Općinsko natjecanje iz fizike 2021/2022
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele niti druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (12 bodova)

Dionica biciklističke utrke između kontrolnih točaka A i B ima ukupnu duljinu 32 km. Srednja brzina biciklista na toj dionici iznosi 19.2 km/h. Biciklist je prvih pola sata vozio stalnom brzinom i u tom vremenu prešao 2/5 dionice. Tada je morao stati zbog prometne nezgode iz Zadatka 5 koja se dogodila u neposrednoj blizini biciklističke staze. Nakon 6 minuta stajanja biciklist je nastavio utrku te je vozio stalnom brzinom do kraja dionice.

a) Izračunajte brzinu gibanja biciklista na pojedinom dijelu ove dionice utrke.
b) Nacrtajte graf ovisnosti prijeđenog puta biciklista o vremenu.
c) Nacrtajte graf ovisnosti brzine biciklista o vremenu.

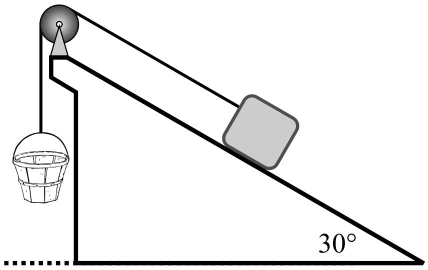
2. zadatak (10 bodova)

Zeleni val je usklađeni način rada semafora na nizu križanja koji pravovremenim uključivanjem zelenog svjetla omogućava neprekinutu vožnju automobila stalnom brzinom. Automobil stoji na prvom semaforu u zelenom valu na kojem je upaljeno crveno svjetlo. U trenutku paljenja zelenog svjetla na semaforu automobil počinje jednoliko ubrzavati do brzine 50 km/h. Ubrzavanje traje 4.2 s. Nakon toga nastavlja voziti stalnom brzinom promatrajući svjetlo na sljedećem semaforu. Zaustavni put automobila (put koji automobil prijeđe do zaustavljanja) od početne brzine 50 km/h iznosi 25 m. Ako je na drugom semaforu još uvijek upaljeno crveno svjetlo u trenutku kada se automobil približi semaforu na udaljenost zaustavnog puta, automobil će početi kočiti do zaustavljanja. Ako se najkasnije u tom trenutku uključi žuto svjetlo, koje prethodi uključivanju zelenog svjetla, automobil će se nastaviti gibati nepromijenjenom brzinom. Zeleno svjetlo se uključuje 1 s nakon žutog.

a) Izračunajte maksimalni vremenski interval između uključivanja zelenog svjetla na prvom i drugom semaforu tako da automobil iz ovog zadatka može proći kroz drugo križanje bez promjene brzine kretanja. Udaljenost između prvog i drugog semafora je 200 m.
b) Treći semafor je u zelenom valu udaljen od drugog 150 m. Izračunajte maksimalni vremenski interval između uključivanja zelenog svjetla na drugom i trećem semaforu tako da automobil prođe kroz treće križanje bez promjene brzine.

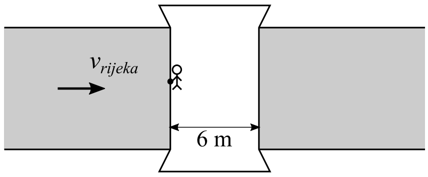
3. zadatak (12 bodova)

U sustavu prikazanom na slici na jedan kraj užeta pričvršćen je uteg mase 2 kg, a na drugi kraj užeta prazna kanta mase 0.75 kg. Kanta se giba prema gore, a uteg kliže niz kosinu stalnom brzinom. Postoji li trenje između utega i kosine? Ako se u kantu stavi teret mase m, kanta se giba prema dolje, a uteg uz kosinu stalnom brzinom. Izračunajte masu tereta m. Nagib kosine je $30°$ u odnosu na horizontalu. Kosina je nepomična. Uže je nerastezljivo i zanemarive mase.



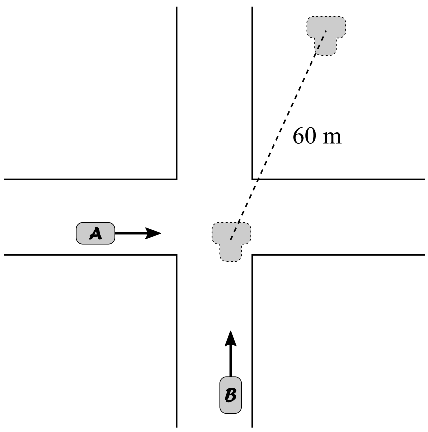
4. zadatak (6 bodova)

Čovjek stoji na rubu mosta ispod kojeg teče rijeka stalnom brzinom 20 cm/s. Čovjek ispusti malu gumenu lopticu s visine od 12 m iznad površine vode. Loptica slobodno pada u rijeku i nastavlja se gibati na površini rijeke ispod mosta. Širina mosta je 6 m. Izračunajte vrijeme proteklo od ispuštanja loptice s jednog ruba mosta dok loptica ne dođe na položaj točno ispod drugog ruba mosta. Zanemarite otpor zraka. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



5. zadatak (10 bodova)

Radite kao policijski vještak za analizu prometnih nezgoda. Na križanju prikazanom na slici dogodio se sudar dvaju automobila. Potrebno je analizirati sudar i utvrditi sve eventualne prekršaje prometnih pravila. Prije sudara automobil A vozio je po ravnoj cesti iz smjera zapada prema istoku stalnom brzinom 45 km/h. Automobil B vozio je po ravnoj cesti iz smjera juga prema sjeveru stalnom brzinom v_B. Pri ulasku u križanje automobil B ima prednost prolaska i vozač nije smanjivao svoju brzinu kretanja. Vozač automobila A nije na vrijeme uočio automobil B i nepromijenjenom je brzinom kretanja ušao u križanje. Automobili su se sudarili na mjestu označenom na skici i nakon sudara zajedno otklizali po pravcu označenom isprekidanom linijom. Zaustavili su se nakon što su prešli put od 60 m. Vaš je zadatak utvrditi je li automobil B prekoračio ograničenje brzine koje na ovoj cesti iznosi 70 km/h. Masa automobila je A 1230 kg, masa automobila B 1470 kg, koeficijent trenja na podlozi, po kojoj su automobili klizali nakon sudara, iznosi 0.1875, a gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



Općinsko natjecanje iz fizike 2021/2022
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (12 bodova)

Ukupno vrijeme u kojem je biciklist prešao dionicu biciklističke utrke jednako je:

$\bar{v} = \frac{s}{t_{ukupno}} \;\Rightarrow\; t_{ukupno} = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{32\ \text{km}}{19.2\ \text{km/h}} = 1.67\ \text{h} = 100\ \text{min.}$ **(2 boda)**

Brzina biciklista u prvih pola sata vožnje je:

$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{\frac{2}{5}32\ \text{km}}{0.5\ \text{h}} = \frac{12.8\ \text{km}}{0.5\ \text{h}} = 25.6\ \text{km/h.}$ **(2 boda)**

U drugom dijelu gibanja biciklist stoji pa je $v_2 = 0$, $t_2 = 6$ min. **(1 bod)**

U trećem dijelu gibanja biciklist je prešao 3/5 ukupne duljine staze i za to mu je trebalo:

