

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 26.-29. 04. 2022.

Srednje škole – 2. skupina

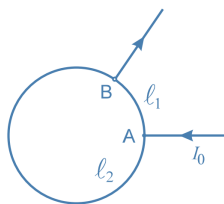
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (20 bodova)

Konstantanska žica duljine $L = 100$ cm presavijena je u kružni prsten. Ravna žica vodiča pričvršćena je na točku A prstena (vidi sliku), a druga žica jednaka prvoj spojena je na prsten pomoću kliznog kontakta (točka B), tako da je njezin smjer uvijek radijalan; sve žice leže u istoj ravni.

Neka su ℓ_1 i ℓ_2 duljine dva luka između točaka A i B i neka je $x = \ell_1/L$ bezdimenzionalni parametar koji definira položaj točke B.

Dvije ravne žice spojene su (na velikoj udaljenosti) na generator struje $I_0 = 250$ mA i mjeri se napon između točaka A i B. Utvrđeno je da maksimum napona, kada se x mijenja, iznosi $V_0 = 100$ mV.

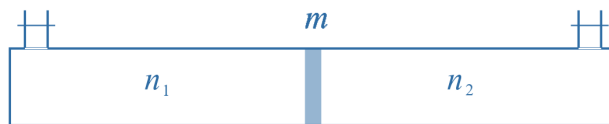


- Odredite debljinu (promjer presjeka) konstantanske žice.
- Nacrtajte graf napona V između A i B, kao funkcija od x .
- Odredite ovisnost snage raspršene Jouleovim efektom u luku duljine ℓ_1 u ovisnosti o x i skicirajte kvalitativno ovisnost na grafu. Znajući da ta ovisnost dostiže maksimum za $x = 1/3$, odredite pripadajuću maksimalnu vrijednost snage.

2. zadatak (15 bodova)

Cilindar presjeka $A = 100$ cm² i duljine $l = 100$ cm postavljen je vodoravno. Stjenke su toplinski izolirane i zanemarivog toplinskog kapaciteta. Unutar cilindra može kliziti klip mase $m = 0,13$ kg i zanemarive debljine, i sa zanemarivim trenjem. Specifični toplinski kapacitet tvari od koje je napravljen klip iznosi $c = 390$ J/kgK.

- Na početku, u lijevom dijelu cilindra se nalazi $n_1 = 2.3$ mola jednoatomskog idealnog plina na temperaturi $T_1 = -90^\circ\text{C}$, a u drugom djelu n_2 mola jednoatomskog idealnog plina na temperaturi $T_2 = 46^\circ\text{C}$. Klip se nalazi 53 cm od lijeve stijenke cilindra, i u mehaničkoj je ravnoteži. Odredite u tom početnom trenutku količinu plina koja se nalazi u desnoj strani cilindra, u molovima.



Nakon toga sustav pusti da dođe u toplinsku ravnotežu. Ako je na početku temperatura klipa bila $T_0 = 100^\circ\text{C}$, odredite:

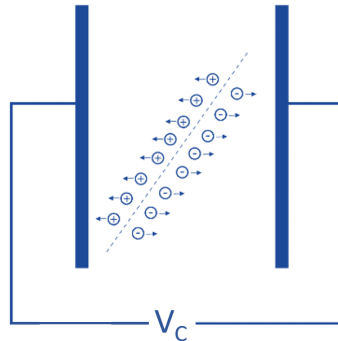
- ravnotežnu temperaturu sustava.
- koliko se klip pomaknuo.

3. zadatak (20 bodova)

Ionizacijska komora je detektor za otkrivanje i mjerenje jakosti ionizirajućega zračenja. Glavni su joj dijelovi zatvorena cilindrična komora, u kojoj se nalazi plin pod određenim tlakom, i dvije elektrode s početnom razlikom napona $V_C = V_0$. Prolaskom fotona ili neke nabijene čestice dovoljne energije kroz komoru, ioniziraju se ili pobuđuju molekule plina uzduž staze čestice. Ionizacijom neutralne molekule nastaju pozitivni ion i slobodni elektroni koji se nastavljaju gibati prema nabijenim pločama. Zbog brojnih sudara tako nastalih iona i elektrona s ostalim molekulama plina njihova se brzina može smatrati konstantnom i nazivamo je driftna brzina. Kako je masa elektrona znatno manja prema onoj od iona može se smatrati da za te (driftne) brzine vrijedi $v_e \gg v_i$.

