Općinsko natjecanje iz fizike 2022/2023
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...)**. Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. **Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (13 bodova)

Udaljenost između dvije autobusne stanice iznosi 1 km. Autobus kreće iz mirovanja s prve stanice i jednoliko ubrzava do brzine od 50 km/h. Zatim vozi stalnom brzinom, a u konačnici jednoliko usporava do zaustavljanja na drugoj stanici. Ukupno vrijeme gibanja autobusa od prve do druge stanice je 85.5 s. Vrijeme kočenja autobusa dva puta je kraće od vremena ubrzavanja.

a) Izračunaj srednju brzinu autobusa.
b) Nacrtaj graf ovisnosti brzine autobusa o vremenu.

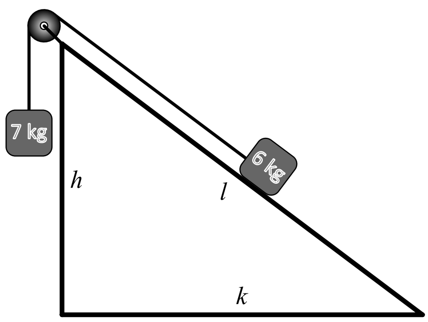
2. zadatak (7 bodova)

Vlak vozi po ravnoj pruzi stalnom brzinom od 16 m/s. Pored pruge na jednakim međusobnim udaljenostima postavljeni su rasvjetni stupovi. Čovjek u vlaku hoda stalnom brzinom u smjeru gibanja vlaka te svakih 22.5 s opazi stup kako prolazi pored njega. Ako čovjek hoda u smjeru suprotnome od gibanja vlaka, opazi stup svakih 25.5 s. Brzina hoda čovjeka u odnosu na vlak ista je u oba slučaja.

a) Izračunaj brzinu hoda čovjeka u odnosu na vlak.
b) Izračunaj udaljenost između dva stupa.

3. zadatak (10 bodova)

U sustavu prikazanome na slici dva su utega povezana užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Uteg mase 6 kg nalazi se na nepomičnoj kosini, a uteg mase 7 kg slobodno visi. Sustav u početnome trenutku miruje, a zatim se pusti da se giba. Nakon 0.5 s gibanja uteg mase 7 kg prijeđe put od 25 cm prema dolje. Stranice kosine odnose se kao $h : k : l = 3 : 4 : 5$. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s^2.



a) Izračunaj ubrzanje sustava.
b) Izračunaj koeficijent trenja između tijela na kosini i kosine.

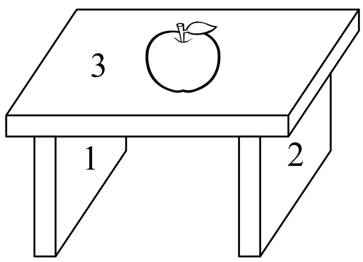
4. zadatak (10 bodova)

Tri knjige postavljene su na način kako je prikazano na slici (knjige 1 i 2 postavljene su simetrično u odnosu na knjigu 3). Na sredini knjige broj 3 nalazi se jabuka. Svaka knjiga ima masu 1 kg, a masa jabuke je 0.25 kg.

a) Nacrtaj dijagram sila na svaku knjigu i na jabuku.

b) Izračunaj silu kojom knjiga 1 djeluje na knjigu 3.

(Pretpostavite da je opterećenje uzduž knjiga jednoliko.)

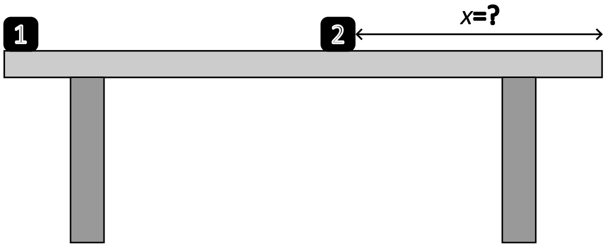


5. zadatak (10 bodova)

Dva mala tijela nalaze se na horizontalnome stolu duljine 180 cm. Masa tijela 2 dva je puta veća od mase tijela 1. U početnome trenutku tijelo 1 miruje na lijevome rubu stola, a tijelo 2 miruje na udaljenosti x od desnoga ruba stola. Zatim tijelo 1 gurnemo prema tijelu 2 tako da se ono giba stalnom brzinom od 12 cm/s te se sudara s tijelom 2. Iznos količine gibanja tijela 2 nakon sudara četiri je puta veći od iznosa količine gibanja tijela 1 nakon sudara. Tijela istodobno dolaze do rubova stola. Trenje je zanemarivo. Zanemarite dimenzije tijela 1 i 2.

a) Izračunaj x!

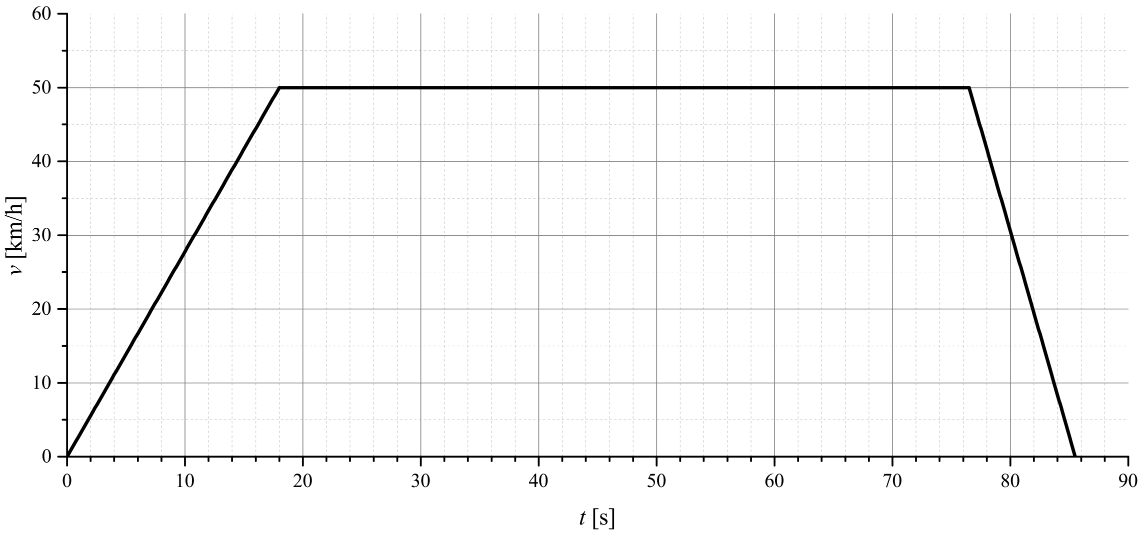
b) Izračunaj ukupno vrijeme gibanja tijela po stolu.