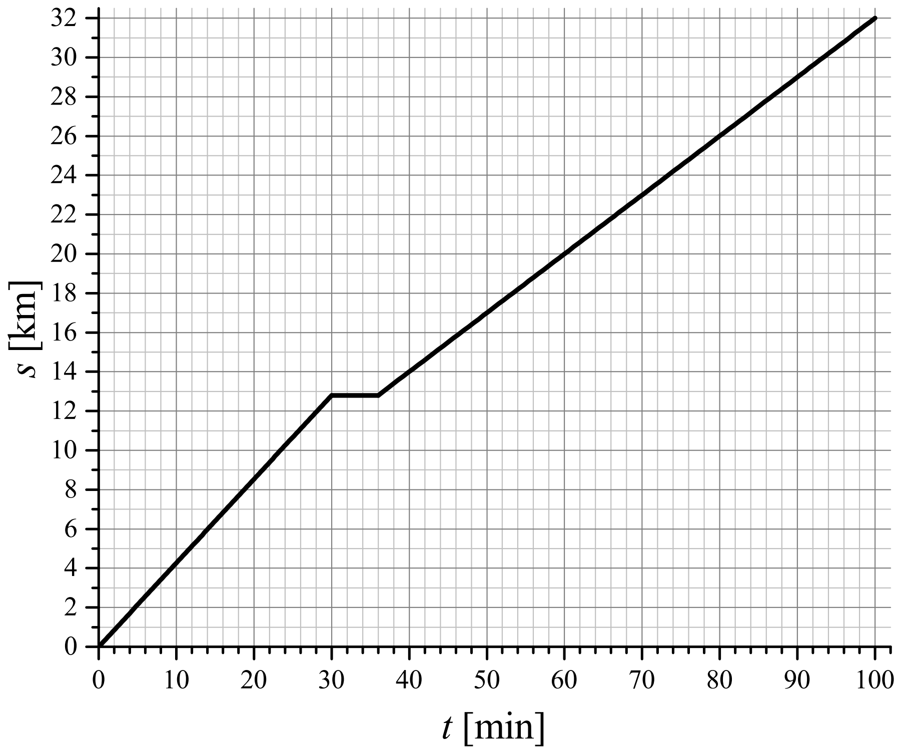
$t_3 = t_{ukupno} - t_1 - t_2 = 64$ min. **(1 bod)**

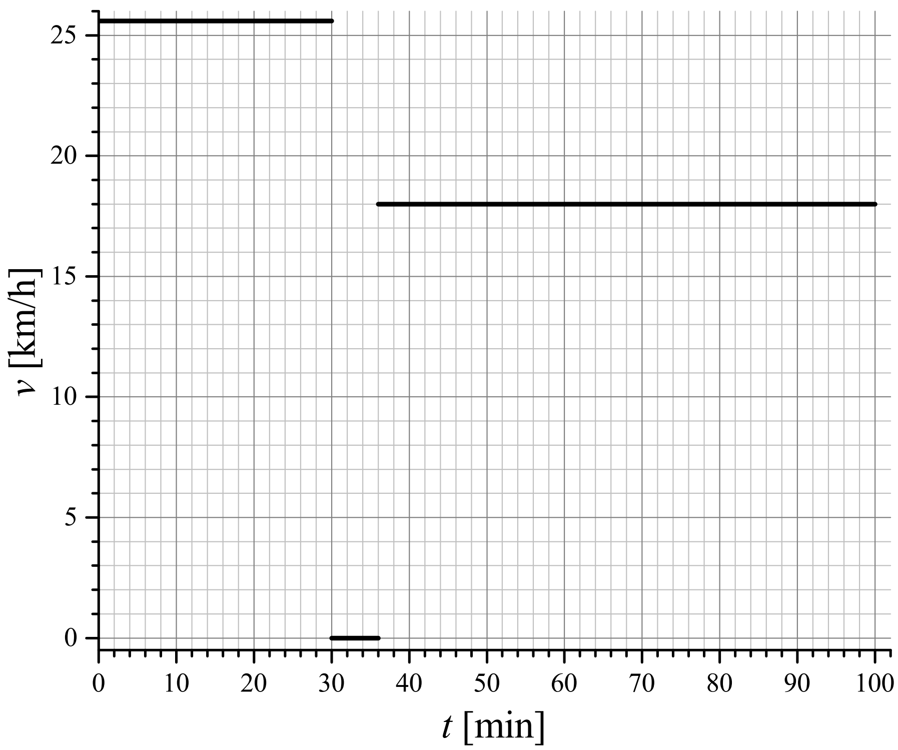
Brzina u trećem dijelu gibanja je:

$v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{\frac{3}{5}32\ \text{km}}{\frac{64}{60}\ \text{h}} = \frac{19.2\ \text{km}}{\frac{64}{60}\ \text{h}} = 18\ \text{km/h.}$ **(2 boda)**

Graf ovisnosti prijeđenog puta o vremenu: **2 boda**.

Graf ovisnosti brzine o vremenu: **2 boda**.





2. zadatak (10 bodova)

Maksimalan vremenski interval između uključivanja zelenog svjetla na prvom i drugom semaforu dobijemo zbrajanjem sljedećih vremenskih intervala **(1 bod)**:

- vrijeme ubrzavanja automobila ($t_1 = 4.2$ s),
- vrijeme gibanja automobila stalnom brzinom do udaljenosti od 25 m prije semafora (t_2)
- vrijeme od uključivanja žutog svjetla do uključivanja zelenog svjetla ($t_3 = 1$ s)

Za vrijeme ubrzavanja automobil prelazi put:

$s_1 = \dfrac{v_1 t_1}{2} = \dfrac{50 \cdot \frac{1000}{3600}\ \mathrm{m/s} \cdot 4.2\ \mathrm{s}}{2} = \frac{175}{6}\ \mathrm{m} = 29.2\ \mathrm{m}$ **(1 bod)**

Udaljenost, koju automobil prijeđe stalnom brzinom do uključivanja žutog svjetla, jednaka je:

$s_2 = 200\ \mathrm{m} - \frac{175}{6}\ \mathrm{m} - 25\ \mathrm{m} = \frac{875}{6}\ \mathrm{m} = 145.8\ \mathrm{m},$ **(1 bod)**

a za to mu je potrebno sljedeće vrijeme:

$t_2 = \dfrac{s_2}{v} = \dfrac{\frac{875}{6}\ \mathrm{m}}{50 \cdot \frac{1000}{3600}\ \mathrm{m/s}} = 10.5\ \mathrm{s}.$ **(1 bod)**

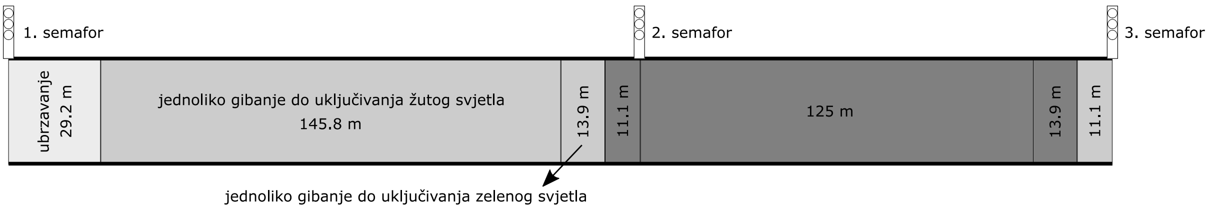
Prema tome, vremenski interval između uključivanja zelenog svjetla na prvom i drugom semaforu je:

$\Delta t_{12} = t_1 + t_2 + t_3 = 4.2\ \mathrm{s} + 10.5\ \mathrm{s} + 1\ \mathrm{s} = 15.7\ \mathrm{s}.$ **(2 boda)**

Između uključivanja žutog i zelenog svjetla na semaforu automobil prijeđe put:

$s_3 = v t_3 = 50 \cdot \frac{1000}{3600}\ \mathrm{m/s} \cdot 1\ \mathrm{s} = \frac{125}{9}\ \mathrm{m} = 13.9\ \mathrm{m}.$ **(1 bod)**

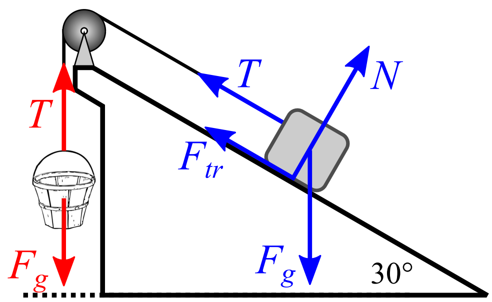
Sve udaljenosti prikazane su na sljedećoj skici.



