Državno natjecanje iz fizike 2022./2023.
Podgora, 9. – 12. svibnja 2023.
Srednje škole – 1. skupina

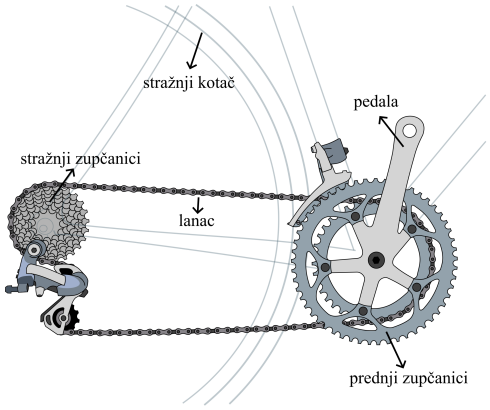
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...)**. Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. **Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (16 bodova)

Prijenos na biciklu sastoji se od prednjega i stražnjega zupčanika koji su povezani lancem. Bicikl može imati jedan ili više prednjih i stražnjih zupčanika. Zupčanici imaju različite promjere, odnosno različit broj zuba. Promotrimo situaciju s jednim prednjim zupčanikom i tri stražnja zupčanika. Prednji zupčanik ima 32 zuba, a stražnji zupčanici imaju 21-24-28 zuba. U najnižoj brzini prijenosa lanac je postavljen na onaj stražnji zupčanik koji daje najmanju brzinu kretanja bicikla za danu brzinu okretanja pedala. Promjer stražnjega kotača bicikla je 622 mm.

Gibanje bicikla podijeljeno je u tri etape:

I. Jednoliko ubrzano gibanje od mirovanja do brzine okretanja pedala od 90 okretaja u minuti. Vrijeme ubrzavanja je 56 s. Biciklist vozi u najnižoj brzini.
II. Jednoliko gibanje u sljedećoj višoj brzini. Brzina gibanja bicikla jednaka je brzini kojom se giba na kraju I. etape.
III. Jednoliko gibanje u najvišoj brzini. Brzina gibanja bicikla jednaka je brzini u II. etapi.

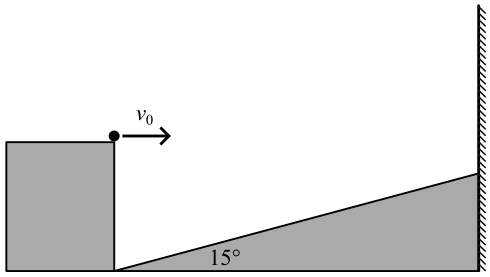


Bicikl u sve tri etape prijeđe jednak put.

a) Izračunaj ukupno vrijeme gibanja.
b) Izračunaj srednju brzinu gibanja bicikla.
c) Nacrtaj graf ovisnosti brzine okretanja pedala o vremenu.

2. zadatak (20 bodova)

Mala loptica izbačena je početnom brzinom v_0 u horizontalnome smjeru kao što je prikazano na slici. Loptica se najprije odbije od kosine, zatim se odbije od vertikalnoga zida te se vraća u početnu točku. Sudari s kosinom i zidom su elastični. Od početne točke do točke pada na kosinu loptica prijeđe vertikalnu udaljenost a. Vertikalna udaljenost početne točke i maksimalne visine loptice iznosi $2a$. Zanemari otpor zraka i efekte rotacije loptice.



a) Izračunaj kut pod kojim loptica udari u kosinu.

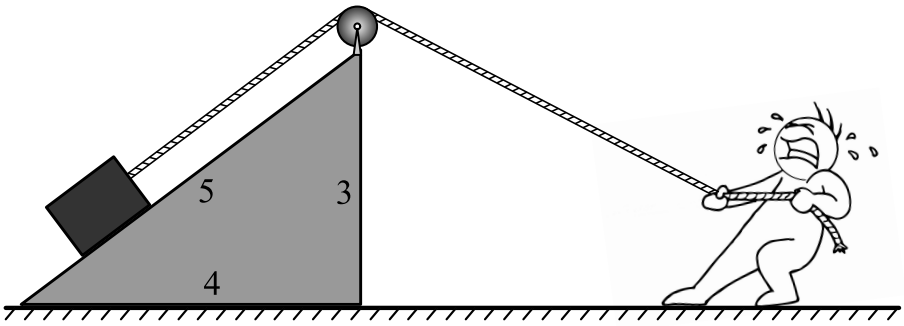
b) Izračunaj najmanju i najveću brzinu loptice za vrijeme gibanja. Rezultate izrazi s pomoću v_0.
c) Izračunaj horizontalnu udaljenost početne točke i vertikalnoga zida. Rezultat izrazi s pomoću a i gravitacijskoga ubrzanja g.