Općinsko natjecanje iz fizike 2022/2023
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (13 bodova)

Srednju brzinu gibanja autobusa izračunamo iz ukupnog prijeđenog puta i ukupnog vremena gibanja:
$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{1000 \text{ m}}{85.5 \text{ s}} = 11.7 \text{ m/s} = 42.1 \text{ km/h}$. **(2 boda)**
Gibanje autobusa podijelimo u tri etape: 1) jednoliko ubrzano gibanje, 2) jednoliko gibanje i 3) jednoliko usporeno gibanje. Vrijede sljedeće jednadžbe:
$s_1 + s_2 + s_3 = s = 1$ km, **(1 bod)**
$t_1 + t_2 + t_3 = t = 85.5$ s. **(1 bod)**
U prvu jednadžbu uvrstimo izreze za jednoliko ubrzano i jednoliko gibanje:
$\frac{vt_1}{2} + vt_2 + \frac{vt_3}{2} = s$, **(3 boda)**
pri čemu je $v = 50$ km/h. U jednadžbu za ukupno vrijeme uvrstimo zadano $t_1 = 2t_3$:
$2t_3 + t_2 + t_3 = t$. **(1 bod)**
Dobivamo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice koje možemo riješiti:
$v\left(t_2 + \frac{3t_3}{2}\right) = s$,
$t_2 + 3t_3 = t$.
Rješavanjem sustava dobiva se:
$t_2 = \frac{2s}{v} - t = 58.5$ s, **(1 bod)**
$t_3 = \frac{2}{3}\left(t - \frac{s}{v}\right) = 9$ s, **(1 bod)**
$t_1 = 2t_3 = 18$ s. **(1 bod)**
Graf ovisnosti brzine autobusa o vremenu je **(2 boda)**:

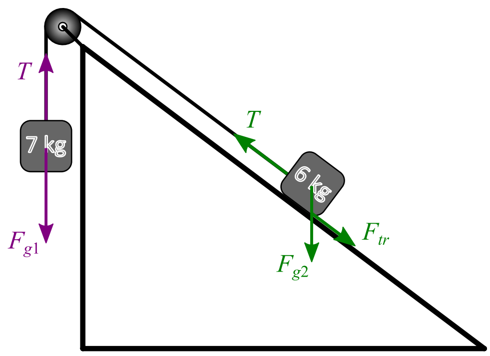


2. zadatak (7 bodova)

Neka je L razmak između dvaju stupova. Ako čovjek hoda u smjeru gibanja vlaka, vrijedi sljedeća jednadžba:
$L = (v_{vlak} + v_{covjek})\, t_1$. **(2 boda)**
Ako čovjek hoda u suprotnom smjeru od gibanja vlaka, vrijedi sljedeća jednadžba:
$L = (v_{vlak} - v_{covjek})\, t_2$. **(2 boda)**
Izjednačimo prethodne dvije jednadžbe pa dobivamo izraz za brzinu hoda čovjeka u odnosu na vlak:
$(v_{vlak} + v_{covjek})\, t_1 = (v_{vlak} - v_{covjek})\, t_2$.
$v_{covjek} = \dfrac{t_2 - t_1}{t_1 + t_2} v_{vlak} = \dfrac{3 \text{ s}}{48 \text{ s}} \cdot 16 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$. **(2 boda)**
Razmak između dvaju stupova dobivamo uvrštavanjem u jednu od dviju početnih jednadžba:
$L = (v_{vlak} + v_{covjek})\, t_1 = (16 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}) \cdot 22.5 \text{ s} = 382.5 \text{ m}$. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)

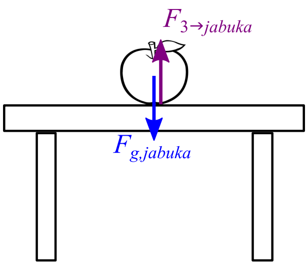
Ubrzanje sustava izračunamo iz zadanih podataka o prijeđenom putu utega mase 7 kg.
$s = \dfrac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; a = \dfrac{2s}{t^2} = \dfrac{2 \cdot 0.25 \text{ cm}}{(0.5 \text{ s})^2} = 2 \text{ m/s}^2$. **(2 boda)**
Kako bismo odredili koeficijent trenja između tijela i kosine trebamo napisati 2. Newtonov zakon za gibanje oba tijela:
$m_1 a = m_1 g - T$, **(1 bod)**
$m_2 a = T - F_{\parallel} - F_{tr}$. **(1 bod)**
Gravitacijsku silu na tijelo na kosini rastavimo na komponentu paralelnu kosini $F_{\parallel}$ i komponentu okomitu na kosinu $F_{\perp}$:
$\dfrac{F_{\parallel}}{F_{g2}} = \dfrac{3}{5} \;\Rightarrow\; F_{\parallel} = \dfrac{3}{5}m_2 g$, **(1 bod)**
$\dfrac{F_{\perp}}{F_{g2}} = \dfrac{4}{5} \;\Rightarrow\; F_{\perp} = \dfrac{4}{5}m_1 g$. **(1 bod)**



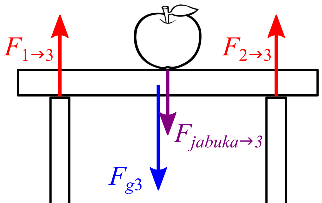
Sila trenja jednaka je:
$F_{tr} = \mu F_{\perp} = \mu \dfrac{4}{5} m_2 g$. **(1 bod)**
Uvrštavanjem u 2. Newtonov zakon dobiva se:
$m_1 a = m_1 g - T$,
$m_2 a = T - \dfrac{3}{5}m_2 g - \mu \dfrac{4}{5} m_2 g$.
Zbrajanjem jednadžbi dobiva se:
$(m_1 + m_2)\, a = m_1 g - \dfrac{3}{5}m_2 g - \mu \dfrac{4}{5} m_2 g$,
$\mu = \dfrac{5}{4}\dfrac{m_1}{m_2} - \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{4}\dfrac{m_1}{m_2}\dfrac{a}{g} - \dfrac{5}{4}\dfrac{a}{g}$,
$\mu = \dfrac{m_1}{m_2} - 1 = \dfrac{7}{6} - 1 = 0.167$. **(3 boda)**

4. zadatak (10 bodova)

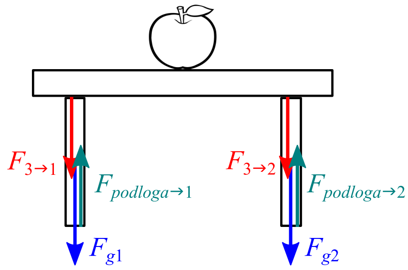
Sve sile koje djeluju na jabuku **(2 boda)**:



Sve sile koje djeluju na knjigu 3 **(2 boda)**:



Sve sile koje djeluju na knjigu 1 **(1 bod)** i na knjigu 2 **(1 bod)**:



