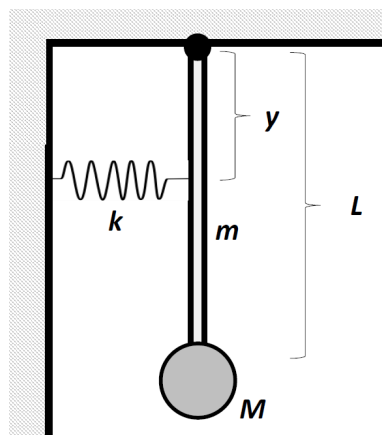


Državno natjecanje iz fizike, 2022.

Zadaci – 3. skupina

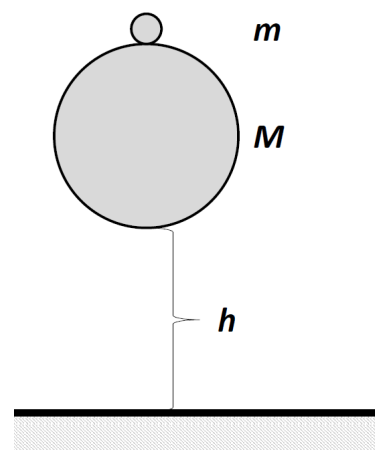
Zadatak 1 (19 bodova)

Kugla mase M visi na krutoj šipki mase m i duljine L sa stropa. Šipka je za strop pričvršćena tako da se može slobodno njihati. Na šipku je na visini y od stropa zakačena opruga konstante k . Opruga je u nerastegnutom stanju kada šipka stoji okomito u odnosu na strop. Izrazi iznos i smjer svih momenata koji djeluju na sustav kada je malo pomaknut iz ravnoteže. Izrazi period titranja preko masa m i M , duljina L i y i konstante k . Izrazi period titranja ako zanemarimo masu kugle ($M \rightarrow 0$) i konstantu opruge ($k \rightarrow 0$). Primijeni aproksimaciju malih kuteva: $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1$.



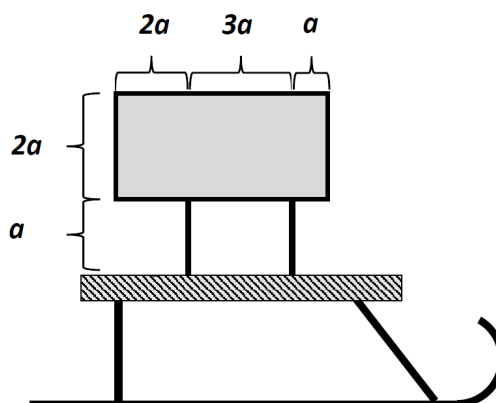
Zadatak 2 (18 bodova)

Dvije kugle, masa m i M , stoje jedna na drugoj kao na slici, na visini h od tla. U nekom trenutku pustimo kugle da slobodno padaju. Koju će krajnju visinu dostići lakša kugla, ako je masa teže kugle mnogo veća? Zanemari otpor zraka. Sudari među kuglama i kugle s tlom savršeno su elastični. Zanemari promjere kugli u odnosu na visinu h .



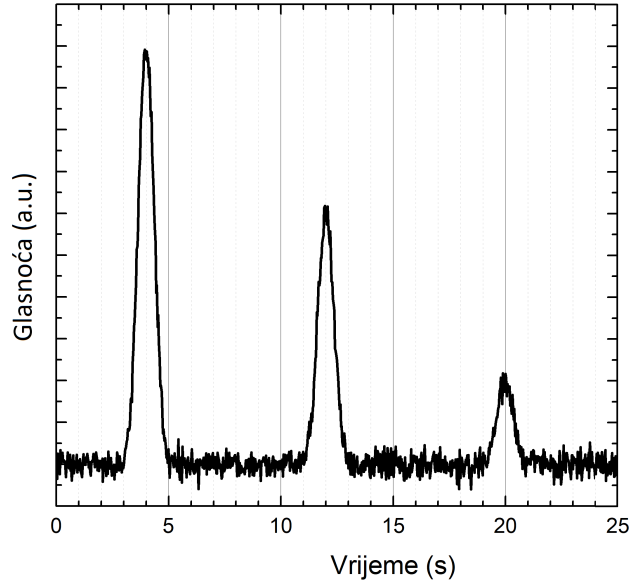
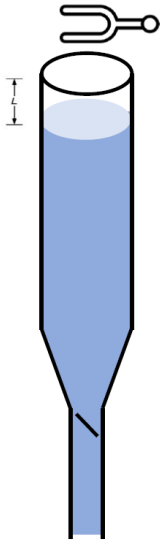
Zadatak 3 (17 bodova)