Za potrebe ovog zadatka uzet ćemo da elektrode u ionizacijskoj komori odgovaraju pločastom kondenzatoru, a voltmetar (nije prikazan na slici) je spojen tako da mjeri napon $V(t)$ koji odgovara razlici početnog napona i vremenski ovisnog napona V_C : $V(t) = V_0 - V_C(t)$.

Pretpostavimo da u trenutku $t=0$ jedna čestica prođe na udaljenosti x od pozitivno nabijene ploče, i da je vrijeme prolaza te čestice kroz detektor zanemarivo kratko prema ostalim procesima.



- Izrazite rad koji električna sila vrši na jednom elektronu i ionu, kao funkciju vremena, prije nego dođu do ploče kondenzatora
- Izrazite potencijal $V(t)$ kao funkciju broja N nastalih parova elektron-iona, udaljenosti d između ploča, kapaciteta C kondenzatora, i *driftnih* brzina elektrona i iona (također, prije nego što dođu do ploče kondenzatora). Pretpostavite da se $V_C(t)$ vrlo malo razlikuje od V_0 , tj. da se zbroj napona $V_0 + V_C(t)$ može aproksimirati s $2V_0$.
- Budući da su *driftne* brzine vrlo različite, elektroni gotovo uvijek stignu na anodu (pozitivno nabijenu ploču kondenzatora) prije nego što pozitivni ioni stignu na katodu (negativnu ploču). Pretpostavimo da se tako događa i u ovom slučaju. Nazovimo t_e trenutak u kojem udare elektroni, a t_i sljedeći trenutak u kojem udare ioni. Pronađite izraz za signal $V(t)$, između t_e i t_i kao funkciju N , d , C , v_e i x .
- Pronađite vrijednost $V(t)$ nakon t_i .
- Nacrtajte kvalitativni graf funkcije $V(t)$.

4. zadatak (15 bodova)

Hermetički zatvoren cilindar visine $H = 1$ m napunjen je vodom (koju možemo smatrati idealnom tekućinom) do visine $h_0 = 90$ cm. Volumen koji ne zauzima voda ispunjen je idealnim plinom pri početnom tlaku od 8 atm i temperaturi $T = 300$ K. Na dnu cilindra napravljena je rupa zanemarive površine odnosu na baznu površinu cilindra. Nađite izraz brzine izlaza vode iz rupe kao funkciju visine h tekućine, uz pretpostavku da širenje plina kako voda izlazi odgovara izotermom procesu.

Izračunajte:

- početnu brzinu kojom voda izlazi iz rupe
- brzinu kada se visina tekućine prepolovi u odnosu na početnu vrijednost
- za koju vrijednost h na kojoj voda prestaje izlaziti.

Fizikalne konstante:

$R = 8,31$ J/K mol, $P_{atm} = 1$ atm = 101300 Pa, $g = 9,81$ m/s², $\rho_{voda} = 1000$ kg/m³, $\rho_{konstantan} = 4.90 \times 10^{-7}$ Ω m

Državno natjecanje iz fizike

Podgora, 26.-29. travnja 2022.

Eksperimentalni zadatak – 2. grupa

Određivanje mase drvenog predmeta

Zadatak: Pomoću priloženog pribora odredite masu drvenog predmeta.

Pribor:

- čaša s vodom (gustoća vode je 1000 kg/m^3)
- ravnalo s mjernom skalom
- elastična opruga
- metalni valjčić
- elastična gumica
- drveni predmet s metalnom kukicom (određujemo njegovu masu).

U sklopu zadatka potrebno je:

1. Teorijski obrazložiti postupak mjerenja, izvesti odgovarajuće teorijske formule, definirati koje veličine i kako je potrebno mjeriti te skicirati postupak mjerenja. (14 bodova)
2. Napraviti barem 6 mjerenja odgovarajućih veličina, za svako mjerenje odrediti masu drvenog predmeta i podatke prikazati tabelarno. (10 bodova)
3. Napraviti račun pogreške: srednja vrijednost, maksimalna apsolutna pogreška i zapis rezultata (vodite računa o pouzdanim znamenkama). (6 bodova)

Ukupno :

30 bodova

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

a) Ekvivalentni otpor između A i B je

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Gdje je $R_i = \frac{\rho \ell_i}{\sigma}$

Ako uzmemo u obzir da je σ površina presjeka žice i da $R_1 + R_2 = \rho L / \sigma$ onda je

$$R^* = \frac{\rho \ell_1 \ell_2}{\sigma L} = x(1-x) \frac{\rho L}{\sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

