2 boda)**

   Kinetička energija molekula plina, koji je monatomski, podudara se s translacijskom energijom. Stoga:

   $E = \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m\overline{v^2} \Rightarrow 3RT = N_\mathrm{A} m\overline{v^2} = M\overline{v^2}$ gdje je *M* molarna masa plina

Slijedi:

$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, za helij je $1.37 \times 10^3 \mathrm{ms}^{-1}$ a za neon je $0.786 \times 10^3 \mathrm{ms}^{-1}$. **(2 boda)**

b) Volumen smjese dvostruko je veći od volumena svakog plina. Svaki plin ima parcijalni tlak koji je polovica početnog tlaka. Dakle, ukupno je tlak smjese uvijek jednak atmosferskim tlakom.

$T = \frac{pV}{Nk}\ gdje\ N = N_{\mathrm{He}} + N_{\mathrm{Ne}} = 3.91 \times 10^{22}$

$T = 375\ K$ **(3 boda)**

c) Ukupna unutarnja varijacija energije zbroj je unutarnje varijacije energije svakog plina.

$$\Delta U = \Delta U_{\mathrm{He}} + \Delta U_{\mathrm{Ne}}$$

$$\Delta U_{\mathrm{He}} = n_{\mathrm{He}} C_{\mathrm{V}} \Delta T_{\mathrm{He}} = \frac{3}{2} k N_{\mathrm{He}} \Delta T_{\mathrm{He}} = 38\mathrm{J}$$

$$\Delta U_{\mathrm{Ne}} = \frac{3}{2} k N_{\mathrm{Ne}} \Delta T_{\mathrm{Ne}} = -38\mathrm{J}$$

Dakle $\Delta U = 0$ **(3 boda)**

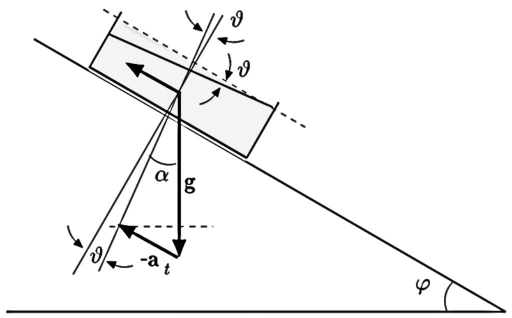
Kako i treba biti s obzirom na prvi zakon termodinamike, jer nema izmjene topline s okolinom, i nije izvršen nikakav rad.

5. Zadatak (10 bodova)

U referentnom sustavu spremnika postoji ravnoteža između površinskih sila tekućine i unutrašnje sile; ove zadnje su uzrokovane težinom tekućine i vučne sile. Zbroj tih sila je pravokutan na izobaričnu površinu tekućine. Ubrzanje vuče je $a_t = g\ sin\vartheta$, suprotno ubrzanju kojim se pomiče posuda niz kosine. Zbroj vektora g i at je pravokutna na nagnutu ravninu i prema tome na slobodnu površinu tekućine.
U slučaju trenja vučna sila je:

$a_t = g \sin \varphi - \mu g \cos \varphi = 7.76\ m/s^2$ **(2 boda)**

Zbroj vektora g i a_t mora biti pravokutan prema slobodnoj površini tekućine, ali nije pravokutan prema nagnutoj ravnini.



(2 boda)

Kut α koji sila teže stvara s normalom na slobodnu površinu tekućine, vidi sliku; može se pisati putem slijedeće jednadžbe:

$\tan\alpha = \frac{a_t \cos\varphi}{g - a_t \sin\varphi} = 1.256$ **(2 boda)**

Znamo da θ = φ – α

$\theta = 60\ -\ arctan(1.256) = 8{,}53°$ **(4 boda)**

Ako bi se koristila pravila trigonometrije u prethodnim jednadžbama može se dokazati da:

$\tan\theta = \mu$

Dakle:

$\theta = 8{,}53°$

Zadaci za županijsko natjecanje 2021. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Theremin je elektronički glazbeni instrument koji se sastoji od dva gotovo identična oscilatora, od kojih je jedan spojen na vanjsku antenu (slika). Čovjek, pomićući svoju ruku u odnosu na antenu, upravlja frekvencijom tona koji uređaj proizvodi. Pojednostavljena shema uređaja nalazi se na slici, a vrijednosti komponenti su $C = 150$ pF i $L = 1$ mH. Komponenta M množi pristigle signale po principu $U_3 = U_1\, U_2$.