Mala Monika je na saonice stavila dva paketa na prilično loš način, tako da je veći paket postavila iznad manjeg, kao na slici. Dimenzije oba paketa mogu se iščitati sa slike i paketi su uniformne gustoće. Koeficijent trenja među paketima je $\mu = 1.5$, a koeficijent trenja donjeg paketa sa saonicama puno je veći. Za koji raspon akceleracija saonice je teret stabilan? Uzeti u obzir pozitivne i negativne akceleracije.



Zadatak 4 (16 bodova)

Odljevna tikvica je napunjena vodom do vrha: u $t = 0$ prazan prostor u tikvici je $L = 0$. Namještena je tako da voda polako curi iz nje, brzinom 10 mL/s , a početak curenja je $t = 0$. Tikvica ima kružni presjek promjera $d = 25 \text{ mm}$. Dovoljno je duga za potrebe zadatka i njena duljina se ne razmatra. Iznad otvora tikvice stavimo glazbenu viljušku. U početnom trenutku voda je napunjena do vrha. Kako voda istječe, tako se mijenjaju periodi kada viljuška glasno rezonira, što možemo prikazati na grafu glasnoće. Nađi prirodnu frekvenciju glazbene viljuške. Je li površina vode čvrsti ili slobodni kraj svirale? Obrazloži odgovor koristeći saznanja iz samog zadatka! Brzina zvuka u zraku je $c = 335 \text{ m/s}$. Glasnoća viljuške ovisi o dosta parametara te sam iznos glasnoće nije bitan za zadatak.



VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- drvena daščica
- dvije slamke probušene na jednom kraju
- igla za pletenje
- dvije kutije šibica
- plastelin
- ljepljiva traka
- sat budilica sa sekundama
- ravnalo

Zadatak:

1. Pomoću navedenog pribora pripremite Machovo njihalo i primijenite ga tako da:
- a) kratko i jasno opišete pripremu eksperimentalnog uređaja za određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici i zatim jakosti gravitacijskog polja za dva različita nagiba ravnine titranja; ... 2 boda
 - b) skicirate eksperimentalni uređaj i pojedine dijelove povežete s opisom pod a); ... 3 boda
 - c) navedete matematičke izraze pomoću kojih ćete računati jakost gravitacijskog polja u pojedinom slučaju i povežete ih sa skicom pod b) ili sa zasebnom skicom; ... 3 boda
 - d) kratko i jasno opišete način vršenja mjerenja; ... 2 boda
 - e) napravite po 10 mjerenja za osnovnu ravninu titranja i zatim za dva različita nagiba i rezultate mjerenja prikazete tablično; ... 3 boda
 - f) provedete račun slučajnih pogrešaka za sva tri seta mjerenja i odredite srednju vrijednost, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja, relativnu maksimalnu pogrešku i zapise točnih rezultata; ... 9 bodova
 - g) brojčano i riječima usporedite dobivene rezultate za jakosti gravitacijskog polja; ... 2 boda
 - h) analizirate dobivena maksimalna odstupanja i relativnu maksimalnu pogrešku s kratkim osvrtom što je sve utjecalo na preciznost mjerenja; ... 2 boda
 - i) napravite brojčanu i opisnu usporedbu jednog od tri eksperimentalna rezultata s poznatom vrijednosti za jakost gravitacijskog polja u učionici; ... 2 boda
 - j) navedete, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu i prethodnom predznanju, čemu služi Machovo njihalo. ... 2 boda

Ukupno: **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

Državno natjecanje iz fizike, 2022.

Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (19 bodova)

Razmatramo sile na njihalo sastavljeno od kugle i šipke koje pomaknemo za kut φ izvan ravnoteže:

$$F_{el} = -ky \sin \varphi$$

$$F_m = mg$$

$$F_M = Mg$$

Prva sila djeluje horizontalno, druge dvije okomito. **(3 boda)**

Da bismo dobili jednadžbu gibanja koristimo izraz za kuteve:

$$I\alpha = M$$

Momenti danih sila su: **(3 boda)**

$$M_{el} = F_{el}y \cos \varphi = -ky^2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi$$

$$M_m = -mg \frac{L}{2} \sin \varphi$$

$$M_M = -MgL \sin \varphi$$

Pozitivan smjer momenata je "izvan" papira, tj. pozitivan smjer rasta kuta φ . **(2 boda)**

Sada uvrštavamo sve momente i koristimo aproksimacije malih kuteva: $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi = 1$. Izraz je: **(3 boda)**

$$I\alpha = -ky^2\varphi - \frac{L}{2}mg\varphi - LMg\varphi$$
$$\alpha = - \left(\frac{ky^2 + \frac{L}{2}mg + LMg}{I} \right) \varphi$$

Zadnji izraz prepoznamo kao jednadžbu njihala s kutnom frekvencijom: **(2 boda)**

$$\omega^2 = \frac{ky^2 + \frac{L}{2}mg + LMg}{I}$$

Moment inercije sustava je: **(2 boda)**

$$I = \frac{1}{3}mL^2 + ML^2$$

Izraz za period je tada: **(2 boda)**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2 + ML^2}{\frac{L}{2}mg + LMg + ky^2}}$$

Period u slučaju pojednostavljenja $M \rightarrow 0$, $k \rightarrow 0$ pišemo: **(2 boda)**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

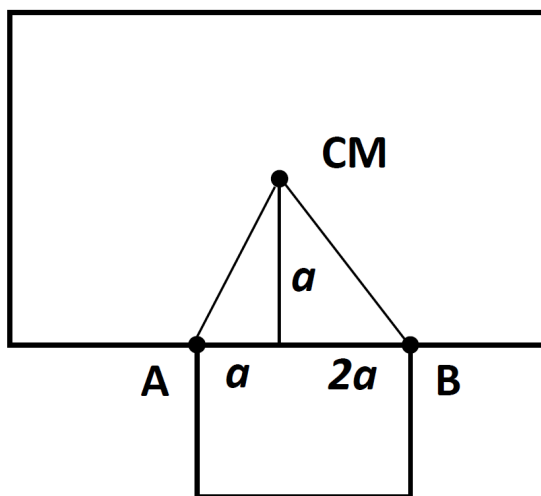
Zadatak 2 (18 bodova)

- Obje kugle postižu istu brzinu prilikom pada: $v = \sqrt{2gh}$. **(3 boda)**
- Velika kugla se sudara s tlo elastično i njena brzina mijenja smjer iz dolje prema gore. **(4 boda)**
- S obzirom da je masa velike kugle puno veća, velika kugla ne mijenja značajno svoju brzinu. **(3 boda)**
- Mala kugla, iz perspektive velike kugle, putuje brzinom $2v$ prema njoj, a nakon sudara brzina joj promijeni smjer. **(3 boda)**
- Ukupno, konačna brzina male kugle je $3v$. **(3 boda)**
- Visina na koju kugla dođe je: **(2 boda)**

$$H = \frac{v^2}{2g} = 9h$$

Zadatak 3 (17 bodova)

- Za ravnotežu tereta bitno je promatrati trokut A-B-CM kojeg čine centar mase i rubovi hvatišta gornjeg paketa. Centar mase se nalazi u sredini paketa, s obzirom da je paket uniformne gustoće. **(2 boda)**
- Pri akceleraciji, mijenja se smjer i iznos sile kojom uteg pritišće podlogu. Ako je vektor sile unutar trokuta, teret je stabilan. **(4 boda)**