Sa skice možemo zaključiti da automobil između uključivanja zelenog svjetla na drugom i trećem semaforu prijeđe put od 150 m **(2 boda)**. Giba se stalnom brzinom te mu je za to potrebno vrijeme:

$\Delta t_{23} = \dfrac{150 \text{ m}}{50 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s}} = 10.8 \text{ s.}$ **(1 bod)**

3. zadatak (12 bodova)



Ako se sustav giba stalnom brzinom, zbroj svih sila na svako tijelo jednak je nuli. Na skici desno prikazane su sve sile koje djeluju na kantu i na uteg. Pretpostavili smo da između kosine i utega postoji trenje. Također, ako se uteg giba niz kosinu, sila trenja djeluje suprotno smjeru gibanja utega tj. uz kosinu. Najprije ćemo utvrditi postoji li trenje između utega i kosine tako da pretpostavimo suprotno i napišemo drugi Newtonov zakon za sustav.

$m_{uteg} a = \frac{1}{2} m_{uteg} g - T$ **(1 bod)**

$m_{kanta} a = T - m_{kanta} g$ **(1 bod)**

Slijedi:

$a = \dfrac{\frac{1}{2} m_{uteg} - m_{kanta}}{m_{uteg} + m_{kanta}} g = \dfrac{1 \text{ kg} - 0.75 \text{ kg}}{2 \text{ kg} + 0.75 \text{ kg}} g = \dfrac{1}{11} g \neq 0.$ **(1 bod)**

Slijedi da mora postojati trenje, inače bi se sustav gibao ubrzano. **(1 bod)**

Sada možemo napisati drugi Newtonov zakon za oba tijela uključujući i silu trenja.

$0 = \frac{1}{2} m_{uteg} g - T - F_{tr}$

$0 = T - m_{kanta} g$

(1 bod)

Sila trenja je $F_{tr} = \mu N$ **(1 bod)**, $F_{tr} = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_{uteg} g$ **(1 bod)**. Uvrštavanjem se dobije:

$0 = \left(\frac{1}{2} m_{uteg} - m_{kanta}\right) g - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_{uteg} g.$

Slijedi da je koeficijent trenja:

$\mu = \dfrac{\frac{1}{2} m_{uteg} - m_{kanta}}{\frac{\sqrt{3}}{2} m_{uteg}} = \dfrac{1 \text{ kg} - 0.75 \text{ kg}}{\frac{\sqrt{3}}{2} 2 \text{ kg}} = \dfrac{0.25}{\sqrt{3}} = 0.144.$ **(2 boda)**

Kada u kantu stavimo teret mase m, sustav će se gibati stalnom brzinom u suprotnom smjeru. To znači da će sila trenja između utega i kosine imati smjer niz kosinu. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$0 = T' - \frac{1}{2} m_{uteg} g - F_{tr}$

$0 = (m_{kanta} + m)\, g - T'$

(1 bod)

Zbrajanjem jednadžbi dobije se:

$0 = -\frac{1}{2} m_{uteg} g - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_{uteg} g + m_{kanta} g + mg$

Slijedi da je masa tereta jednaka:

$m = \frac{1}{2}m_{uteg} - m_{kanta} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}m_{uteg}$

$m = 1\ \text{kg} - 0.75\ \text{kg} + \dfrac{0.25}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}2\ \text{kg} = 0.5\ \text{kg}.$ **(2 boda)**

4. zadatak (6 bodova)

Vrijeme slobodnog pada loptice jednako je:

$h = \dfrac{1}{2}gt_{pad}^2 \;\Rightarrow\; t_{pad} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 1.55\ \text{s}.$ **(2 boda)**

Loptica se u rijeci nastavlja gibati brzinom rijeke. Vrijeme potrebno da dođe točno ispod drugog ruba mosta je:

$s = v_{rijeka}t_{rijeka} \;\Rightarrow\; t_{rijeka} = \dfrac{s}{v_{rijeka}} = 30\ \text{s}.$ **(2 boda)**

Ukupno traženo vrijeme od ispuštanja loptice do dolaska ispod suprotnog ruba mosta je:

$t_{ukupno} = t_{pad} + t_{rijeka} = 31.55\ \text{s}.$ **(2 boda)**

5. zadatak (10 bodova)

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar napišemo po komponentama:

$m_A v_A = (m_A + m_B)\, v_x$ **(1 bod)**

$m_B v_B = (m_A + m_B)\, v_y$ **(1 bod)**

Brzina gibanja automobila nakon sudara je:

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ **(1 bod)**

Brzinu v izračunamo na način:

$s = \dfrac{v^2}{2a}$, **(1 bod)**

gdje je $a = \mu g$ (ovo dobijemo iz drugog Newtonovog zakona: $(m_A + m_B)\, a = F_{tr} = \mu\,(m_A + m_B)\, g$). **(2 boda)**

Slijedi da je

$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 0.1875 \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 60\ \text{m}} = 15\ \text{m/s} = 54\ \text{km/h}.$ **(1 bod)**

Iz prve jednadžbe zakona očuvanja količine gibanja izračunamo v_x:

$v_x = \dfrac{m_A}{m_A + m_B}v_A = 20.5\ \text{km/h}$ **(1 bod)**

Zatim izračunamo v_y:

$v_y = \sqrt{v^2 - v_x^2} = 50\ \text{km/h}.$ **(1 bod)**

Slijedi da je brzina automobila B prije sudara jednaka:

$v_B = \dfrac{m_A + m_B}{m_B}v_y = 91.8\ \text{km/h}$ **(1 bod)**

Prema tome, automobil B je prekoračio ograničenje brzine.

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 9. veljače 2022

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (8 bodova)

Horizontalna cijev u kojoj teče voda, ima početni presjek S_1 = 100 cm^2. Nakon toga se cijev sužava i presjek postaje S_2 = 60 cm^2. Statički tlak u početnom dijelu cijevi je P_1 = 4x10^5 Pa (pomoću hidrostatskog se uređaja tlak održava konstantnim), dok je u užem dijelu statički tlak jednak P_2 = 3x10^5 Pa. Kolike su vrijednosti brzine vode u početnom i užem dijelu cijevi? Izračunajte količinu mase koja prođe kroz cijev u jedinici vremena.

2. zadatak (10 bodova)

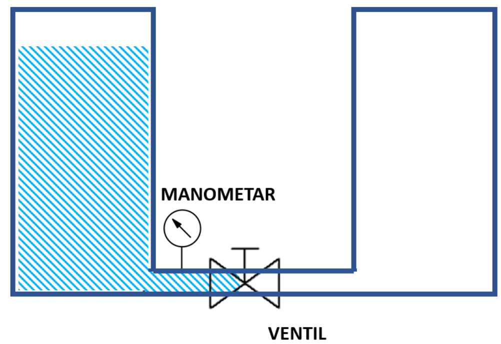
Plovak, koji se sastoji od cilindra (promjera d_{cl} = 0.10 m i visine h_{cl} = 0.10 m) i cjevčice (promjera d_{cj} = 0.02 m i visine h_{cj} = 1.00 m), nalazi se u vodi gustoće ρ_{voda}. Valjak je ispunjen tekućinom gustoće ρ = 1.2 kg/dm^3, a cjevčica je ispunjena zrakom. Pri ovim uvjetima valjak je potpuno uronjen u vodu, a samo je dio cjevčice je iznad površine vode. Težina praznog plovka je 1.0 N. Odredite visinu cjevčice koja se nalazi u vodi. Zanemarite doprinos volumena stijenki plovka.

3. zadatak (10 bodova)

Na kružnoj karting stazi radijusa R = 40 m dva sudionika započinju utrku potjere. Počinju u istom trenutku smješteni na dva kraja horizontalnog promjera staze, prvi brzinom v_A, a drugi brzinom v_B = 40 km/h. Pronađite vrijednost v_A za prvog sudionika koji će doći do drugog nakon što je drugi prošao 2.5 kruga staze i izračunajte potrebno vrijeme.