Najveći napon se postiže uz konstantnu struju kad je maksimalan ekvivalentni otpor. To znači za $x=1/2$, te slijedi

$$R_{max}^* = \frac{1}{4} \frac{\rho L}{\sigma} = \frac{V_0}{I_0} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho L I_0}{4 V_0} \quad (2 \text{ boda})$$

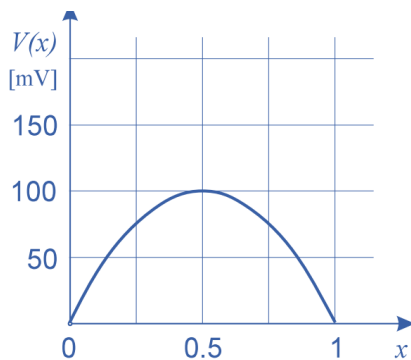
Iz čega na kraju možemo izračunati promjer presjeka

$$d = 2r = 2 \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} = \sqrt{\frac{\rho L I_0}{\pi V_0}} = 0.624 \text{ mm} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Napon je proporcionalan ekvivalentnom otporu, dakle

$$V(x) = I_0 R^*(x) = x(1-x) I_0 R \quad (2 \text{ boda})$$

Gdje $R = R_1 + R_2 = \rho L / \sigma = 1.6 \Omega$



(4 boda)

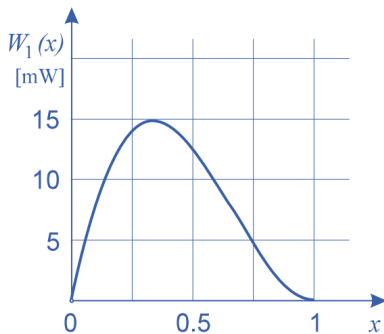
c) Ako je $R_1 = xR$ i $R_2 = (1-x)R$, za snagu možemo pisati:

$$W_1 = R_1 I_1^2 \text{ con } I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_0 \frac{R_2}{R}$$

Slijedi:

$$W_1(x) = xRI_0^2 \frac{(1-x)^2 R^2}{R^2} = x(1-x)^2 I_0^2 R \quad (2 \text{ boda})$$

Graf ove funkcije je:



(4 boda)

Iz kojeg za $x = \frac{1}{3}$ možemo naći maksimalni $W_1(x)$

Dakle:

$$W_{1,max} = \frac{4}{27} I_0^2 R \cong 14.8 \text{ mW} \quad (2 \text{ boda})$$

2. Zadatak (15 bodova)

a) S obzirom na x udaljenost klipa od lijeve stijenke cilindra i primjenom jednadžbe stanja idealnih plinova, u lijevom dijelu cilindra imamo:

$$p'Ax = n_1RT_1 \quad (1 \text{ bod})$$

Za desnu stranu imamo:

$$p''A(\ell - x) = n_2RT_2 \quad (1 \text{ bod})$$

U ravnoteži tlakovi su dakle isti:

$$\frac{\ell - x}{x} = \frac{n_2T_2}{n_1T_1} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz čega slijedi:

$$n_2 = n_1 \frac{T_1}{T_2} \frac{\ell - x}{x} = 1.2 \text{ mol} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Pri temperaturi ravnoteže T ako uzmemo u obzir izmjenu topline:

$$n_1C_V(T - T_1) + n_2C_V(T - T_2) + cm(T - T_0) = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 26. – 29. travnja 2022.

Ako postavimo $C_v = 3R/2$ i $n_0 = c \cdot m / C_v = 4.1$ mol, dobije se:

$$T = \frac{n_1 C_v T_1 + n_2 C_v T_2 + c m T_0}{n_1 C_v + n_2 C_v + c m} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2 + n_0 T_0}{n_1 + n_2 + n_0} = 307\text{K} = 34^\circ\text{C} \quad (3 \text{ boda})$$

c) U novom stanju ravnoteže iz jednadžbe stanja idealnog plina možemo pisati:

$$p' A x' = n_1 R T \text{ za lijevu stranu}$$

$$p' A (\ell - x') = n_2 R T \text{ za desnu stranu} \quad (1 \text{ bod})$$

Gdje p' je novi tlak a x' novi položaj. Ako idemo riješiti sustav jednadžbi dobijemo:

$$\frac{\ell - x'}{x'} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow x' = \ell \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0.66\text{m} \quad (2 \text{ boda})$$