Koristi se trigonometrijskom formulom $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$.

3. zadatak (17 bodova)

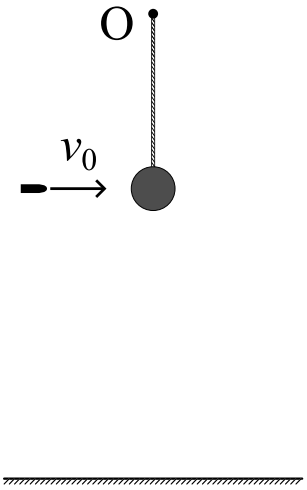
Cigla mase 1 kg nalazi se na kosini mase 2 kg. Na ciglu je privezano uže koje je prebačeno preko koloture. Čovjek povlači uže tako da je sila napetosti užeta stalna i iznosi F. Uže i kolotura imaju zanemarivu masu. Kosina se može gibati po horizontalnoj podlozi bez trenja. Koeficijent trenja između cigle i kosine iznosi 0.25. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunaj ubrzanje kosine.
b) Izračunaj silu F tako da se cigla giba uz kosinu stalnom brzinom.



4. zadatak (17 bodova)

Kugla mase 1 kg pričvršćena je za nit duljine 90 cm. Drugi kraj niti učvršćen je u točki O koja se nalazi na visini 410 cm iznad tla. Metak mase 80 g dolijeće brzinom v_0 u horizontalnome smjeru i prolazi kroz kuglu. Brzina metka neposredno nakon prolaska kroz kuglu iznosi 200 m/s. Nakon prolaska metka kugla se giba po kružnici u vertikalnoj ravnini. U trenutku kad se kugla nalazi u najvišoj točki svoje putanje, nit pukne. Horizontalna udaljenost položaja pada metka i kugle na tlo iznosi 168 m. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



a) Izračunaj početnu brzinu metka v_0.
b) Izračunaj napetost niti neposredno prije pucanja.
c) Izračunaj koliki se udio početne kinetičke energije metka pretvori u toplinu pri prolasku metka kroz kuglu.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
8. – 11. svibnja 2023.
Podgora

Srednje škole – 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Dva utega različitih masa, konac, mjerna traka (metar).

Dodatni pribor (po potrebi, koristi samo za predviđenu svrhu): Škare za rezanje konca, papir, indigo papir i grafitna olovka za označavanje, gumica za brisanje, ljepljiva traka.

Zadatak:

1) Koristeći dani pribor odredite dinamički koeficijent trenja sa stolom za **oba** utega. Komentirajte dobiveni rezultat, slaže li se s vašim očekivanjima?

2) Koristeći dani pribor odredite omjer masa dvaju utega. Za ovaj dio zadatka zanemarite efekte konca.

Napomene:

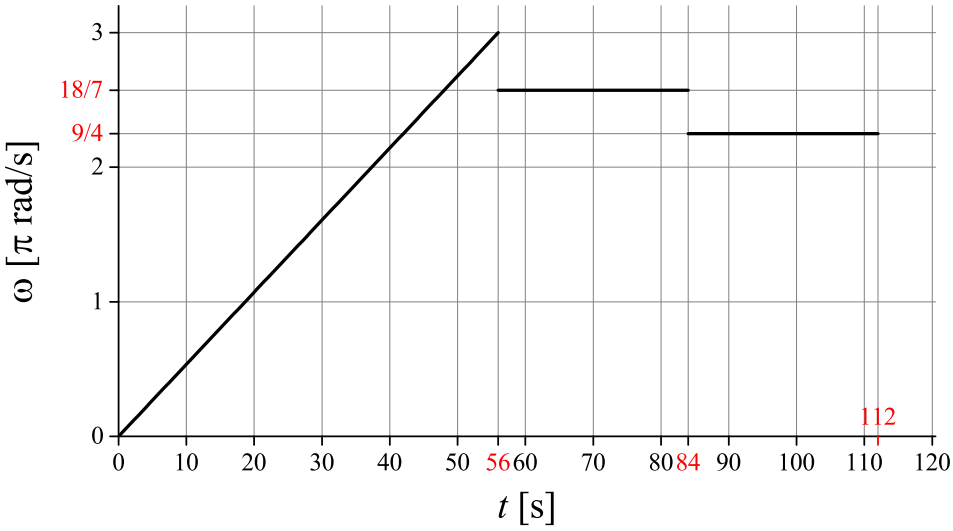
- Sve što napravite, opazite ili pretpostavite detaljno evidentirajte. Ono što ne zapišete, ne može se bodovati.
- Obavezno objasnite fizikalne principe iza svakog mjerenja i izvedite relevantne izraze. Mjerenje mora biti teorijski smisleno i eksperimentalno provedivo.
- Provedite račun pogreške kad je moguće.
- Obratite pažnju da rješenja pišete čitko, jasno i razumljivo.

Želimo vam sretno i interesantno rješavanje zadatka.

Državno natjecanje iz fizike 2022/2023
Podgora, 9. – 12. svibnja 2023.
Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

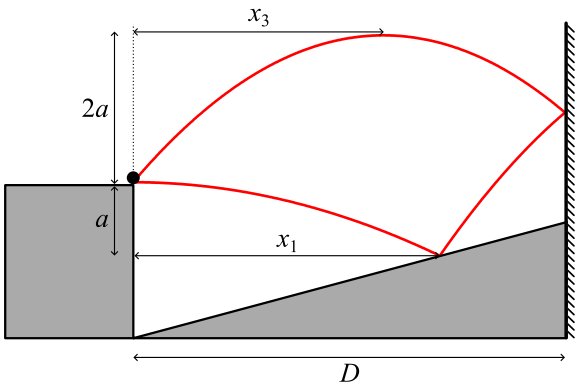
1. zadatak (16 bodova)