4. zadatak (10 bodova)

Cijev u obliku slova U sastoji se od dvije jednake okomite grane, s velikim dijelom površine S = 1 m^2, otvorene prema atmosferi, povezane tankom spojnom cijevi zanemarivog volumena duž koje su postavljeni ventil i mjerač tlaka (vidi sliku). U početku je ventil je zatvoren i jedna od grana sadrži tekućinu, gustoće ρ_{voda}, visine h = 10 m , dok je druga grana prazna. U određenom trenutku slavina se otvara i nakon faze prigušenih oscilacija tekućina dolazi u stanje ravnoteže zauzimajući dvije grane cijevi. Koliki je ukupni rad sila trenja? Koliko se očitanje tlaka manometra razlikuje od početnog do konačnog stanja?



5. zadatak (12 bodova)

Konj vuče čamac pomoću užeta po sredini pravocrtnog kanala (punog vode) silom iznosa 7900 N, pod kutom θ od 18deg u odnosu na smjer gibanja čamca. Masa čamca je 9500 kg, a ubrzanje 0.12 m/s^2. Izračunajte iznos i smjer sile kojom voda djeluje na čamac. Skicirajte sile na čamac.

Fizikalne konstante:

g=9.81 m/s^2
R= 8.31 J·mol^{-1}·K^{-1}
p_{atm}=10^5 Pa
$\rho_{vode} = 1000$ kg/m^3

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim načinom, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (8 bodova)

Za rješavanje zadataka možemo primijeniti Bernullijevu jednadžbu jer su sve pretpostavke za njezino korištenje zadovoljene te ju primijenimo između početnog i završnog dijela cijevi i jednadžbu kontinuiteta toka.

$$\begin{cases} S_1 v_1 = S_2 v_2 \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_1^2 + \rho_{H_2O} g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2 + \rho_{H_2O} g h_2 + p_2 \end{cases}$$ **(1 bod)**

Kako je cijev vodoravna visine h_1 i h_2 se pokrate jer su iste vrijednosti.

$$\begin{cases} S_1 v_1 = S_2 v_2 \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases}$$ **(1 bod)**

Brzine strujanja vode su nepoznanice koje tražimo i koje možemo dobiti rješavanjem prethodnog sustava jednadžbi.

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} \frac{S_2^2 v_2^2}{S_1^2} + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2 + p_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} \\ \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2 \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) = p_1 - p_2 \end{cases}$$

Dakle:

$$\begin{cases} v_2 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\frac{1}{2}\rho_{H_2O}\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)}} = \sqrt{\frac{100000Pa}{\frac{1}{2}1000\frac{kg}{m^3}(1-0,36)}} = 17.68\,\frac{m}{s} \\ v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1} = 10.61\,\frac{m}{s} \end{cases}$$ **(2 boda)**

Masa vode koja prođe po jedinici vremena je:

$$\varrho Q = \varrho S_1 v_1 = 106\ kg/s$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (10 bodova)

Visinu dijela cjevčice koja je uronjena u vodu možemo odrediti uspostavljanjem ravnoteže sila koje djeluju na sustav.

$$T_{\mathrm{P}} + T_{tekućina} - (U_1 + U_2) = 0$$ **(2 boda)**

T_p je težina plovka, $T_{tekućina}$ je težina tekućine koja se nalazi u cilindru, U_1 i U_2 su sile uzgona zbog prisutnosti vode. Predznake sila su određene tako da se smjer osi uzima prema dolje u smjeru sile teže.

Za tekućinu vrijedi:

$$T_{tekućina} = \rho_2 g\,\frac{\pi d_{\mathrm{cl}}^2}{4} h_{\mathrm{cl}} = 1.2 \cdot 10^3 \times 9.81\,\frac{3.14 \times 0.1^2}{4} 0.1 = 9.25\mathrm{N}$$ **(2 boda)**

Za sile uzgona koje djeluju na sustav možemo pisati:

$$U_1 = \rho_1 g\,\frac{\pi d_{\mathrm{cl}}^2}{4}\left(h_{\mathrm{cl}} + h_{\mathrm{cj}}^*\right) =$$
$$1 \cdot 10^3 \times 9.81\,\frac{3.14 \times 0.1^2}{4}\left(0.1 + h_{\mathrm{cj}}^*\right) = 177.05\left(0.1 + h_{\mathrm{cj}}^*\right)$$ **(2 boda)**

Gdje je h_{cj}^* uronjeni dio cjevčice.

$$U_2 = \rho_2 g\,\frac{\pi\left(d_{\mathrm{cl}}^2 - d_{\mathrm{cj}}^2\right)}{4} h_{\mathrm{C}}^* =$$
$$= 1 \cdot 10^3 \times 9.81\,\frac{3.14\left(0.1^2 - 0.02^2\right)}{4} h_{\mathrm{cj}}^* = 73.97 h_{\mathrm{cj}}^*$$ **(2 boda)**

Dakle možemo izračunati dio cjevčice uronjene u vodu:

$h^*_{\mathrm{cj}} = \frac{1.0+9.25-77.05\times0.10}{77.05-73.97} = 0.826\mathrm{m}$ **(2 boda)**

3. Zadatak (10 bodova)

Radi se od jednoličnom gibanju na kružnici. Za tijelo A poznajemo brzinu kojom se giba na kružnici.

$V_B = 40\mathrm{km/h} = 11.11\mathrm{m/s}$

Znamo da su dva tijela na suprotnim strana kružnice nakon 2.5 kruga. Dakle:

$\alpha = 2{,}5 \cdot (2 \cdot \pi) = 15.7\mathrm{rad}$

Dakle kutovi što dva sudionika opisuju su:

$\alpha_A = \alpha_B = \pi$ **(1 bod)**

Kutovi su povezani kutnim brzinama:

$\alpha_A = \omega_A \cdot t$
$a_B = \omega_B \cdot t$ **(1 bod)**

Dva tijela biti će opet na suprotnim stranama kružnice kada

$(\omega_A - \omega_B) \cdot t = \pi$ **(1 bod)**

Slijedi:

$t = \pi/(\omega_A - \omega_B)$ **(1boda)**

Znamo dalje da

$\omega = V\ /\ R$

Dakle:

$t = \pi/(\omega_A - \omega_B) = \pi/(V_A/R - V_B/R) = \pi \cdot R/(V_A - V_B)$ **(2 boda)**

Kut koji prijeđe B je:

$$\alpha_B = \omega B \cdot t = (V_B/R) \cdot t = (V_B/R) \cdot \pi \cdot R/(V_A - V_B) = 15.7\,rad$$

Ako u jednadžbu uvrstimo podatke dobije se:

$$V_A = (\pi \cdot 11.11/15{,}7) + 11.11 = 13.33 \sim m/s = 13.33 \cdot 3.6\,km/h = 48\,km/h$$ **(2 boda)**

Vrijeme koje je potrebno da dođe do susreta je:

$$t = \pi \cdot R/(V_A - V_B) = 3.14 \cdot 40/(13.33 - 11.11) = 56.58\,s$$ **(2 boda)**

4. Zadatak (10 bodova)

Iz teorema kinetičke energije slijedi:

$$W_{\text{ukupni}} = W_{\text{teže}} + W_{\text{trenja}} = \Delta K = 0$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$W_{\text{trenje}} = -W_{\text{teže}} = -\left[U^{(početna)} - U^{(konačna)}\right] =$$

$$= -\left[mg\frac{h}{2} - mg\frac{h}{4}\right] = -\frac{1}{4}mgh$$ **(2 boda)**

Gdje $m = \varrho S\,h$

Početna potencijalna energija je ona koja pripada masi vode sa centrom mase na *h/2,* konačno stanje je kad je tekućina zauzela visinu *h/2,* znači kad joj je centar mase *h/4.*
Dakle:

$$W_{\text{trenje}} = -\frac{1}{4}\varrho Sgh^2 = 2.45 \times 10^5 J$$ **(2 boda)**