Sve sile koje djeluju na svako pojedino tijelo prikazane su na sljedećim slikama. Dijagram sila je točan ako su nacrtane sve sile, ako nema viška sila i ako su smjerovi svih sila točni. Sustav miruje pa je zbroj svih sila na svako pojedino tijelo jednak 0:

$F_{g,jabuka} - F_{3\rightarrow jabuka} = 0$, **(1 bod)**

$F_{g3} + F_{jabuka\rightarrow 3} - F_{1\rightarrow 3} - F_{2\rightarrow 3} = 0$. **(1 bod)**

Zbog simetrije problema $F_{1\rightarrow 3} = F_{2\rightarrow 3}$. Zbog 3. Newtonovog zakona vrijedi:

$F_{3\rightarrow jabuka} = F_{jabuka\rightarrow 3}$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem se dobiva:

$F_{1\rightarrow 3} = \frac{1}{2}\left(F_{g3} + F_{g,jabuka}\right) = \frac{1}{2}\left(m_3 + m_{jabuka}\right) g = 6.25\ \mathrm{N}$. **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar dvaju tijela je:

$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$, **(1 bod)**

pri čemu je v_1 iznos brzina tijela 1 prije sudara, u_1 je iznos brzine tijela 1 nakon sudara i u_2 je iznos brzine tijela 2 nakon sudara. Nakon sudara tijelo 1 giba se prema lijevo, a tijelo 2 giba se prema desno. Uzimajući u obzir smjerove gibanja tijela i uvrštavanjem $m_2 = 2m_1$ dobiva se:

$v_1 = -u_1 + 2u_2$. **(1 bod)**

Nakon sudara iznos količine gibanja tijela 2 četiri je puta veći od iznosa količine gibanja tijela 1:

$m_2 u_2 = 4 m_1 u_1$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem $m_2 = 2m_1$ za omjere brzina tijela 1 i 2 nakon sudara slijedi:

$u_2 = 2u_1$. **(1 bod)**

Sada možemo izračunati brzine tijela nakon sudara:

$v_1 = -u_1 + 4u_2 = 3u_1$

$u_1 = \frac{1}{3}v_1 = 4\ \mathrm{cm/s}$, **(1 bod)**

$u_2 = \frac{2}{3}v_1 = 8\ \mathrm{cm/s}$. **(1 bod)**

Nakon sudara tijela 1 i 2 do dolaska na rub stola tijela prelaze put:

$L - x = u_1 t'$, **(1 bod)**

$x = u_2 t'$, **(1 bod)**

pri čemu je t' vrijeme od sudara do dolaska tijela do ruba stola. Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$x = \frac{u_2}{u_1 + u_2} L = 120\ \mathrm{cm}$. **(1 bod)**

Ukupno vrijeme gibanja je:
$t_{ukupno} = t + t' = \dfrac{L - x}{v_1} + \dfrac{L - x}{u_1} = \dfrac{60 \text{ cm}}{12 \text{ cm/s}} + \dfrac{60 \text{ cm}}{4 \text{ cm/s}} = 20 \text{ s.}$ **(1 bod)**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 10. veljače 2023

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. ***Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (6 bodova)

Cjevčica uniformnog presjeka, u obliku slova U, otvorena na krajevima i okomito postavljena sadržava ulje (ρ=0.9 g/cm^3). Ulje na površini lijeve (A) i desne (B) strane podržava dva pomična cilindrična klipa mase m_A i m_B. (Dimenzije cilindra su takve da ne dopuštaju tekućini da prodre između cilindra i stijenke cijevi.) Trenje između cilindra i cijevi je zanemarivo. Kad je sustav u ravnoteži, visinska razlika između visina ulja A i B iznosi h=10 cm, a polumjer cijevi je r=20cm. Kolika je razlika između mase m_A i m_B?

2. zadatak (10 bodova)

Voda se iz rijeke pumpa u planinsko selo kroz cijev promjera d = 15,0 cm. Rijeka i pumpa su na nadmorskoj visini h_1 = 564 m, a selo je na nadmorskoj visini h_2 = 2096 m. Ako se svaki dan ispumpa 4500 m^3 vode, kolika je brzina vode unutar cijevi? Uz pretpostavku da voda vrlo sporo teče u rijeci, koliki je tlak na izlazu pumpe s kojim se voda pumpa iz rijeke u selo?

3. zadatak (10 bodova)

Jednakokračni trapez ima kose bočne stranice i veliku bazu sastavljene od triju željeznih šipka (λ1 =1,2x10^{-5} °C^{-1}) koje pri temperaturi T_0 = 0 °C sve imaju istu duljinu L_A = 100 cm. Sporednu bazu čini bakrena šipka (λ_2 = 1,7x10^{-5} °C^{-1}), koja pri temperaturi T_0 ima duljinu L_B = 99,85 cm. Izračunajte pri kojoj temperaturi trapez postaje kvadratom?

4. zadatak (12 bodova)

Kugla je u ravnoteži između dviju tekućina specifične težine γ_1 = 7 kN/m^3 i γ_2 = 9 kN/m^3, a ravnina razdvajanja dviju tekućina prolazi kroz njezino težište. Odredite specifičnu težinu materijala od kojega je načinjena kugla.

5. zadatak (12 bodova)

Posuda pravokutnoga oblika i površine A_0 =1.00 m^2 otvorena je na vrhu i na početku je napunjena vodom do visine h_0 = 90.0 cm. Na desnoj stijenki, na visini h_1 = 25.0 cm od tla nalazi se rupa, prvotno začepljena čepom, presjeka A_1 = 1.0 cm^2. U određenome se trenutku čep skida i voda počinje slobodno teći. Odredite: a) izraz za brzinu kojom voda izlazi iz rupe u ovisnosti o njezinoj početnoj visini u posudi; b) udaljenost d od posude na kojoj voda dospijeva na tlo odmah nakon otvaranja čepa. Naknadno, nakon začepljenja rupe i ponovnog punjenja spremnika (do h_0), na vodu se stavlja zabrtvljeni klip zanemarive mase. Odredite: c) kojom bi silom bilo potrebno gurnuti klip prema dolje da pri otvaranju čepa voda dospije do tla na udaljenosti dvostruko većoj od one određene točkom b).