- Iz sličnosti trokuta možemo usporediti kolika mora biti sila akceleracije da bi vektor težine prešao rubove A i B: **(4 boda)**

$$a = g ; a = -2g$$

- Ovdje je pozitivan smjer akceleracije za akceleracije "prema naprijed" u odnosu na saonice. Međutim, moramo provjeriti i u kojem trenutku statičko trenje postaje jednako sili akceleracije: **(4 boda)**

$$a = \pm 1.5g$$

- Stoga, raspon akceleracija u kojima je teret stabilan jednak je: $a \in [-1.5g, g]$. **(3 boda)**

Zadatak 4 (16 boda)

Spuštanjem razine tekućine prostor ispunjen zrakom se povećava. Taj prostor rezonira frekvencijom glazbene viljuške. **(2 boda)**

Iz grafa očitavamo da do rezonancije dolazi u trenutku $t = 4, 12, 20$ s. Izračunajmo koliki je stupac zraka (L) u tim vremenima: **(3 boda)**

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{A\Delta t} = 20.37 \text{ mm/s}$$

Duljine su:

$$L_4 = 81.48$$

$$L_{12} = 244.44$$

$$L_{20} = 407.4$$

Primjetimo također da je razmak među rezonancijama upravo $\Delta t = 8$ s, osim u prvom slučaju kada iznosi $\Delta t = 4$ s. **(2 boda)**

Promotrimo sad svirala sa zatvorenim i otvorenim krajem. Znamo koje su moguće valne duljine njihovih stojnih valova. Za sviralo zatvoreno na jednom kraju:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$$

Uvrstimo li $\lambda = \frac{c}{f}$ gdje je c brzina zvuka a f frekvencija, imamo:

$$L = (2n - 1) \frac{c}{4f}$$

Slično, za otvorena svirala dobijemo:

$$L = n \frac{c}{2f}$$

Sada možemo usporediti niz, koristeći kraticu $L_0 = \frac{c}{4f}$. Za zatvorena:

$$L = L_0, 3L_0, 5L_0$$

Za otvorena:

$$L = 2L_0, 4L_0, 6L_0$$

Usporedimo li ovaj niz sa nizom u tikvici, vidimo da odgovara prvom slučaju – površina vode djeluje kao čvrsti kraj svirale. **(4 boda)**

Iz ovih podataka možemo naći i osnovnu frekvenciju viljuške: **(3 boda)**

$$\frac{c}{4f} = L_4 \Rightarrow f = \frac{c}{4L_4}$$

Frekvencija je: $f = 1028$ Hz. **(2 boda)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
26. – 29. travnja 2022.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - RJEŠENJE

Zadatak:

1. Pomoću navedenog pribora pripremite Machovo njihalo i primijenite ga tako da:

- a) kratko i jasno opišete pripremu eksperimentalnog uređaja za određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici i zatim jakosti gravitacijskog polja za dva različita nagiba ravnine titranja; ... 2 boda

Za osnovnu ravninu titranja i određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici potrebno je pripremiti jednostavno njihalo:

- igla za pletenje postavi se tako da je jedna polovica izvan ruba stola, a druga na stolu i zatim se učvrsti ljepljivom trakom;
- na iglu se postave dve slamke s već pripremljenim rupicama za iglu tako da se razmaknu i zatim na dnu spoje plastelinom.

Za mjerenja pod kutom potrebno je:

- uz rub stola namjestiti prvo jednu i za drugi nagib dvije kutije šibica i uz njih prisloniti daščicu na koju ide prva polovina igle za pletenje, a druga polovina prelazi rub stola;
- za slučaj boljeg prijanjanja daščice uz kutije šibica po potrebi koristiti plastelin;
- sve učvrstiti ljepljivom trakom;
- na pletaču iglu postaviti obje slamke s plastelinom na donjem kraju.

Priznaju se i drugi alternativni načini pripreme, koji daju dobre i očekivane eksperimentalne rezultate.