Za početni i konačni tlak vrijedi:

$$p^{(početni)} = p_0 + \varrho gh$$

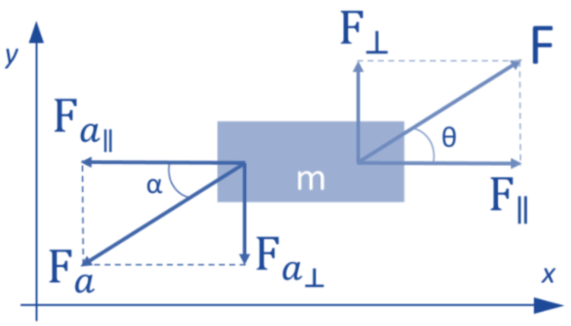
$$p^{(konačni)} = p_0 + \varrho g\frac{h}{2}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$\Delta p = p^{(početni)} - p^{(konačni)} = \varrho g \frac{h}{2} = 4.9 \times 10^4 Pa$ **(2 boda)**

5. Zadatak (12 bodova)

Možemo shematski prikazati sve djelujuće sile na čamcu, uspostavljajući *x*-*y* referentni sustav čiji smjerovi će biti referenca da uspostavimo znak pojedinačnih sila i svake sile prikažemo na njene komponente duž *x* i duž *y*:



(2 boda)

Zovemo F_a silu trenja na koju djeluje voda, koja stvori kut α u odnosu na smjer -x, a time i kut $\beta = \alpha + 180°$ u odnosu na smjer x (s obzirom na koji je zadan θ).

Dakle možemo pisati sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$ **(1 bod)**

Slijedi:

$$\begin{cases} F_\parallel - F_{a_\parallel} = ma \\ F_\perp - F_{a_\perp} = 0 \end{cases} \quad \text{dakle} \quad \begin{cases} F\cos\vartheta - F_a\cos\alpha = ma \\ F\sin\vartheta - F_a\sin\alpha = 0 \end{cases}$$ **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe sustava dobijemo F_a

$$F_a = F\frac{\sin\vartheta}{\sin\alpha}$$ **(1 bod)**

Slijedi:

$\mathrm{F}\cos\vartheta - F\frac{\sin\vartheta}{\sin\alpha}\cos\alpha = ma$ **(1 bod)**

Dakle možemo pisati:

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{F\cos\,\vartheta - ma}{F\sin\,\vartheta} \quad \text{ili} \;\tan\,\alpha = \frac{F\sin\,\vartheta}{F\cos\,\vartheta - ma}$$

Slijedi:

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F\sin\,\vartheta}{F\cos\,\vartheta - ma}\right) = \tan^{-1}(0.38) = 21°$ **(2 boda)**

Stoga smjer sile koju djeluje voda tvori kut β s horizontalnim smjerom, jednak je:

$\beta = \alpha + 180° = 21° + 180° = 201°$ **(2 boda)**

Slijedi da je intenzitet sile kojom djeluje voda:

$F_a = F\frac{\sin\vartheta}{\sin\alpha} = 7900\frac{\sin 18°}{\sin 21°} = 6812\mathrm{N}$ **(2 boda)**

Zadaci za općinsko natjecanje 2022. – 3. skupina

Zadatak 1 (13 bodova)

Dvije žice iste faze na 220 kV dalekovodu su razapete između stupova dalekovoda međusobno udaljenih $L = 250$ m. Udaljenost među žicama je konstantna i iznosi $l = 5$ m. Ako žice prenose svu energiju tvornici konstantne snage 100 MW, nađi iznos i smjer ukupne sile među žicama između dva stupa.

Zadatak 2 (12 bodova)

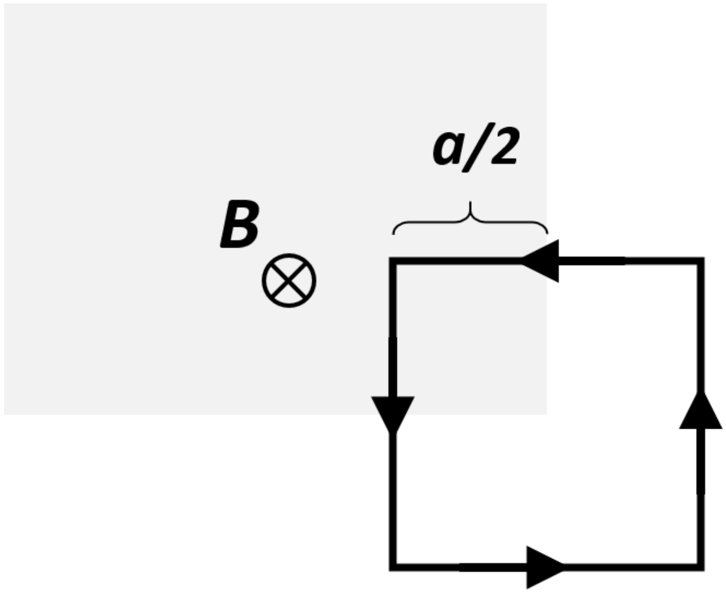
Uteg mase $m = 1$ kg visi na elastičnoj niti zanemarive mase i zanemarive početne duljine. Nit se ponaša kao idealna opruga konstante opruge $k = 15$ N/m. Jedan je kraj niti pričvršćen na koordinati $x = 0$ m, a uteg držimo rukom na koordinati $x = 1$ m, u mirovanju. U jednom trenutku pustimo da se uteg počne gibati u vertikalnom smjeru. Izračunaj amplitudu gibanja, period, najveći i najmanji x kojeg uteg u svom gibanju postigne. Zanemari utjecaj ikakvog otpora. Za koliko će vremena uteg prvi put proći kroz ravnotežni položaj? Na uteg ne djeluje nikakva vanjska sila osim gravitacije i elastične niti.

Zadatak 3 (7 bodova)

Dugačka ravna žica leži na horizontalnoj podlozi i njome teče struja $I = 3.6\ \mu$A. Proton se giba paralelno sa žicom, u smjeru suprotnom smjeru električne struje, konstantnom brzinom $v = 2.3 \cdot 10^4$ m/s na udaljenosti d iznad žice. Pronađi d! Proton i žica nalaze se u vakuumu. Zanemari magnetsko polje Zemlje. Naboj protona je $q = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, a masa $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Zadatak 4 (8 bodova)

Kvadratna strujna petlja duljine stranice $a = 50$ cm nalazi se djelomično u magnetskom polju kao na slici. Ako je iznos polja $B = 3.5$ T i struja u petlji $I = 5$ A u smjeru strelice na slici, izračunaj i prikaži smjer i iznos sile F koja djeluje na strujnu petlju. Nađi iznos i smjer sile koja djeluje na izvor magnetskog polja!



Zadatak 5 (10 bodova)

Elektron brzine $v = 1000$ km/s nalazi se u homogenom magnetskom polju iznosa $B = 100$ mT. Nađi promjer putanje elektrona. Koliko vremena treba elektronu da dođe na isto mjesto? Masa elektrona je $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg. Naboj elektrona je $q_e = -1.602 \cdot 10^{-19}$ C.

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike, 2022.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (13 bodova)

Duljina žica je $L = 250$ m a njihova međusobna udaljenost $l = 5$ m. Da bismo dobili silu među žicama potrebno je prvo pronaći struju koja prolazi kroz svaku žicu. S obzirom da žice opskrbljuju tvornicu definirane snage, svaka od žica dostavlja polovicu ukupne snage tvornice. Da bi izračunali struju kroz svaku žicu koristimo se formulom za snagu električne energije: **(2 boda)**

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U}$$

Uvrštavanjem napona $U = 220$ kV i **polovine** snage $P = 50$ MW, dobivamo struju $I = 227$ A. **(3 boda)**
Za pogrešno izračunatu $I = 454.54$ A dodjeljuje se samo jedan bod.