Fizikalne konstante:

g=9.81 m/s^2
R= 8.31 J·mol^{-1}·K^{-1}
p_{atm}=10^5 Pa
$\rho_{vode} = 1000$ kg/m^3

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. **Zadatak** (6 bodova)

Sustav se nalazi u gravitacijskome polju. Točke iste visine imaju isti tlak (izobarni). Dakle:
$p_A = p_C$, ako je S površina presjeka cijevi, onda je: **(2 boda)**

$p_A = p_0 + \frac{m_A g}{S} = p_C = p_0 + \frac{m_B g}{S} + \rho g h$ **(2 boda)**

Iz čega slijedi:

$(m_A - m_B) = \Delta m = \rho S h = 11.3\mathrm{kg}$ **(2 boda)**

2. **Zadatak** (10 bodova)

Može se prvo izračunati presjek cijevi:

$S = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4}(0.15m)^2 = 1.77 \cdot 10^{-2} m^2$ **(2 boda)**

Kako je poznati tok vode, može se izračunati brzinu vode:

$v_2 = \frac{Q}{S} = \frac{0.052\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}{1.77 \cdot 10^{-2}\mathrm{m}^2} = 2.95\mathrm{m/s}$ **(2 boda)**

Primijenimo Bernullijev zakon između rijeke (1) i sela (2):

$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ **(2 boda)**

Zna se da: $P_2 = P_{atm} = 1.01 \cdot 10^5\mathrm{Pa}$ i $v_1 = 0\mathrm{m/s}$. Dakle:

$P_1 = P_{atm} + \rho g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ **(2 boda)**

Iz čega: $P_1 = 1.01 \cdot 10^5\mathrm{Pa} + 1000 \cdot 9.81(2096 - 564)Pa + \frac{1}{2}1000(2.95)^2 Pa = 15.1 \cdot 10^6\mathrm{Pa}$
(2 boda)

<u>Napomena:</u> doprinos dinamičkoga tlaka nekoliko redova veličine manji od ostalih doprinosa, pa možda nije vidljiv u konačnoj numeričkoj vrijednosti. Stoga treba pripaziti je li taj član uzet u obzir kao u prethodnoj formuli.

3. Zadatak (10 bodova)

Jednakokračni trapez postaje kvadrat kad velika baza L_1 i sporedna baza L_2 postignu istu duljinu. Temperatura T potrebna da se to dogodi mora biti:

$$\mathrm{L}_1 = \mathrm{L}_2$$

$$\mathrm{L}_{10} \cdot (1 + \lambda_1 \mathrm{T}) = \mathrm{L}_{20} \cdot (1 + \lambda_2 \mathrm{T})$$ **(2 boda)**

Iz čega slijedi:

$$\mathrm{L}_{10} + \mathrm{L}_{10}\lambda_1 T = \mathrm{L}_{20} + \mathrm{L}_{20}\lambda_2 T$$ **(2 boda)**

$$(\mathrm{L}_{10}\lambda_1 - \mathrm{L}_{20}\lambda_2)T = \mathrm{L}_{20} - \mathrm{L}_{10}$$ **(2 boda)**

Dakle, tražena je temperatura:

$$T = \frac{L_{20} - L_{10}}{L_{10}\lambda_1 - L_{20}\lambda_2}$$ **(2 boda)**

$$T = \frac{99{,}85 - 100}{100 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} - 99{,}85 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-5}} = 301.5^{\circ}\mathrm{C}$$ **(2 boda)**

4. Zadatak (12 bodova)

Kugla je u ravnoteži pod utjecajem sile uzgona i sile teže. Vrijedi:

$$T_z + \mathrm{U}_{1z} + \mathrm{U}_{2z} = 0$$ **(2 boda)**

Gdje je U sila uzgona, a T sila teže u z smjeru. Sila teže je:

$$T_z = \frac{4}{3}\pi r^3 \gamma_{kugle}$$ **(2 boda)**

Za tekućinu jedan vrijedi:

$$\mathrm{U}_{1z} = -\frac{2}{3}\pi r^3 \gamma_1$$

Za tekućinu dva vrijedi:

$\mathrm{U}_{2z} = -\frac{2}{3}\pi r^3 \gamma_2$ **(2 boda)**

Sile uzgona su u smjeru prema gore.
Pri ravnoteži:

$\frac{4}{3}\pi r^3 \gamma_{kugle} - \frac{2}{3}\pi r^3 \gamma_1 - \frac{2}{3}\pi r^3 \gamma_1$ **(2 boda)**

Dakle:

$\gamma_{kugle} = \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2}$ **(2 boda)**

$\gamma_{kugle} = \frac{7+9}{2} = 8\mathrm{kN/m^3}$ **(2 boda)**

5. Zadatak (12 bodova)

Ako je *h* visina vide između h_0 i h_1, može se pisati Bernullijevu jednadžbu:

$p_{atm} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$ **(2 boda)**

Kako se zna, *v* je zanemariva dakle, možemo pisati:

$v_1^2 = 2g(h - h_1)$

$v_1 = v_1(h) = \sqrt{2g(h-h_1)}$ **(2 boda)**

Ako se uzme u obzir da se čestice vode gibaju horizontalnim kretanjem, dotaknut će pod za vrijeme: $\Delta t = \sqrt{2h_1/g}$. Dakle vrijedi:

$d = v_1(h_0)\Delta t = \sqrt{2g(h_0 - h_1)\cdot\frac{2h_1}{g}} = 2\sqrt{h_1(h_0-h_1)} = 80.6\mathrm{cm}$ **(2 boda)**

Ako se želi udvostruči udaljenost, morat će i brzina biti dva put veća.

$v_1'(h_0) = 2v_1(h_0) = 2\sqrt{2g(h_0-h_1)}$ **(2 boda)**

Ako se uzme u obzir silu koja djeluje na površini:

$$p_0 + \frac{F}{A_0} + \rho g h_0 = p_0 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho (v_1')^2$$ **(2 boda)**

Iz toga slijedi:

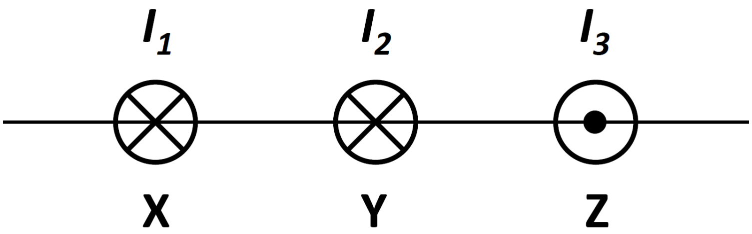
$$\frac{F}{A_0} + \rho g(h_0 - h_1) = \frac{1}{2}\rho (v_1')^2 = 4\rho g(h_0 - h_1)$$

$$F = 3A_0 \rho g(h_0 - h_1) = 1.91 \cdot 10^4 \mathrm{N}$$ **(2 boda)**

Zadaci za općinsko natjecanje 2023. – 3. skupina

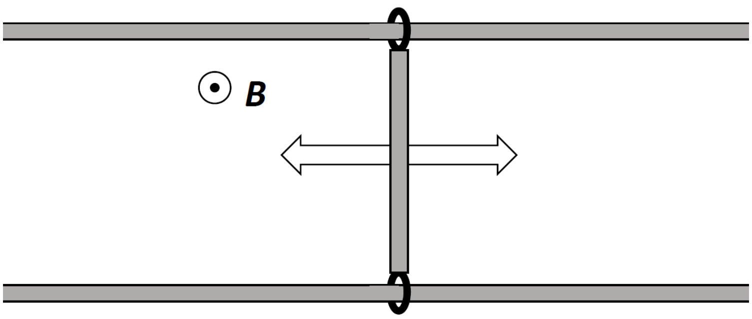
1. zadatak (14 bodova)

Nađi sve točke na pravcu XZ u kojima je magnetsko polje, izazvano strujama u trima beskonačno dugim žicama I_1, I_2, I_3, jednako nuli. Iznosi struja su $I_1 = I_2$, $I_3 = 3\ I_1$, a duljine XY = YZ = 5 cm.