Slijedi:

$$\Delta x = x' - x = 0.13\text{m} \quad (2 \text{ boda})$$

3. Zadatak (20 bodova)

a) Budući da se između ploča kondenzatora uspostavlja jednoliko magnetsko polje, sila koja djeluje na nastanjene nabijene čestice je konstantna i vrijedi eE . Za svaki trenutak t prije nego nabijene čestice dodirnu ploče čestica je prošla udaljenost $v_e t$ i $v_i t$. Dakle možemo pisati:

$$W_e = eE v_e t \text{ za elektrone}$$

$$W_i = eE v_i t \text{ za ione} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Budući da imamo izolirani kondenzator, energija za premještanje nabijenih čestica se uzima iz kondenzatora, dakle možemo pisati:

$$\frac{1}{2} C V_0^2 = NeE v_i t + NeE v_e t + \frac{1}{2} C V_c^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Slijedi:

$$\frac{1}{2} C (V_0^2 - V_c^2) = NeE (v_i + v_e) t$$

Iz čega:

$$\frac{1}{2} C (V_0 + V_c)(V_0 - V_c) = \frac{1}{2} C (V_0 + V_c) V(t) = Ne \frac{V_c}{d} (v_i + v_e) t$$

Uzimajući u obzir da je $V(t)$ puno manji od V_0 i da $V_C=V_0$, možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd} (v_i + v_e)t \quad (4 \text{ boda})$$

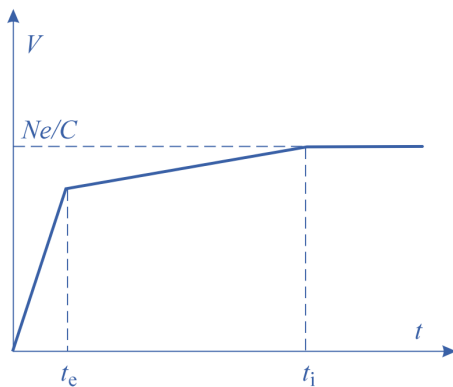
c) U trenutku $t_e=x/v_e$ elektroni su stigli na ploču i od tada ne doprinose više promjeni napona nego samo ioni, dakle možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd} v_i t + x \quad (4 \text{ boda})$$

d) U trenutku $t_i = (d - x)/v_i$ ioni su stigli do katode dakle vrijedi:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd} (d - x + x) = \frac{Ne}{C} \quad (4 \text{ boda})$$

e) Graf možemo skicirati na slijedeći način:



(4 boda)

4. Zadatak (15 bodova)

Neka su v_1 i p_1 brzina i tlak vode na površini tekućine, a v_2 i p_2 na visini rupe. Smatrajući vodu idealnom tekućinom, vrijedi Bernoullijeva jednačba:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

gdje h označava visinu površine vode mjerene od rupe. Ako se primjeni jednačba kontinuiteta:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} \ll v_2$$

Dakle možemo pisati:

$$p_1 + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (2 \text{ boda})$$

p_2 je jednak atmosferskom tlaku a p_1 je tlak plina koji se može napisati kao funkcija visine vode h , s obzirom na izotermno širenje idealnog plina

$$p_1 V_1 = p_1^i V_1^i$$

$$p_1 S_1 (H - h) = p_1^i S_1 (H - h_0)$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 26. – 29. travnja 2022.

$$p_1 = \frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i \quad (2 \text{ boda})$$

gdje se članak sa indexom odnosi na početnu situaciju ($p_1^i = 8 \text{ atm}$). Zamjenom u Bernoullijevoj jednadžbi dobivamo

$$\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i + \rho gh = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2 \right]} \quad (2 \text{ boda})$$

a) Za početni trenutak $h = h_0$, dakle:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1^i - p_2) + 2gh_0} = 37.65 \text{ m/s} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Kad $h = h_0/2$ ima se

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{h_0}{2} + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-\frac{h_0}{2})} p_1^i - p_2 \right]} = 9.986 \text{ m/s} \quad (2 \text{ boda})$$

c) Tok se zaustavlja kada je korijenski argument = 0

$$2gh + \frac{2}{\rho} \left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2 \right] = 0 \quad (2 \text{ boda})$$

$$\rho gh(H-h) + (H-h_0)p_1^i - (H-h)p_2 = 0$$

$$\rho ghH - \rho gh^2 + (H-h_0)p_1^i - Hp_2 + hp_2 = 0$$

$$\rho gh^2 - h(\rho gH + p_2) - (H-h_0)p_1^i + Hp_2 = 0$$

Rješenje jednadžbe je:

$$h = \frac{(\rho gH + p_2) \pm \sqrt{(\rho gH + p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i - 4\rho gHp_2}}{2\rho g} =$$

$$= \frac{(\rho gH + p_2) \pm \sqrt{(\rho gH - p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i}}{2\rho g} =$$