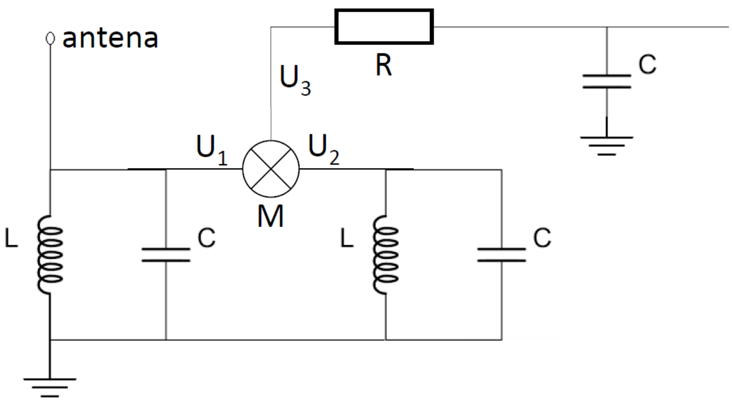
Odredi:

a) frekvenciju titranja desnog LC strujnog kruga (U_2);

b) Izraz za promjenu frekvencija lijevog LC strujnog kruga ako antena djeluje kao dodatni kondenzator C_A kojem je druga ploča spojena na točku nultog potencijala;

c) Izraz za napon U_3 preko sume, ako je $U_1 = A\sin((\omega + \Delta\omega)t)$ a $U_2 = A\sin(\omega t + \varphi)$. Napon U_3 prolazi kroz niskopropusni RC filtar koji dalje propušta samo audio frekvencije (u rasponu kojih je $\Delta\omega$). Pretpostavimo li idealan filtar, napiši izraz za napon nakon filtra!

d) Koja je vrijednost kondenzatora C_A za dva krajnja slučaja, kada je frekvencija na izlazu $f_L = 200$ Hz i $f_H = 20000$ Hz?



Pri rješavanju iskoristite trigonometrijsku relaciju

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right)$$

Prilikom računanja pripazite na preciznost!

Zadatak 2 (10 bodova)

Nabijena kuglica mase m i naboja q visi na opruzi nepoznate konstante k i nalazi se u oscilatornom električnom polju koje se proteže u smjeru gravitacijskog polja y: $\vec{E} = E_0\, \vec{j}\, \cos(\omega t)$. Zbog oscilatornog električnog polja kuglica počne oscilirati, pomičući se malo od ravnotežnog položaja. Ako je frekvencija oscilacija $f = 1.2$ Hz, njena amplituda će rasti u vremenu dok opruga ne pukne. Pri frekvenciji od $f = 5$ Hz, u trenutku kad je kuglica najviše otklonjena prema dolje, električno polje gleda prema gore. Nađi predznak naboja kuglice i omjer njene mase i konstante opruge m/k.