2. zadatak (10 bodova)

Kruta žica duljine 1 dm harmonički titra frekvencijom $f = 10$ Hz vodoravno po dvije metalne šipke preko dvaju kliznih prstena u prostoru potpuno ispunjenom magnetskim poljem $B = 1$ T, kao na slici. Nađi razliku potencijala u vremenu ($U(t)$) induciranu na šipkama ako je brzina klizanja žice u ravnotežnome položaju $v = 1$ m/s. Nađi maksimalnu udaljenost žice od ravnotežnoga položaja. Koliki je inducirani napon kad je žica u tome položaju?



3. zadatak (8 bodova)

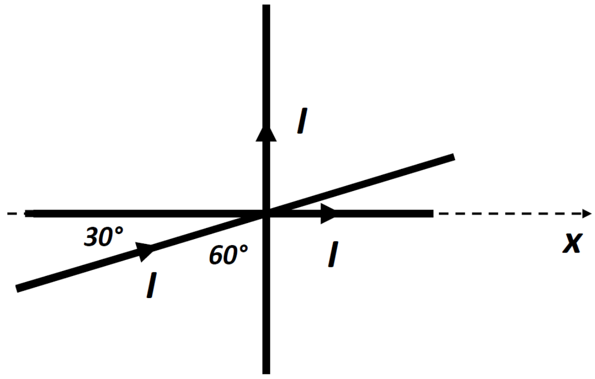
Uteg mase $m = 150$ g privezan je na okomiti zid oprugom konstante $k = 20$ N/m i nalazi se na podlozi bez trenja. Uteg pomaknemo iz ravnotežnoga položaja za $x = 30$ cm i potom pustimo dodajući početnu brzinu $v = 2$ m/s prema ravnotežnome položaju.

a) Nađi rad koji obavi opruga pri povratku mase u ravnotežni položaj.

b) Koja je brzina utega u ravnotežnome položaju?

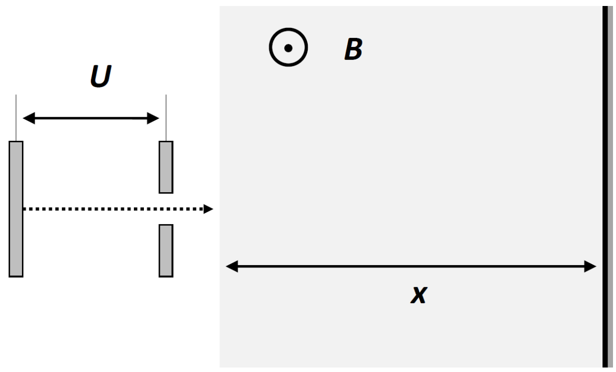
4. zadatak (8 bodova)

Dvjema žicama koje su okomite jedna na drugu prolazi struja I u smjeru naznačenome na slici. Žice su krute i nepomične. U istoj ravnini nalazi se i treća žica kroz koju također prolazi struja I i koja je nagnuta pod kutom od 30° u odnosu na vodoravnu žicu (slika). Žica je kruta, ali može rotirati oko dodirne točke triju žica. Nađi izraz za silu po duljini (F/l) na proizvoljnu točku treće žice zbog utjecaja drugih dviju žica! Položaj proizvoljne točke definiraj s pomoću koordinate x (koordinata y je tada zadana jer točka mora ležati na žici). Skiciraj smjer sile u proizvoljnoj točki. Kako će se gibati treća žica?



5. zadatak (10 bodova)

Elektron ubrzan razlikom potencijala od $U = 10$ kV ulijeće u homogeno okomito magnetsko polje jačine $B = 0.1$ mT zbog kojeg zakreće od svoje pravocrtne putanje i udara u fluorescentni ekran na udaljenosti od $x = 30$ cm. Skiciraj putanju elektrona u magnetskome polju. Koliko je daleko elektron udario na fluorescentnome ekranu od zamišljene točke u koju bi udario da nije bilo utjecaja magnetskoga polja?



Masa elektrona je $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C.

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike, 2023.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

1. zadatak (14 bodova)

Prepoznajmo da tri žice definiraju četiri različita područja u kojima tražimo rješenja, nazovimo ih A, B, C, D, pri čemu je A lijevo od I_1, B desno od I_1 a lijevo od I_2, I_3 itd. **(2 boda)**
Dobro riješeno (argumentirano ili izračunano) područje donosi 3 boda.

Radi jednostavnijega zapisa rješenja koristimo se nekim pokratama. Jednadžba magnetskoga polja oko vodiča dana je s:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{b}{r}\ .$$

Ovdje smo sve parametre koji nam nisu bitni za traženje iznosa $B = 0$ sveli na jedan parametar b. Naravno, treća žica će sadržavati parametar $3b$. Udaljenost među dviju žica označit ćemo s d.

A) Pravilom desne ruke odredimo smjerove magnetskih polja triju žica – I_1 i I_2 djeluju prema gore (to ćemo odabrati da nam je pozitivan smjer, $B > 0$) a I_3 djeluje prema dolje. Ukupno magnetsko polje je stoga, ako s x označimo udaljenost od I_1, $x > 0$ (negativan x bi značio desno od I_1, no to više nije područje A!)

$$B_A = b\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+d} - \frac{3}{x+2d}\right)$$

Za $B_A = 0$ mora izraz u zagradi biti nula. Svođenjem na zajednički nazivnik, dobivamo da brojnik mora biti nula:

$$(x+2d)(x+d) + x(x+2d) - 3x(x+d) = 0$$

Rješenje kvadratne jednadžbe, uz uvjet $x > 0$ je: $x = (1+\sqrt{3})d$. **(2 boda)**
$x = 13.66$ cm. **(1 bod)**

B) Pravilom desne ruke odredimo smjerove polja kao u slučaju A. Označimo li s x udaljenost od žice I_2, tada je uvjet $0 < x < d$ kako bi x ostao u području B. Izraz za ukupno polje je tada:

$$B_B = b\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{d-x} - \frac{3}{d+x}\right)$$

Identično kao u A, rješavanjem kvadratne jednadžbe dobivamo rješenje $x = (2-\sqrt{3})d$. **(2 boda)**
$x = 1.33$ cm. **(1 bod)**

C) Pravilom desne ruke vidimo da sve žice stvaraju magnetsko polje u istome smjeru – u tome slučaju ne možemo očekivati da će se polje dviju žica poništiti te stoga u ovome području nema točke u kojoj je $B = 0$. **(3 boda)**

D) Identično kao i dosad, primjenom pravila desne ruke odredimo predznake. Jednadžba za polje je:

$$B_D = b\left(\frac{3}{x} - \frac{1}{x+d} - \frac{1}{x+2d}\right)$$

Dobiva se sljedeća kvadratna jednadžba:

$$x^2 + 6d\,d + 6d^2 = 0$$

koja zbog svih pozitivnih koeficijenata nema rješenja za $x > 0$ – u ovome području ne postoji točka u kojoj je $B = 0$. **(3 boda)**

Ukupno postoje dvije točke u kojima magnetsko polje iščezava. Tvrdnja da iščezava i u beskonačnosti (što bi dalo ukupno četiri točke) nije pogrešna, no ne daje bodove.