Za izračunati silu među žicama može se izračunati magnetsko polje prve žice na mjestu druge žice: **(1 bod)**

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi l}$$

i sila na drugu žicu zbog magnetskog polja prve žice: **(1 bod)**

$$F_2 = B_1 I_2 L$$

Kombinacijom te dvije jednadžbe dobijemo konačnu jednadžbu (6 bodova ako se odmah dođe do tog izraza) **(2 boda)**

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

Uvrštavanjem svih veličina ukupni iznos sile je $F = 0.515$ N. **(2 boda)**
Smjer sile je u smjeru druge žice, tj. žice se privlače jer njima prolazi struja u istom smjeru. **(2 boda)**

Zadatak 2 (12 bodova)

Uteg na opruzi se ponaša kao harmonički oscilator. **(1 bod)**
Iz podatka mase i konstante opruge možemo izračunati period gibanja: **(1 bod)**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

što daje $T = 1.62$ s. **(2 boda)**
Možemo odrediti ravnotežni položaj utega x_r tako da izjednačimo gravitacijsku silu sa silom opruge:

$$mg = kx_r \Rightarrow x_r = \frac{mg}{k}$$

što daje $x_r = 0.654$ m. **(2 boda)**
Vidimo da u početku uteg miruje na udaljenosti $x_0 = 1$ m, što znači da je opruga rastegnuta za $\Delta x = x_0 - x_r = 0.346$ m. **(2 boda)**

Kada pustimo uteg, njegova amplituda će biti upravo ta početna rastegnutost Δx. **(1 bod)**
Najveći položaj x_{max} je upravo $x_0 = 1$ m. **(1 bod)**
Najmanji položaj je $x_{mboxmin} = x_r - \Delta x = 0.308$ m. **(1 bod)**
Uteg se giba kroz vrijeme po kosinusnoj krivulji, iz čega se može zaključiti da će mu do ravnotežnog položaja trebati $t = T/4 = 0.405$ s. **(1 bod)**

Zadatak 3 (7 bodova)

Proton bi zbog gravitacijske sile počeo padati prema žici, no magnetska sila kojom žica djeluje na proton ga drži u ravnini. **(1 bod)**

Struja stvara magnetsko polje na udaljenosti d od žice iznosa: **(2 boda)**

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Magnetska sila je istog iznosa kao i sila gravitacije na proton: **(1 bod)**

$$qvB = mg$$

Uvrštavanjem dolazimo do izraza: **(1 bod)**

$$d = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi mg}$$

Rješenje je $d = 16.2$ cm. **(2 boda)**

Zadatak 4 (8 bodova)

Sila na žicu kojom teče struja postoji samo u dijelu u kojem postoji magnetsko polje. Od cijelog kvadrata u magnetskom polju su samo dva dijela duljine $a/2$. **(2 boda)**
Sila svakog dijela dana je s:

$$F = BIl = BI\frac{a}{2}$$

i iznosi $F = 4.375$ N. Ukupna sila koja djeluje na strujnu petlju dana je vektorskim zbrajanjem dvaju sila, kao na slici. Iznos ukupne sile je: **(2 boda)**

$$F_u = \sqrt{2}F = 6.19 \text{ N}$$

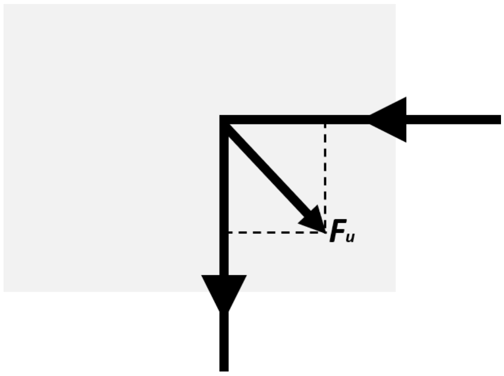
Smjer sile ucrtan je na slici: **(2 boda)**

Sila koja djeluje na izvor magnetskog polja je dana trećim Newtonovim zakonom, istog iznosa i suprotnog smjera. **(2 boda)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Elektron u magnetskom polju pod utjecajem je Lorentzove sile **(2 boda)**

$$F = qvB$$



Smjer te sile je okomit na smjer gibanja elektrona, zbog čega se elektron giba po kružnici. Lorentzova sila je u ovom slučaju centripetalna sila, pa iz toga nalazimo radijus: **(2 boda)**

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

Promjer putanje elektrona iznosi $2r = 114\ \mu$m. **(2 boda)**
Da bi elektron došao na isto mjesto mora proći cijeli opseg kruga. Uz poznatu brzinu elektrona, dobijemo ukupno vrijeme: **(2 boda)**

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r}{v}$$

Elektronu treba $t = 0.357$ ns da dođe ponovno na isto mjesto. **(2 boda)**

OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora.

1. zadatak *(9 bodova)*

Ribar stoji na čamcu i promatra ribu koja se udaljava od njega. U jednom je trenutku horizontalna udaljenost između ribe i ribara jednaka $6\,m$ i riba se nalazi na dubini od $1\,m$. Izračunajte indeks loma vode u kojoj se nalazi riba, uz pretpostavku da je indeks loma zraka $n = 1$, da su ribareve oči $2\,m$ iznad površine vode i da zraka svjetlosti koja putuje od ribe do ribara prođe udaljenost u vodi od $1.4\,m$. Napravite skicu!

2. zadatak *(10 bodova)*

Predmet je postavljen na $20\,cm$ od konvergentne leće žarišne daljine $30\,cm$. Koliko je udaljena slika od predmeta? Je li slika uspravna ili obrnuta, realna ili virtualna, i koliko je apsolutno povećanje slike? Izračunajte udaljenost između predmeta i slike kada biste umjesto konvergentne leće stavili divergentnu iste žarišne daljine. Detaljno skicirajte oba slučaja!

3. zadatak *(9 bodova)*

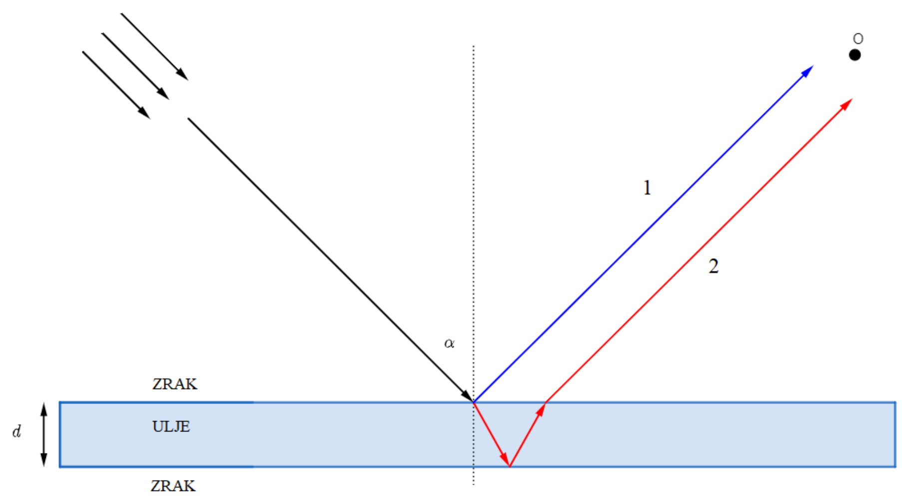
Monokromatska svjetlost upada na optičku rešetku konstante $d = 10\,\mu m$. Odredi valnu duljinu svjetlosti ako je razlika kuteva na kojima opažamo maksimume 4. reda i 3. reda jednaka $9°$. Koliko se maksimuma može opaziti?