Zadatak 3 (10 bodova)

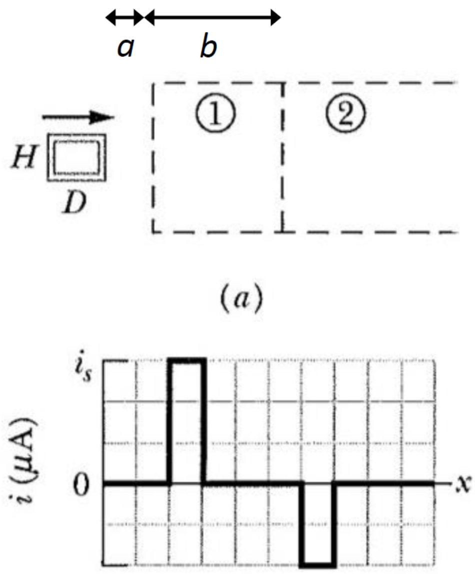
Električni LC krug titra frekvencijom $f_0 = 1$ kHz. Krug se sastoji od pločastog kondenzatora i obične homogeno namotane zavojnice s puno namotaja. Prerežemo zavojnicu na tri jednaka dijela i ploče kondenzatora podijelimo na tri po površini jednaka dijela. Jedan dio zavojnice i jedan dio kondenzatora spojimo u novi titrajni krug.

a) Koja je frekvencija tog kruga?

b) Podijelimo li zavojnicu na N jednakih dijelova, a kondenzator na M jednakih dijelova, postoje li neki $N > 1$ i $M > 1$ takvi da je $f_{NM} = \sqrt{7} f_0$? Argumentiraj zašto da ili ne!

Zadatak 4 (12 bodova)

Pravokutna vodljiva petlja otpora $R = 0.1\ \Omega$ visine $H = 10$ cm i duljine $D = 5$ cm giba se konstantnom brzinom $v = 10$ cm/s. Petlja prolazi kroz dva jednolika magnetska polja, B_1 i B_2. Na grafu je prikazana inducirana struja koja je pozitivna ako se po petlji giba u smjeru kazaljke na satu. Nađi iznos i smjer (u ili van papira) magnetskog polja B_1 i B_2, ako je iznos struje na grafu, $i_s = 3\ \mu$A. Jedan pravokutnik na grafu označava koji prevaljeni put petlje? Koliko iznose a i b duljine?



Zadatak 5 (8 bodova)

Izmjeničnu struju iz utičnice (amplitude $U = 340$ V i frekvencije $f = 50$ Hz) spojimo na električni motor kojeg možemo opisati otporom $R = 30\ \Omega$ i zavojnicom $L = 100$ mH spojenim u seriji. Nađi iznos ukupne snage, snage na zavojnici (jalove) i snage na otporniku (korisne) ovog motora.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadaci za županijsko natjecanje 2021. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

a) Frekvenciju titranja kruga nalazimo iz relacije: **(2 boda)**

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 410\,936\ \mathrm{Hz}$$

b) Antena je spojena kao dodatni kondenzator u seriji sa postojećim kondenzatorom, pa se njihov ukupni kapacitet zbraja: $C_{uk} = C + C_A$. Izraz za promjenu frekvencija tada je dan s: **(2 boda)**

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L}}\left(\frac{1}{\sqrt{C}} - \frac{1}{\sqrt{C + C_A}}\right)$$

c) Napon U_3 izračunamo preko umnoška dvaju sinusa, koristeći relaciju danu u zadatku: **(2 boda)**

$$U_3 = \frac{A^2}{2}\left[\cos(\Delta\omega t - \varphi) - \cos\left((2\omega + \Delta\omega)t + \varphi\right)\right]$$

Vidimo da dobijemo zbroj dvaju valova, od kojih je jedan jako visoke frekvencije $(2\omega + \Delta\omega)$. Taj visokofrekventni val, prolaskom kroz RC niskopropusni filtar iščezava. Preostaje nam niskofrekventni val kružne frekvencije $\Delta\omega$: **(1 bod)**

$$U_{out} = \frac{A^2}{2}\cos(\Delta\omega t - \varphi)$$

Fazni pomak φ u ovom slučaju više ne utječe na signal s obzirom da je to konstanta koja ne ovisi o vremenu, stoga je u redu ako se zanemari taj faktor u ovom dijelu.