2. zadatak (10 bodova)

Indukcija napona u vodiču duljine l koji se giba kroz magnetsko polje B brzinom v, pri čemu je brzina okomita na polje, dana je izrazom $U = vBl$. **(2 boda)**
Maksimalni iznos induciranoga napona je $U = 0.1$ V **(1 bod)**
S obzirom na to da se žica giba harmonički (titra), brzina joj ovisi o vremenu, pa će stoga i inducirani napon ovisiti o vremenu kao: **(2 boda)**

$$U(t) = Blv(t) = Blv_0 \cos \omega t$$

Ovdje je $v_0 = 1$ m/s, maksimalna brzina (brzina u ravnotežnome položaju, a $\omega = 2\pi f$, pri čemu je f frekvencija titranja.

Maksimalna udaljenost žice od ravnotežnog položaja može se dobiti iz poznavanja gibanja harmoničkoga oscilatora (h.o.). Izraz za položaj žice dan je s univerzalnim izrazom za h.o.:

$$x(t) = x_0 \sin \omega t\ .$$

Iz toga je izraza izraz za brzinu gibanja oscilatora: **(2 boda)**

$$v(t) = x_0 \omega \cos \omega t\ .$$

Dakle, s obzirom na to da je $v_0 = x_0\omega$, možemo izraziti $x_0 = v/\omega = 15.9$ mm. **(1 bod)**
Inducirani napon u tome položaju izravno ovisi o brzini, a kako brzina u tome trenutku iščezava, tako je i $U(x_{max}) = 0$. **(2 boda)**

3. zadatak (8 bodova)

Zadatak rješavamo s pomoću energije. Upotrijebimo $x_0 = 30$ cm, pomak u trenutku puštanja, $v_0 = 2$ m/s, brzina u trenutku puštanja. Ukupna energija u trenutku puštanja je zbroj elastično potencijalne i kinetičke: **(2 boda)**

$$E_{uk} = \underbrace{\frac{1}{2}\,kx_0^2}_{E_p} + \underbrace{\frac{1}{2}\,mv_0^2}_{E_k}\ .$$

U ravnotežnome položaju po definiciji je $x = 0$, a brzina maksimalna $v = v_M$. To znači da je sva energija sadržana u kinetičkoj energiji sustava. Možemo pisati izraz za energiju:

$$E_{uk} = \frac{1}{2} m v_M^2$$

a) Rad obavljen od početnoga do ravnotežnoga položaja odgovara promjeni potencijalne energije u opruzi, što je upravo: **(2 boda)**

$$W = \frac{1}{2} k x_0^2 \ .$$

Uvrštavanjem je rad $W = 0.9$ J. **(1 bod)**

b) Brzina utega u ravnotežnome položaju dana je ukupnom kinetičkom energijom: **(2 boda)**

$$v_M = \sqrt{\frac{2E_{uk}}{m}} \ .$$

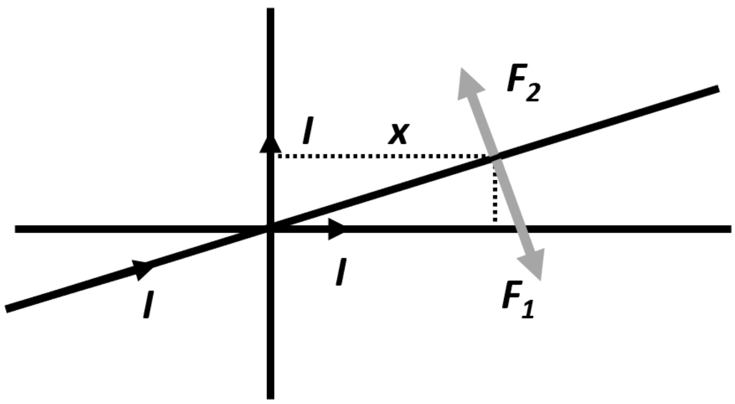
Uvrštavanjem: $v_M = 4$ m/s. **(1 bod)**

4. zadatak (8 bodova)

Izraz za silu po jedinici duljine dviju žica dan je s:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{a}$$

pri čemu je a udaljenost među žicama. **(1 bod)**
Promotrimo silu na proizvoljnu točku X, udaljenu za x od jedne žice, kao na slici. Sila od vodoravne žice ovisi o njezinoj udaljenosti: $a = x \tan 30^\circ$. **(1 bod)**



Udaljenost koja nas zanima je okomita udaljenost od *druge* žice koja stvara magnetsko polje jer ta udaljenost definira jakost magnetskoga polja na točki žice za koju se traži sila. Sila je tada: **(1 bod)**

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{x \tan 30^\circ} \ .$$

a smjer sile je prema drugoj žici, okomito na prvu (kao na slici!). Smjer sile okomit je na magnetsko polje druge žice i smjer struje tražene žice. **(1 bod)**
Na žicu djeluje i vertikalna žica, pa je druga sila, smjera suprotnoga od ove:

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{x} \ .$$

Ukupna sila je tada, uvrštavanjem $\tan 30° = 1/\sqrt{3}$: **(1 bod)**

$$\frac{F}{l} = \frac{F_1 - F_2}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} \cdot \left(\sqrt{3} - 1\right) = 0.732 \, \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} \ .$$

Smjer sile je okomito na žicu, u smjeru bliže žice. **(1 bod)**

Zbog smjera sile na točku X, a koji je isti kao i na druge točke desno od sjecišta žica, te zbog suprotnoga smjera sile na točke lijevo od sjecišta žica, možemo zaključiti da će se žica iz ovoga položaja htjeti zarotirati prema vodoravnoj žici. **(2 boda)**
Ako učenik ne spomene bitnu činjenicu da je u točki lijevo od sjecišta smjer sile suprotnoga smjera, oduzima se jedan bod!

Naravno, ako učenik krene rješavanje zadatka s točkom lijevo od sjecišta, isto vrijedi za točku desno od sjecišta.