4. zadatak *(11 bodova)*

Neka čestica mase m giba se velikom brzinom v_0. Ako joj još povećamo brzinu za određeni iznos, njezina se ukupna energija poveća za 10%, a količina gibanja za 15%. Odredi početnu brzinu čestice v_0. Ako je ta čestica nestabilna i živi samo $2.2\mu s$ u sustavu u kojem ona miruje, odredi koliki put prijeđe u laboratorijskom sustavu ako se giba brzinom v_0. Brzina svjetlosti je $c = 3 \times 10^8\,m/s$.

5. zadatak *(11 bodova)*

Bijela svjetlost pod nekim kutem α (koji nije nužno mali) upada na tanki sloj ulja indeksa loma n (za koji možemo pretpostaviti da je neovisan o valnoj duljini) i debljine d, kao što je prikazano na slici. Kao rezultat javljaju se dvije izlazne zrake (1 i 2) koje dolaze do opažača u točki O. Odredi razliku optičkih putova te dvije zrake u ovisnosti o d, n i α. Pritom pripazi da prilikom refleksije na gušćem sredstvu zraka poprima dodatnu razliku u fazi od π. Napišite uvjet konstruktivne interferencije i odredite koja valna duljina ga zadovoljava u vidljivom spektru ($380 - 750\,nm$), ako je $\alpha = 70°$, $n = 1.4$ i $d = 0.4\,\mu m$. Indeks loma zraka je 1.



OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

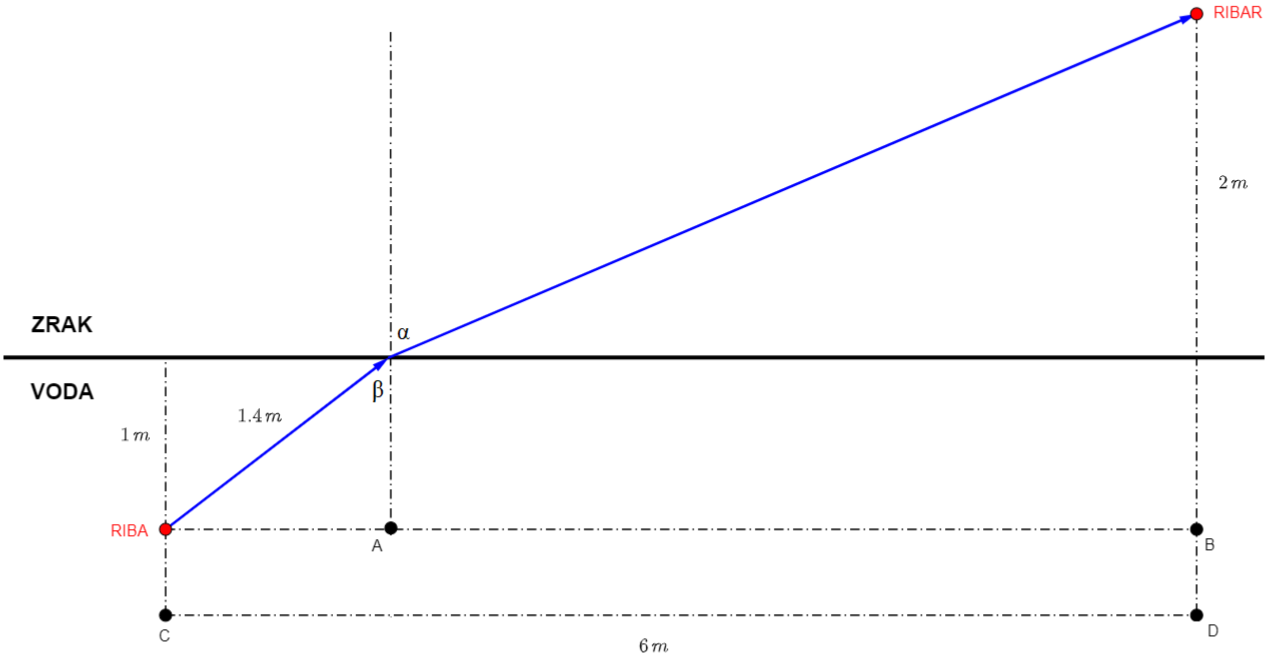
Srednje škole - 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(9 bodova)*

Skica mora sadržavati sve najbitnije informacije vezane uz zadani problem. **[2 boda]**

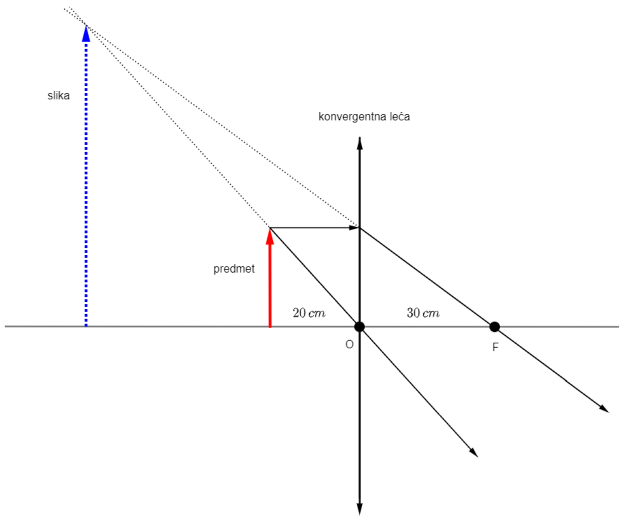


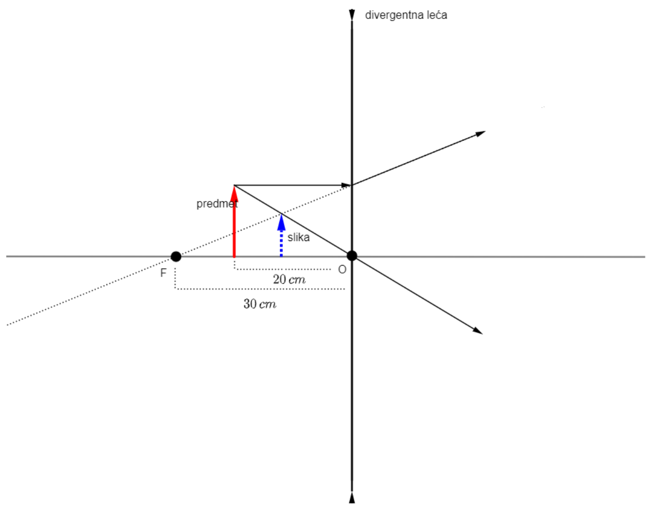
Odmah se može izračunati udaljenost ribe od točke A na slici korištenjem Pitagorinog poučka. Slijedi da je: $x = \sqrt{1.4^2 - 1^2}\,m \approx 0.9798\,m$. **[1 bod]**
Udaljenost od točke A do točke B je onda $y = 6\,m - 0.9798\,m = 5.0202\,m$. **[1 bod]**
Iz slike onda vidimo korištenjem trigonometrije da je $\sin\beta = 0.9798/1.4 \approx 0.7$. **[1 bod]**
Analogno, možemo odrediti i $\sin\alpha = 5.0202/\sqrt{5.0202^2 + 2^2} \approx 0.929$. **[2 boda]**
Napokon, korištenjem Snellovog zakona, $\sin\alpha = n\sin\beta \rightarrow n = 0.929/0.7 \approx 1.327$. **[2 boda]**

2. zadatak *(10 bodova)*

Korištenjem $1/f = 1/a + 1/b$ za $a = 20\,cm$ i $f = 30\,cm$ slijedi da je $b = -60\,cm$. **[2 boda]**
Negativna vrijednost za b znači da je slika s iste strane leće kao i predmet, te je udaljena $60\,cm$ od leće. To znači da je udaljenost predmeta od slike $d = 60\,cm - 20\,cm = 40\,cm$. **[1 bod]**
S obzirom da su slika i predmet s iste strane možemo zaključiti da je slika virtualna i uspravna. **[1 bod]**
Apsolutno povećanje je jednako $|b/a| = 3$. **[1 bod]**
U slučaju divergentne leće žarišna daljina je negativna, tj. $f = -20\,cm$. Uvrštavanjem a i f u jednadžbu $1/f = 1/a + 1/b$ slijedi $b = -12\,cm$. **[2 boda]**