d) Uzmemo li da je donja frekvencija $\Delta f = f_L = \Delta\omega/2\pi$, dobijemo $C_A = 0.15$ pF, a za $\Delta f = f_H$ dobijemo $C_A = 15.7$ pF. Takve vrijednosti kapaciteta odgovaraju tzv. parazitskom kapacitetu antene. **(3 boda)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Kuglica na opruzi se ponaša kao harmonički oscilator. Kako je nabijena, tako je promjenjivo električno polje pomiče, stoga zaključujemo kako se radi o tjeranom harmoničkom oscilatoru. **(2 boda)**

Stalno rastuća amplituda za frekvenciju $f = 1.2$ Hz upućuje da je na toj frekvenciji oscilator u rezonanciji. **(2 boda)**

Rezonantna frekvencija opruge i mase je: $f = 1/2\pi\sqrt{k/m}$, pa je traženi omjer $m/k = 0.017$ s^2. **(2 boda)**

Na frekvencijama većim od rezonantne tjerani harmonički oscilator se ponaša tako da je pomak u suprotnom smjeru od sile tjeranja. Kako je rečeno da je pomak kuglice prema dolje, zaključujemo da je smjer sile prema gore. Veza sile i električnog polja je $\vec{F}_{el} = q\vec{E}$, ako je polje prema gore, i sila prema gore, naboj je tada pozitivan: $q > 0$. **(4 boda)**

Zadatak 3 (10 bodova)

Prerežemo li zavojnicu na tri jednaka dijela, svaki dio ima $N/3$ namotaja na duljini $l/3$, gdje su N i l ukupni broj namotaja i duljina početne zavojnice. Iz relacije za induktivitet zavojnice:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

možemo zaključiti da će induktivitet jednog razrezanog dijela biti $L_3 = L/3$. **(2 boda)**

Slično, podjela kondenzatora na tri dijela znači da svaki dio ima površinu ploče $A/3$. S obzirom na relaciju za kapacitet:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

kapacitet jednog razrezanog kondenzatora će biti $C_3 = C/3$. **(2 boda)**

Frekvencija novog kruga je dakle: **(3 boda)**

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{L}{3}\frac{C}{3}}} = \frac{3}{2\pi\sqrt{LC}} = 3f_0 = 3\ \text{kHz}$$

Za općenite N i M vrijedi:

$$f_{NM} = \sqrt{NM} f_0$$

S obzirom da su N i M cijeli brojevi veći od 1, nemoguće je dobiti faktor $\sqrt{7}$. **(3 boda)**

Zadatak 4 (12 bodova)

Ulaskom petlje u B_1 područje inducira se struja u smjeru kazaljke na satu, koja hoće generirati polje smjera "u papir". Zbog Lenzovog pravila to znači da je bolje B_1 u smjeru "izvan papira". **(2 boda)**

Prelaskom petlje iz područja B_1 u B_2 inducirana struja je u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, što upućuje da se polje B_2 smanjilo te ga inducirana struja želi pojačati. Za smjer polja moramo ipak izračunati vrijednosti.

Inducirani napon (bez predznaka) dan je s:

$$\mid \varepsilon \mid = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Promjena toka u petlji dolazi zbog promjene magnetskog polja zbog kretanja petlje brzinom v iz područja a u b: $\Delta\Phi = (B_b - B_a)H\Delta x$. Područje a je područje koje petlja napušta, a b u koje dolazi. U zadatku je u prvom dijelu $B_a = 0$, $B_b = B_1$, dok je u drugom dijelu $B_a = B_1, B_b = B_2$. Pišemo općeniti izraz za induciranu struju:

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{(B_b - B_a)Hv}{R}$$

Rješenje za prvo polje je: $B_1 = 30\ \mu\text{T}$ izvan papira. **(3 boda)**

Rješenje za drugo polje je: $B_2 = 10\ \mu\text{T}$ izvan papira. Inducirana struja pokušava vratiti polje na staru jačinu (30 μT) no to ne znači nužno da je polje promijenilo smjer, samo da je slabije. **(4 boda)**

S obzirom da je struja inducirana samo dok petlja prelazi iz jednog područja u drugo, širina jednog pravokutnika na grafu odgovara duljini petlje: D. Stoga je duljina $a = 2D = 10$ cm, a $b = 4D = 20$ cm. **(3 boda)**

Zadatak 5 (8 bodova)

Efektivna vrijednost izmjeničnog napona dana je s $U_s = U/\sqrt{2} = 240$ V. Ukupna impedancija strujnog kruga je serijski spoj otpornika i zavojnice:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 43.44\ \Omega$$

Efektivna struja kroz krug je tada: $I_s = U_s/Z = 5.52$ A.