- b) skicirate eksperimentalni uređaj i pojedine dijelove povežete s opisom pod a); ... 3 boda

Skica treba sadržati pod a) opisane elemente na način da bude vidljiv kut nagiba i način određivanja duljine njihala pod određenim nagibom (vidjeti skicu pod c).

- c) navedete matematičke izraze pomoću kojih ćete računati jakost gravitacijskog polja u pojedinom slučaju i povežete ih sa skicom pod b) ili sa zasebnom skicom; ... 3 boda

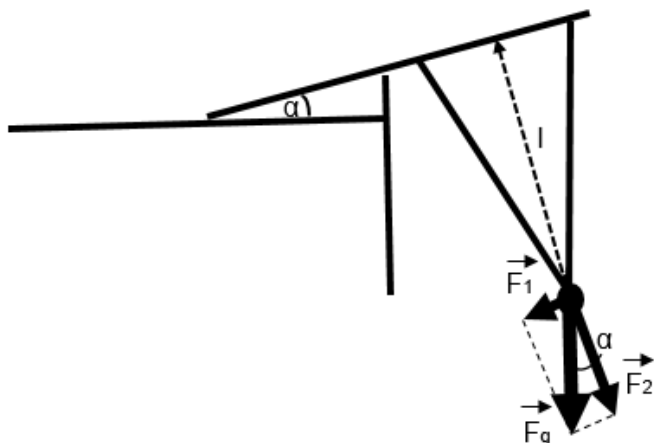
Jakost gravitacijskog polja u učionici određujemo pomoću izraza:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

Jakost gravitacijskog polja za ravninu titranja pod kutom nagiba α određujemo pomoću izraza:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} \quad (2)$$

U oba slučaja potrebno je iz osnovnih relacija (1) i (2) izraziti traženu jakost gravitacijskog polja tj. gravitacijsku akceleraciju g .



Skica 1.
Prikaz Machova njihala
s označenim silama,
kutom nagiba
i duljinom njihala