Udaljenost predmeta od slike je tada $8\,cm$. **[1 bod]**
Skice trebaju sadržavati barem dvije karakteristične zrake u oba slučaja. Treba biti vidljivo da je u slučaju konvergentne leće slika s iste strane leće kao i predmet, uspravna i uvećana, dok u slučaju divergentne leće treba biti vidljivo da je slika umanjena, uspravna, i sa iste strane kao i predmet. **[2 boda]**





3. zadatak *(9 bodova)*

Upadom svjetlosti na optičku rešetku javlja se konstruktivna interferencija samo za one kuteve koji zadovoljavaju $d \sin\alpha_k = k\lambda$. Za maksimume 3. i 4. reda vrijedi $d\sin\alpha_3 = 3\lambda$ i $d\sin\alpha_4 = 4\lambda$. **[2 boda]**
Ako podijelimo lijeve i desne strane tih jednadžbi i uvrstimo $\alpha_4 = \alpha_3 + 9°$ slijedi:

$$\frac{\sin(\alpha_3 + 9°)}{\sin\alpha_3} = \frac{4}{3}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{1}$$

Nadalje, lijevu i desnu stranu u (1) možemo pomnožiti sa $\sin\alpha_3$, te raspisati sinus zbroja na lijevoj strani:

$$\sin\alpha_3\cos 9° + \cos\alpha_3 \sin 9° = \frac{4}{3}\sin\alpha_3. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{2}$$

Ovdje $\cos\alpha_3$ možemo izraziti kao $\sqrt{1-\sin^2\alpha_3}$. Sređivanjem dobivamo :

$$\sin\alpha_3 = \frac{\sin 9°}{\sqrt{\frac{25}{9} - \frac{8\cos 9°}{3}}} = 0.4123. \quad \textbf{[2 boda]} \tag{3}$$

Iz toga uvrštavanjem u $d\sin\alpha_3 = 3\lambda$ možemo dobiti $\lambda = 1.374\,\mu m$. **[1 bod]**
Opažamo maksimume višeg reda sve dok je $k\lambda/d < 1$ jer mora vrijediti da je $\sin\alpha < 1$. Vidimo da za $k = 7$ slijedi $k\lambda/d = 0.9621$, a za $k = 8$, $k\lambda/d = 1.0995$, tj. opažamo nulti maksimum i 7 maksimuma višeg reda (i 7 maksimuma simetrično u odnosu na nulti; priznati sve bodove za oba odgovora). **[2 boda]**

4. zadatak *(11 bodova)*

Ukupna energija i količina gibanja čestice dane su sa:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{4}$$

tj. vrijedi:

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = 1.1\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad \frac{mv_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = 1.15\frac{mv_0}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}, \tag{5}$$

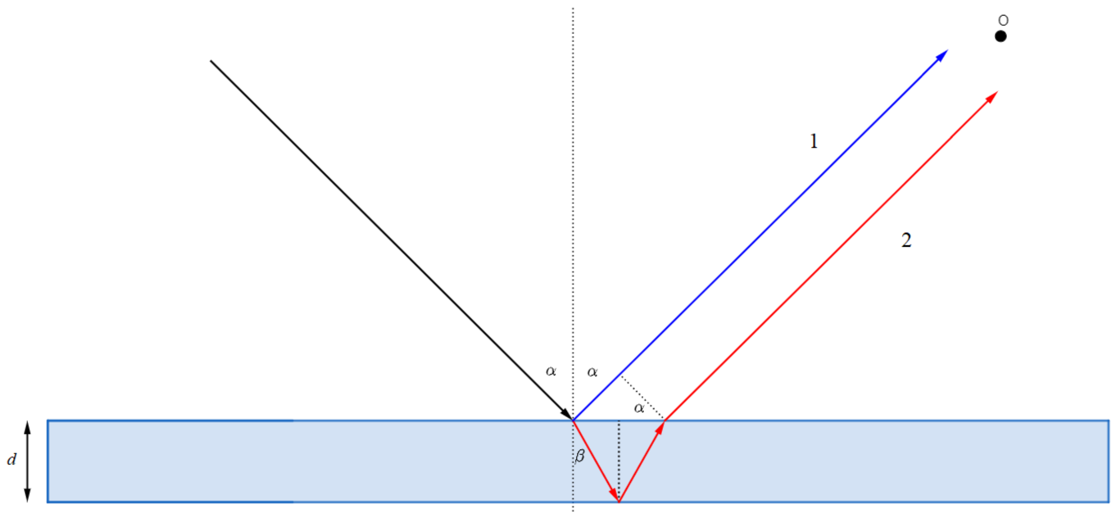
gdje je v_1 brzina koju čestica ima nakon što smo je ubrzali za neki iznos. **[2 boda]**
Dijeljenjem dviju jednakosti u jednadžbi (3) slijedi da je $v_1 = 1.15/1.1\, v_0$. **[2 boda]**
Tu relaciju možemo nazad ubaciti u jednu od jednakosti u (3). Npr. ubacivanjem u prvu jednakost slijedi:

$$\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}} = 1.1\sqrt{1-\frac{1.15^2/1.1^2\, v_0^2}{c^2}}. \quad \textbf{[1 bod]} \tag{6}$$

Kvadriranjem i sređivanjem konačno slijedi $v_0 = 0.807\, c$. **[3 boda]**
Čestica u laboratorijskom sustavu prođe put $s = v\tau$, gdje je $\tau = \frac{2.2\,\mu s}{\sqrt{1-0.807^2}}$ vrijeme koje čestica živi za mirnog promatrača u laboratoriju. Dakle, $\tau = 3.725\,\mu s$. **[2 boda]**
I napokon, $s = 0.807 \cdot 3 \times 10^8 \cdot 3.725 \times 10^{-6}\, m \approx 902\, m$. **[1 bod]**

5. zadatak *(11 bodova)*

Sa dolje nacrtane skice jasno je da zraka 2 pređe dodatni put u ulju koje ima indeks loma n, dok zraka 1 ima nešto dulji put u zraku. Te razlike možemo označiti redom sa Δl_1 i Δl_2. **[1 bod]**



Vidimo da je $\Delta l_1 = 2d/\cos\beta$. Također, se uz malo trigonometrije pokaže $\Delta l_2 = 2d\tan\beta\sin\alpha$. **[2 boda]**
Uzimajući u obzir da zraka 2 duljinu Δl_1 prolazi u mediju indeksa loma n, i da zbog refleksije na gušćem sredstvu zraka 1 dobije pomak u fazi za π, slijedi da je optička razlika puteva zraka 2 i 1:

$$\Delta x = n\Delta l_1 - l_2 + \frac{\lambda}{2}, \tag{7}$$

gdje u principu ispred $\lambda/2$ može biti i predznak "-". **[2 boda]**
Uvrštavanjem slijedi:

$$\Delta x = \frac{2dn}{\cos\beta} - \frac{2d\sin\alpha\sin\beta}{\cos\beta} + \frac{\lambda}{2}, \tag{8}$$

gdje se korištenjem Snellovog zakona $\sin\alpha = n\sin\beta$ i $\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$ izraz može srediti na:

$$\Delta x = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}. \quad \textbf{[3 boda]} \tag{9}$$

Uvjet konstruktivne interferencije je dan sa:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad k = 0, 1, 2, ... \quad \textbf{[1 bod]} \tag{10}$$

Uz $d = 0.4\,\mu m$, $n = 1.4$ i $\alpha = 70°$ slijedi $\lambda = 553.5\,nm$ za $k = 1$. Za $k = 0$ ili $k > 1$ uvjet za konstruktivnu interferenciju nije zadovoljen u vidljivom spektru. [**2 boda**]