$h_+ = 11.02 \text{ m}$ nema fizikalnog smisla; $h_- = 0.185 \text{ m}$ ovo rješenje možemo priznati. (3 boda)

Državno natjecanje iz fizike
Podgora, 26.-29. travnja 2022.
Ekperimentalni zadatak – 2. grupa

Rješenje eksperimentalnog zadatka

Masu drvenog predmeta m odredit ćemo pomoću elastične opruge.

Međutim, prvo moramo odrediti koeficijent elastičnosti k pruge. Za to će nam poslužiti metalni valjčić, čaša s vodom.

Naime, poznato je da na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje sila uzgona:

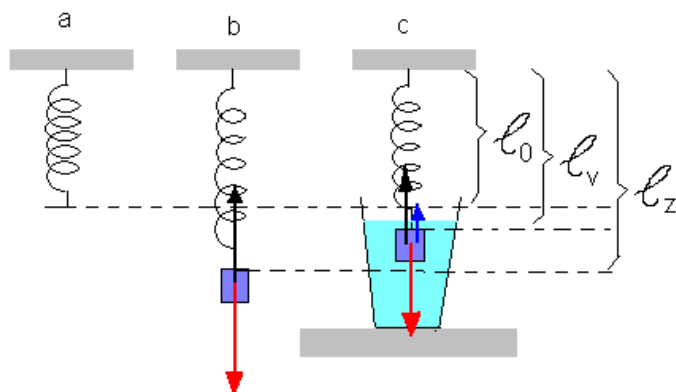
$$F_u = \rho g V_T, \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je ρ gustoća tekućine, g gravitacijsko ubrzanje, a V_T uronjeni volumen tijela.

Isto tako, ako na elastičnu oprugu djelujemo nekom silom F i pri tome ju istegnemo za $\Delta l = l - l_0$ (l_0 je duljina u odsustvu sile, a l je duljina u istegnutom stanju), onda vrijedi:

$$F = k\Delta l = k(l - l_0), \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je k koeficijent elastičnosti opruge.



(2 boda)

Ako metalni valjčić objesimo na oprugu u zraku i držimo tako da valjčić miruje, gravitacijska sila i elastična sila opruge su u ravnoteži (slika b), pa vrijedi:

$$m_v g = k(l_z - l_0) \quad (m_v \text{ je masa utega, } l_0 \text{ je duljina neopterećene opruge (slika a), a } l_z \text{ je duljina opruge opterećene valjčićem (slika b)) \quad (2 \text{ boda})$$

Ako valjčić obješen na oprugu uronimo u vodu i držimo tako da miruje, onda je gravitacijska sila uravnotežena sa silom uzgona i elastičnom silom opruge (slika c), pa je:

$$m_v g = k(l_v - l_0) + \rho_v g V$$

(l_v duljina opruge kad je valjčić uronjen u vodu, ρ_v je gustoća vode, a V volumen valjčića) (2 boda)

Izjednačavanjem tih dviju jednadžbi i sređivanjem dobije se koeficijent elastičnosti opruge k :

$$k(l_z - l_0) = k(l_v - l_0) + \rho_v g V \Rightarrow k = \frac{\rho_v g V}{l_z - l_v} \quad (2 \text{ boda})$$

Volumen V metalnog valjčića odredimo mjerenjem radijusa r i visine h (pomoću ravnala s mjernom skalom) prema formuli:

$$V = r^2\pi h .$$

(2 boda)

Masu m drvenog predmeta ćemo, sada kad znamo k , lako odrediti tako da prvo izmjerimo duljinu l_0 neopterećeno opruge, a zatim duljinu opruge l dok je na nju obješen drveni predmet i opruga tako s predmetom miruje. U tom slučaju je gravitacijska sila u ravnoteži s elastičnom silom opruge i vrijedi:

$$mg = k(l - l_0) \Rightarrow m = \frac{k(l - l_0)}{g}$$

(2 boda)

Mjerenja ponovimo 6 puta i podatke prikažemo tabelarno.

(10 bodova)

Račun pogreške za masu:

- Srednja vrijednost mase
- Maksimalna apsolutna pogreška
- Zapis konačnog rezultata

(2 boda)

(2 boda)

(2 boda)