Ukupna snaga je: $P_{uk} = I_s^2 Z = 1326$ VA. **(3 boda)**

Jalova snaga je: $P_j = I_s^2 X_L = 959$ VAr. **(3 boda)**

Korisna snaga je: $P_R = I_s^2 R = 916$ W. **(2 boda)**

Napomena: ovdje smo koristili elektrotehničke jedinice W, VAr i VA. Te jedinice se koriste u tehnici kako bi bilo potpuno jasno o kojoj vrsti snage se radi. Naravno, sve tri snage se fizikalno izražavaju u W, te se za takav zapis daju svi bodovi. Bodovi se oduzimaju u slučaju da učenik koristi tehničke jedinice na krivi način (npr. korisnu snagu izražava u VA).

Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

09.03.2021.

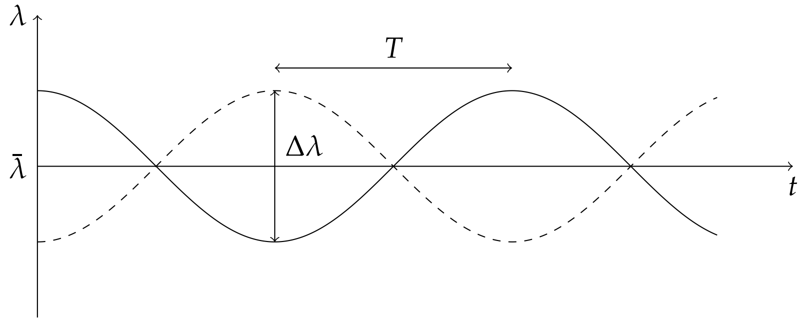
1. Odredite temperaturu idealnog crnog tijela T, ako je poznato da dodatnim zagrijavanjem tog tijela za $\Delta T = 100\,\mathrm{K}$, valna duljina maksimuma zračenja padne na trećinu od početne vrijednosti.

[7 bodova]

2. Dvije se čestice gibaju relativističkim brzinama $v_1 = c/2$ i $v_2 = c/3$ pod pravim kutom u laboratorijskom sustavu. Polazeći od osnovnih Lorentzovih transformacija, odredite kojom se brzinom v_{rel} giba druga čestica iz referentnog sustava prve čestice. Odgovor zapišite kao višekratnik brzine svjetlosti c.

[12 bodova]

3. Dvojna zvijezda je astronomski objekt koji se sastoji od dvije zvijezde koje orbitiraju jedna oko druge. Ako je dvojna zvijezda na dovoljno velikoj udaljenosti od Zemlje, tada pojedine zvijezde nije moguće razlučiti teleskopom i utvrditi da se doista radi o dvojnoj zvijezdi. Međutim, ako se detektira zračenje ovakvog objekta, tada je, zbog Dopplerovog efekta, moguće opaziti dvije vrlo bliske valne duljine zračenja (svaka potječe od jedne zvijezde) koje se periodički mijenjaju u vremenu, kako je prikazano na slici. Valne duljine zračenja poprimaju vrijednosti iz intervala $\lambda \in [\bar{\lambda} - \Delta\lambda/2, \bar{\lambda} + \Delta\lambda/2]$, gdje je $\bar{\lambda}$ srednja valna duljina zračenja, a $\Delta\lambda$ maksimalna razlika među dvjema valnim duljinama, te vrijedi $\Delta\lambda \ll \bar{\lambda}$. Takav je signal karakterističan za dvojnu zvijezdu.