- d) kratko i jasno opišete način vršenja mjerenja; ... 2 boda**
Ravnalom se, s točnošću od 1 mm, odredi duljina njihala l (skica 1). Ukoliko se za svaki novi nagib mijenja gornja udaljenost dviju slamki, svaki put se iznova treba odrediti i duljina njihala. Kut nagiba za drugi i treći niz mjerenja određuje se primjenom trigonometrijske funkcije tangens iz pravokutnog trokuta, mjerenjem visine igle za platenje na daščici uz rub stola i ukupne duljine baze od ruba stola do točke u kojoj daščica dodiruje stol. Mjerenja se vrše za početne male otklone njihala, za male amplitude za koje vrijede oba navedena izraza. U sat se prvo mora točno postaviti baterija i zatim se ili koristi budilica namještena na 60 s, ili kazaljka koja prikazuje sekunde, tako da se određuje broj titraja u određenom vremenu ili se mjeri vrijeme za određeni broj titranja, ovisno o vremenskoj duljini trajanja jednog titraja. Na početku svakog mjerenja potrebno je pažljivo izvesti njihalo iz ravnotežnog položaja kako njihanje ne bi uzrokovalo veće oscilacije eksperimentalnog uređaja, što u konačnici utječe na preciznost mjerenja i točnost rezultata. Svi se podaci zapisuju u unaprijed pripremljene tablice.
- e) napravite po 10 mjerenja za osnovnu ravninu titranja i zatim za dva različita nagiba i rezultate mjerenja prikažete tablično; ... 3 boda**
Tablica treba sadržavati: redni broj mjerenja, duljinu njihala, broj titraja i ukupno vrijeme titranja kao eksperimentalne podatke, a dobro je, radi veće zornosti, u istu tablicu dodati i izračunate periode i jakosti gravitacijskog polja, kao i pojedinačna odstupanja od srednje vrijednosti. Moguće je napraviti po jednu tablicu za svaki od tri niza mjerenja ili jednu zajedničku tablicu s jasnim oznakama koji se dijelovi odnose na koje mjerenje. Uz jasne oznake mjerenih veličina, potrebno je napisati i odgovarajuće mjerne jedinice na početku svakog stupca podataka, npr: l/m ; g/ms^{-2} .
- f) provedete račun slučajnih pogrešaka za sva tri seta mjerenja i odredite srednju vrijednost, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja, relativnu maksimalnu pogrešku i zapise točnih rezultata; ... 9 bodova**
Po tri boda idu za točno određene vrijednosti za svaki niz mjerenja (ukupno $x 3 = 9$ bodova), koji uključuje:
- srednju vrijednost rezultata
$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n} \quad [ms^{-2}] \quad (3)$$
 - odstupanje pojedinačnih rezultata za jakost gravitacijskog polja od srednje vrijednosti
$$\Delta g_i = (g_i - \bar{g}) \quad [ms^{-2}] \quad (4)$$
 - apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja
$$|\Delta g_{i \max}| \quad [ms^{-2}] \quad (5)$$
 - relativnu maksimalnu pogrešku
$$r_m = \left(\frac{|\Delta g_{i \max}|}{\bar{g}} \cdot 100 \right) \% \quad (6)$$
 - zapis točnog rezultata
$$g = (\bar{g} \pm |\Delta g_{i \max}|) \quad [ms^{-2}] \quad (7)$$
- g) brojčano i riječima usporedite dobivene rezultate za jakosti gravitacijskog polja; ... 2 boda**
U sumarnoj analizi potrebno je za tri seta mjerenja različitih ravnina titranja Machova njihala navesti tri dobivene srednje vrijednosti (1 bod) jakosti gravitacijskog polja određene prema izrazu (3) i usporediti kako se s porastom kuta nagiba α mijenja g (1 bod). Eksperimentalni rezultati trebali bi biti u skladu s matematičkom interpretacijom izraza (2).
- h) analizirate dobivena maksimalna odstupanja i relativnu maksimalnu pogrešku s kratkim osvrtom što je sve utjecalo na preciznost mjerenja; ... 2 boda**
Potrebno je sumarno navesti brojčane vrijednosti (1 bod) dobivenih maksimalnih odstupanja prema izrazu (6) i kratko komentirati je li promjena nagiba utjecala na preciznost mjerenja, tj. navesti barem još jedan uočeni čimbenik (vibracije uređaja prilikom titranja, nepreciznost mjerenja vremena titranja i slično) koji utječe na preciznost mjerenja (1 bod).

- i) **napravite brojčanu i opisnu usporedbu jednog od tri eksperimentalna rezultata s poznatom vrijednosti za jakost gravitacijskog polja u učionici; ... 2 boda**

Iz nastavne cjeline Titranje koja se obrađuje u 3. razredu poznato je kako se pomoću matematičkog njihala može točno odrediti jakost gravitacijskog polja, tj. gravitacijska akceleracija g . Ovdje je potrebno navesti rezultat srednje vrijednosti iz prvog eksperimenta s mjerenjem u osnovnoj ravnini i usporediti ga s poznatim iznosom od $9,81 \text{ ms}^{-2}$ (1 bod) u smislu da se jasno navede dobivena razlika (1 bod).

- j) **navedete, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu i prethodnom predznanju, čemu služi Machovo njihalo. ... 2 boda**

Ernst Mach (1838.-1916.) najpoznatiji je po svom doprinosu proučavanja udarnih valova, Machovu stošcu i Machovu broju.

Machovo njihalo, sastavljeno od dva čvrsta tanka štapa jednake duljine spojena na jednom kraju i ovješena o pomični okvir, omogućuje njihanje u različitim ravninama s promjenama kuta nagiba (1 bod).

Preciznim mjerenjima titranja Machova njihala pod različitim kutovima (skica 1) i primjenom izraza koji u sebi sadrži cosinus kuta (2), s promjenom kuta mjerimo različita vremena za isti broj titraja i određujemo različite periode i jakosti gravitacijskog polja (1 bod), što je matematički vidljivo iz skice 1 i izraza (2), a trebalo bi biti dokazano i ovim eksperimentalnim radom.

Ukupno: **30 bodova**