5. zadatak (10 bodova)

Elektron prolazeći razliku potencijala U dobiva kinetičku energiju $E_k = eU$. Iz toga lako izračunamo konačnu brzinu elektrona uzevši da je početna $v = 0$ ili vrlo bliska nuli. **(1 bod)**

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

uvrštavanjem $v = 5.93 \cdot 10^7$ m/s.

Na elektron u magnetskome polju djeluje Lorentzova sila: **(1 bod)**

$$F = qvB \ .$$

Kako je sila okomita na smjer brzine elektrona, tako poprima ulogu centripetalne sile i zakreće elektron po radijusu r: **(1 bod)**

$$F = \frac{mv^2}{r} \ .$$

Radijus dobivamo iz dvaju izraza: **(1 bod)**

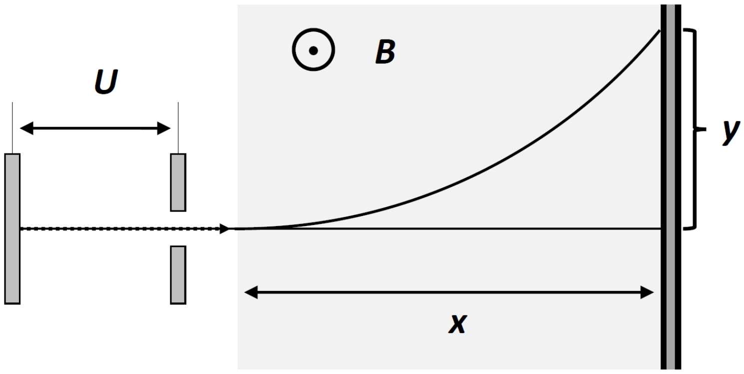
$$r = \frac{mv}{eB}$$

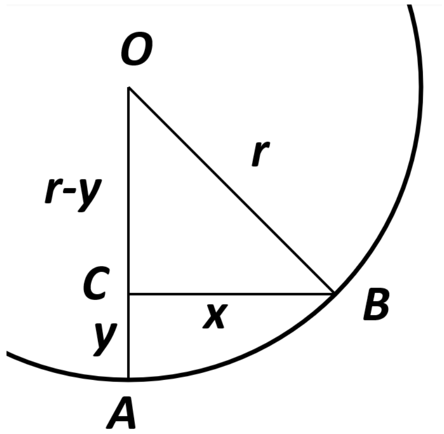
$r = 3.37$ m.

Da bismo dobili koliko se elektron pomakne vertikalno, skicirajmo putanju elektrona. Po pravilu desne ruke sila na elektron u magnetskome polju prouzročit će zakretanje kao na slici u rješenju. **(2 boda)**

Također, pogledajmo pobliže kružnicu po kojoj se elektron u zadatku giba iz točke A u točku B: Točka O je središte kružnice. Na slici je uočljiv trokut OCB i vertikalni pomak y. Iz Pitagorina poučka:

$$(r - y)^2 + x^2 = r^2$$





možemo izraziti kvadratnu jednadžbu po nepoznanici y:

$$y^2 - 2ry + (x^2 + r^2) = 0$$

Rješenje je: **(3 boda)**

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2}\ .$$

Drugo rješenje $y > r$ odbacujemo kao fizikalno pogrešno za ovaj zadatak. Uvrštavanjem $y = 13.4$ mm. **(1 bod)**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

1. zadatak *(11 bodova)*

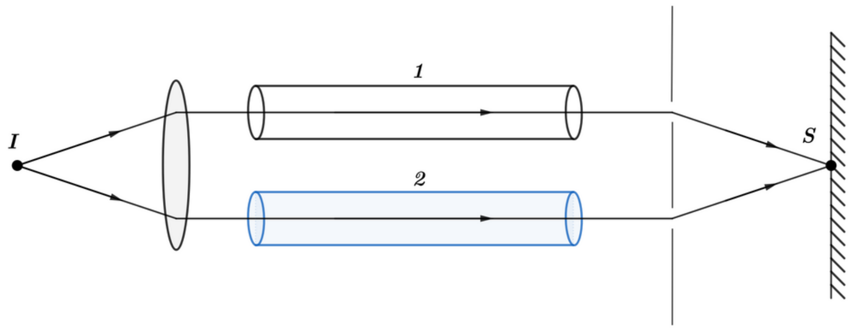
Prijemnik broda koji se nalazi 10 m iznad površine vode detektira signal obližnje podmornice iz smjera koji zatvara kut od 30° s površinom vode. Odredi dubinu na kojoj se nalazi podmornica ako je elektromagnetski signal od odašiljača podmornice do prijamnika broda putovao 300 ns! Kolika je horizontalna udaljenost podmornice i broda? Indeks loma vode iznosi 1.33.

2. zadatak *(11 bodova)*

Odredi žarišnu daljinu konkavnoga zrcala ako je povećanje slike predmeta na određenoj poziciji $m_1 = -0.5$ (tj. slika je obrnuta i dvostruko manja od predmeta) te je na drugoj poziciji odmaknutoj od prve za $l = 5.0$ cm povećanje slike $m_2 = -0.25$!

3. zadatak *(10 bodova)*

Dan je postav kao na slici 1. I je izvor bijele svjetlosti s monokromatorom kojim se može precizno namještati valna duljina izlazne svjetlosti koja zatim prolazi kroz konvergentnu leću i identične cijevi *1* i *2* od kojih je jedna vakuumirana, a druga ispunjena nepoznatim plinom. Naposlijetku, svjetlost prolazi kroz dvije pukotine i stvara interferencijski uzorak na zastoru. U točki S uočavamo potpunu destruktivnu interferenciju kad je valna duljina upadne svjetlosti $\lambda_1 = 630.1$ nm ili $\lambda_2 = 632.3$ nm (za bilo koji λ između λ_1 i λ_2 nemamo potpunu destruktivnu interferenciju). Odredi indeks loma nepoznatoga plina u cijevi *2*! Duljina obje cijevi je 20 cm.



Slika 1: Interferometar za određivanje indeksa loma materijala.

4. zadatak *(11 bodova)*

Izotop uranija (U-235) može se prirodno raspasti emisijom α čestice na izotop thorija (Th-231). Izračunaj brzinu α čestice ako je 85% energije oslobođene u raspadu zadržano u njezinoj kinetičkoj energiji. Mase U-235, Th-231 i α redom su $235.0439\,u$, $231.0363\,u$ i $4.0015\,u$.

5. zadatak *(7 bodova)*

Elektron se giba brzinom od $0.5\,c$. Zatim sljedećih 5 s na njega djeluje sila od 6.3×10^{-23} N (u smjeru u kojemu se giba, tj. sila ubrzava elektron). Odredi konačnu brzinu elektrona!