Pretpostavite da se dvojna zvijezda sastoji od dviju identičnih zvijezda mase M na međusobnoj udaljenosti d. Odredite M i d, ako je poznato da se najveća relativna razlika među valnim duljinama zračenja $(\Delta\lambda/\bar{\lambda}) = 1.2 \times 10^{-4}$ opazi svakih $T = 30\,\mathrm{dana}$. Jednostavnosti radi, možete također pretpostaviti da zvijezde orbitiraju jedna oko druge u istoj ravnini u kojoj se nalazi i promatrač sa Zemlje.

[16 bodova]

4. Djelomično polarizirana svjetlost se sastoji od prirodne (nepolarizirane) svjetlosti intenziteta $I_1 = 2\,\mathrm{W/m^2}$ i potpuno polarizirane svjetlosti intenziteta $I_2 = 1\,\mathrm{W/m^2}$. Takvu svjetlost propuštamo kroz polarizator čiju ravninu polarizacije možemo namjestiti proizvoljno. Izračunajte stupanj polarizacije P ove svjetlosti, a koji je definiran formulom

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

gdje su $I_{\max}$ i $I_{\min}$ najveći i najmanji mogući intenzitet svjetlosti nakon što prođe kroz polarizator.

[7 BODOVA]

5. Fokusiran snop elektrona pada okomito na površinu kristala te dolazi do difrakcije. Refleksijski maksimum četvrtog reda se mjeri na kutu $\theta_4 = 55°$ u odnosu na okomicu na kristal. Nađite udaljenost među ravninama kristala ako je kinetička energija svakog od elektrona $E_\mathrm{k} = 180\,\mathrm{eV}$.

[8 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- Planckova konstanta: $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$;
- Newtonova gravitacijska konstanta: $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

09.03.2021.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Idealno crno tijelo zadovoljava Wienov zakon zračenja koji povezuje temperaturu crnog tijela s valnom duljinom na kojoj se opaža maksimum zračenja

$$\lambda T = b = \text{konst.} \qquad [2 \text{ boda}]$$

Kad zagrijemo tijelo, mora vrijediti

$$\lambda T = \frac{\lambda}{3}(T + \Delta T). \qquad [2 \text{ boda}]$$

Odavde imamo

$$\begin{aligned} T &= \frac{\Delta T}{2} && [2 \text{ boda}] \\ &= 50\,\text{K}. && [1 \text{ bod}] \end{aligned}$$

2. Neka je S početni referentni sustav u kojem se prva čestica giba uzduž osi x, a druga čestica uzduž osi y tako da vrijedi

$$x_1 = X_0 + v_1 t, \quad y_1 = 0, \qquad \text{[1 BOD]}$$

kao i

$$x_2 = 0, \quad y_2 = Y_0 + v_2 t. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Ovdje su X_0 i Y_0 početni položaji čestica. Sada se preselimo u novi referentni sustav S' koji se giba brzinom v_1 u smjeru x. Lorentzove transformacije koje povezuju koordinate u ova dva sustava su

$$x' = \gamma_1(x - v_1 t), \quad y' = y, \quad t' = \gamma_1(t - v_1 x/c^2), \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Ako ubacimo ove transformacije u putanje čestica, dobijemo da prva čestica (očekivano) miruje u ovom sustavu,

$$x_1' = \gamma_1 X_0, \quad y_1' = 0, \qquad \text{[2 BODA]}$$

dok je putanja druge čestice

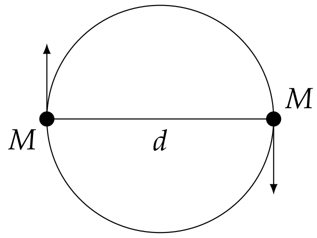
$$x_2' = -v_1 t', \quad y_2' = Y_0 + \frac{v_2}{\gamma_1} t'. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Vidimo da se druga čestica, u odnosu na prvu, giba relativnom brzinom

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{(-v_1)^2 + (v_2/\gamma_1)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - (v_1 v_2)^2/c^2} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{3}} = 0.58c. \qquad \text{[1 BOD]}$$

3. U trenutku kad se javlja najveća razlika među valnim duljinama zračenja, jedna zvijezda se giba prema promatraču (Zemlji), a druga od njega, kako prikazuje slika. [2 BODA]



daleki promatrač

Ako je λ_0 valna duljina zračenja u sustavu mirovanja zvijezde, promatrač na Zemlji će u tom trenutku opaziti zračenje valnih duljina

$$\lambda_{\max} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \quad \text{i} \quad \lambda_{\min} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je $\beta = v/c$ normirana brzina svake od zvijezda. Tada je

$$\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} = \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{(\lambda_{\max} + \lambda_{\min})/2} = 2\beta. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Obzirom na numeričku vrijednost $\Delta\lambda/\bar{\lambda}$ zadanu u zadatku, vidimo da je gibanje zvijezda potpuno nerelativističko pa je i daljnja analiza isto takva. Ako dvije zvijezde pod utjecajem gravitacije orbitiraju po kružnici polumjera $R = d/2$, onda vrijedi

$$\frac{Mv^2}{R} = \frac{GM^2}{(2R)^2}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je G Newtonova gravitacijska konstanta. Osim toga, T je poluperiod gibanja, pa vrijedi i

$$v = \frac{R\pi}{T}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Sad je lako dobiti

$$\begin{aligned} d = 2R = 2\frac{vT}{\pi} &= \frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}}\frac{cT}{\pi} && [2 \text{ BODA}] \\ &= 2.97 \times 10^{10}\,\text{m}, && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

te

$$\begin{aligned} M = \frac{2dv^2}{G} &= \left(\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}}\right)^3 \frac{c^3 T}{2\pi G} && [2 \text{ BODA}] \\ &= 2.89 \times 10^{29}\,\text{kg}. && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

4. Kad djelomično polarizirana svjetlost prođe kroz polarizator, tada se intenzitet nepolariziranoj komponenti smanji na polovicu, a intenzitet polariziranoj komponenti se smanji prema Malusovom zakonu, tako da je novi intenzitet

$$I' = \frac{1}{2} I_1 + I_2 \cos^2 \varphi, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je φ kut između smjera polarizacije polariziranog dijela svjetlosti i ravnine polarizatora. Odavde vidimo da se najveći i najmanji intenziteti ostvaruju za kutove $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi/2$, odnosno,

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_1 + I_2, \quad I_{\text{min}} = \frac{1}{2} I_1, \qquad \text{[2 BODA]}$$

pa je stupanj polarizacije

$$P = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \qquad \text{[2 BODA]}$$
$$= \frac{1}{3}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

5. Ako snop elektrona upada okomito na kristal, a reflektira se pod kutom θ, tada je pomak u hodu između dvije zrake koje su se reflektirale od susjednih kristalnih ravnina

$$\Delta x = d + d\cos\theta = 2d\cos^2\frac{\theta}{2}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je d udaljenost između dviju susjednih kristalnih ravnina. U slučaju maksimuma difrakcije, ova razlika u hodu mora biti jednaka cijelobrojnom višekratniku valnih duljina upadnih elektrona

$$\Delta x = n\lambda, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je, u našem slučaju, $n = 4$. Valnu duljinu elektrona možemo odrediti iz de Broglijeve relacije

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\mathrm{k}}}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Zadana kinetička elektrona je dovoljno malena da nije nužno koristiti relativističku formulu koja povezuje kinetičku energije i količinu gibanja. Prema tome, razmak između kristalnih ravnina je

$$d = \frac{nh}{2\sqrt{2mE_{\mathrm{k}}}\cos^2\frac{\theta}{2}} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 2.33 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}. \qquad \text{[1 BOD]}$$