<u>Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta</u>:

brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^8\ \mathrm{ms^{-1}}$

atomska jedinica mase $u = 1.6605 \times 10^{-27}$ kg

masa elektrona $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

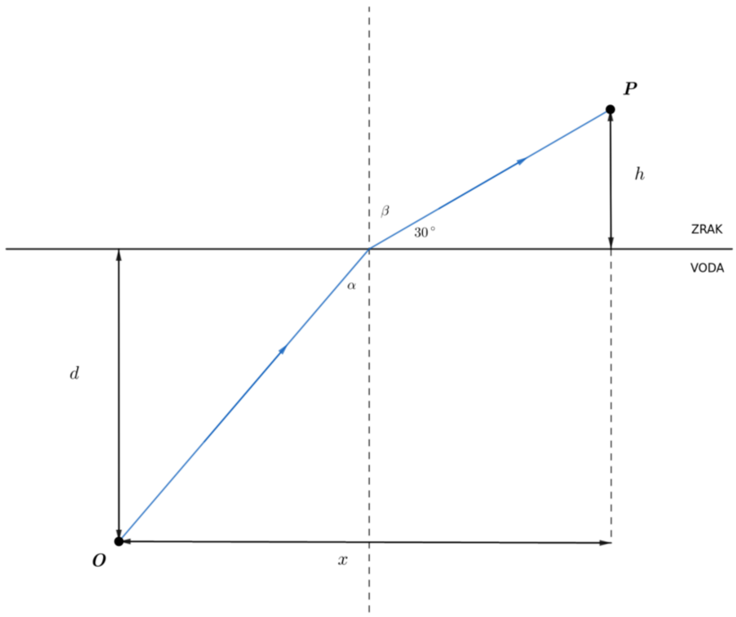
OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(11 bodova)*



Slika 1: Skica koja prikazuje putanju zrake od odašiljača podmornice $\boldsymbol{O}$ do prijeminika broda $\boldsymbol{P}$.

Skica koja sadržava sve potrebne informacije za rješavanje zadatka: označen kut koji zraka koju prijamnik broda detektira zatvara s površinom vode, visina prijamnika, pravilno prikazan lom zrake na prijelazu iz vode u zrak itd. **[2 boda]**

Put koji zraka prijeđe u zraku je : $s_z = h/\sin(30°) = 20\,\text{m}$. **[1 bod]**

Vrijeme potrebno da zraka dođe od površine vode do prijamnika: $t_z = s_z/c = 6.67 \times 10^{-8}\,\text{s}$. **[1 bod]**

Vrijeme koje zraka provede u vodi: $t_v = t_{uk} - t_z = 23.33 \times 10^{-8}\,\text{s}$. **[1 bod]**

Put koji zraka prijeđe u vodi: $s_v = t_v \cdot c/n = 52.62\,\text{m}$ **[1 bod]**

Iz Snellova zakona slijedi : $n \sin\alpha = \sin\beta \Rightarrow \sin\alpha = 0.65$. **[2 boda]**

Dubina je podmornice: $d = s_v \cos\alpha = s_v\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 39.94\,\text{m}$. **[1 bod]**

Horizontalna udaljenost podmornice i broda: $x = s_v \sin\alpha + s_z \sin\beta = 51.52\,\text{m}$. **[2 boda]**

2. zadatak *(11 bodova)*

Koristimo se jednadžbom za konkavno zrcalo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \tag{1}$$

pri čemu je f žarišna daljina, a udaljenost predmeta od zrcala, a b udaljenost slike od zrcala.

U prvome slučaju povećanje je $m_1 = -0.5$, tj. $b_1 = 0.5a_1$ s obzirom na to da je $|m| = b/a$. **[1 bod]**
Uvrštavanjem u (1) slijedi $f = a_1/3$. **[2 boda]**
Slično za drugi slučaj vrijedi $b_2 = 0.25a_1$ ([**1 bod**]), te time $f = a_2/5$. **[2 boda]**
Dakle, vrijedi $a_1/3 = a_2/5$, tj. $a_2 > a_1$, iz čega se da zaključiti da je $a_2 = a_1 + l$. **[2 boda]**
Iz toga slijedi npr. $a_1 = 3l/2 = 7.5\,\mathrm{cm}$ ([**2 boda**]), te napokon $f = a_1/3 = 2.5\,\mathrm{cm}$. **[1 bod]**

3. zadatak *(10 bodova)*

Dvije zrake prevale isti put, ali se javlja fazna razlika zbog toga što je jedna cijev vakuumirana, a druga ispunjena plinom.
Fazni pomak prve zrake pri prolasku kroz vakuumiranu cijev je :

$$\phi_1 = 2\pi \frac{L}{\lambda}, \tag{2}$$

pri čemu je L duljina cijevi. **[1 bod]**
Fazni pomak druge zrake pri prolasku kroz cijev ispunjenu plinom je:

$$\phi_2 = 2\pi \frac{nL}{\lambda}, \tag{3}$$

jer se valna duljina prolaskom kroz medij promjeni za faktor $1/n$. **[1 bod]**
To znači da je fazna razlika dviju zraka u točki $\boldsymbol{S}$ jednaka:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi \frac{L}{\lambda}(n-1). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{4}$$

Za slučaj destruktivne interferencije fazna razlika mora biti $\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ([**1 bod**]), tj. za dvije valne duljine koje prouzročuju uzastopne destruktivne interferencije slijedi:

$$2\pi L(n-1)\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = 2\pi. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{5}$$

Preuređivanjem slijedi da je $n = 1.0009055$. **[2 boda]**

4. zadatak *(11 bodova)*

Energija u reakciji oslobođena je zbog toga što je ukupna masa produkata manja od mase reaktanta.
Defekt mase je:

$$\Delta m = m(U-235) - m(Th-231) - m(\alpha) = 0.0061\,u. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{6}$$

Energija oslobođena u reakciji je:

$$E = \Delta m c^2 = 9.116 \times 10^{-13}\,J, \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{7}$$

tj. kinetička energija α čestice je $E_k = 0.85E = 7.75 \times 10^{-13}\,J$. **[1 bod]**
Koristimo se relativističkim izrazom za kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{8}$$

Iz toga se konačno dobiva $v = 0.051\,c = 1.53 \times 10^7\,\mathrm{ms}^{-1}$. **[4 boda]**
Napomena: Treba priznati i točna rješenja dobivena nerelativističkim računom s obzirom na to da je krajnja razlika u rezultatu neznatna.

5. zadatak *(7 bodova)*

Prvo možemo odrediti početnu relativističku količinu gibanja elektrona:

$$p_1 = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1.58 \times 10^{-22}\,\mathrm{kgms^{-1}}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{9}$$

Djelovanje sile prouzročuje povećanje količine gibanja:

$$p_2 = p_1 + F \cdot t = 4.72 \times 10^{-22}\,\mathrm{kgms^{-1}}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{10}$$

Napokon invertiranjem $p = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ dobivamo:

$$v = \frac{pc}{p^2 + m^2c^2} = 0.866\,c = 2.6 \times 10^8\,\mathrm{ms^{-1}}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{11}$$