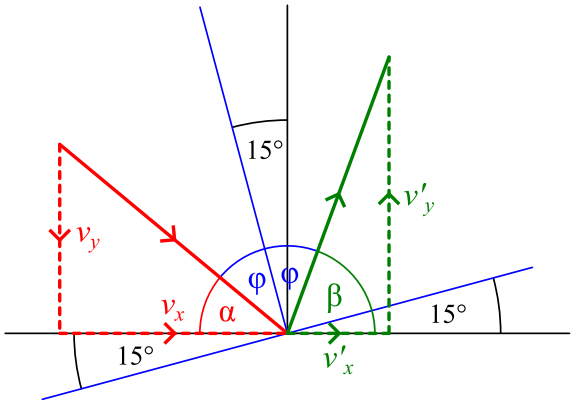
Neka je duljina jednog zuba d, a r_0 polumjer prednjeg zupčanika. Tada vrijedi:
$32d = 2\pi r_0$.
Stražnji zupčanik ima 28 zuba i polumjer r_1 pa vrijedi:
$28d = 2\pi r_1$.
Kada prednji zupčanik napravi jedan okret (zakrene se za kut 2π rad), lanac će se pomaknuti za $32d$. Odredimo za koliki kut će se zakrenuti stražnji zupčanik:
$32d = r_1\varphi = \frac{28d}{2\pi}\varphi \;\Rightarrow\; \varphi = \frac{32}{28}2\pi$ rad. **(2 boda)**
Zaključujemo da je kut zakreta stražnjeg zupčanika veći što je broj zuba stražnjeg zupčanika manji. Za fiksnu brzinu okretanja pedala stražnji zupčanik s najvećim brojem zuba okretat će se najmanjom kutnom brzinom. Prema tome, najveći broj zuba na stražnjem zupčaniku odgovara najmanjoj brzini gibanja bicikla. Biciklist počinje gibanje s lancem na stražnjem zupčaniku s 28 zuba. **(1 bod)**
Odredimo brzinu okretanja pedala, prijeđeni put i vrijeme gibanja u svakoj etapi.
1. etapa – jednoliko ubrzano gibanje, najniža brzina prijenosa:
$\omega_{1,poc} = 0$ rad/s, $\omega_{1,kon} = \frac{32}{28}\omega_{1,pedale,kon} = \frac{32}{28}\cdot\frac{90\cdot 2\pi}{60\text{ s}} = \frac{24}{7}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put je:
$s_1 = R\frac{\omega_{1,kon}}{2}t_1 = R\cdot\frac{12}{7}\pi\text{ rad/s}\cdot 56\text{ s} = 96R\pi\text{ rad} = 93.8\text{ m}$. **(2 boda)**
2. etapa – jednoliko gibanje, srednja brzina prijenosa:
$\omega_2 = \omega_{1,kon} = \frac{32}{24}\omega_{2,pedale} \;\Rightarrow\; \omega_{2,pedale} = \frac{24}{32}\cdot\frac{24}{7}\pi\text{ rad/s} = \frac{18}{7}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put jednak je kao u 1. etapi:
$s_2 = R\omega_2 t_2 = s_1$
$R\frac{24}{7}\pi\text{ rad/s}\cdot t_2 = 96R\pi\text{ rad} \;\Rightarrow\; t_2 = 28\text{ s}$. **(1 bod)**
3. etapa – jednoliko gibanje, najviša brzina prijenosa:
$\omega_3 = \omega_{1,kon} = \frac{32}{21}\omega_{3,pedale} \;\Rightarrow\; \omega_{3,pedale} = \frac{21}{32}\cdot\frac{24}{7}\pi\text{ rad/s} = \frac{9}{4}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put jednak je kao u 1. etapi:
$s_3 = R\omega_3 t_3 = s_1$
$R\frac{24}{7}\pi\text{ rad/s}\cdot t_3 = 96R\pi\text{ rad} \;\Rightarrow\; t_3 = 28\text{ s}$. **(1 bod)**
Srednja brzina biciklista je:
$\bar{v} = \frac{s_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{3\cdot 93.8\text{ m}}{t_1+t_2+t_3} = \frac{281.4\text{ m}}{112\text{ s}} = 2.51\text{ m/s}$. **(2 boda)**
Graf ovisnosti kutne brzine okretanja pedala o vremenu prikazan je na slici. Točno označene osi na grafu: 1 bod, točno nacrtan graf za svaku etapu gibanja: 1 bod; ukupno **4 boda** za graf.



2. zadatak (20 bodova)

Na slici lijevo prikazana je putanja loptice i označene su udaljenosti koje se koriste u rješavanju zadatka. Na slici desno prikazana je brzina loptice neposredno prije udara u kosinu i neposredno nakon odbijanja od kosine. Brzine su rastavljene na horizontalnu i vertikalnu komponentu te su označeni kutevi koji se koriste u rješavanju zadatka.





Neposredno prije udara u kosinu loptica ima brzinu:
$v^2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, **(1 bod)**
gdje su horizontalna i vertikalna komponenta brzine redom jednake:
$v_x = v_0$ **(1 bod)** i
$a = \dfrac{v_y^2}{2g} \;\Rightarrow\; v_y = \sqrt{2ga}$. **(1 bod)**
Neposredno nakon odbijanja od kosine iznos brzine loptice je isti kao neposredno prije udara u kosinu, ali se horizontalna i vertikalna komponenta brzine mijenjaju:
$v^2 = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}$.
Dalje se loptica giba prema zidu stalnom horizontalnom komponentom brzine v'_x i vertikalnom komponentom brzine koja se jednoliko smanjuje od početne vrijednosti v'_y. Nakon odbijanja loptice od zida horizontalna komponenta brzine mijenja smjer, a iznosi pojedinih komponenti brzina prije i nakon odbijanja od zida ostaju isti. Slijedi da je točka maksimalne visine loptice određena hicem u vis početnom brzinom v'_y:

$a + 2a = \frac{v_y'^2}{2g}$. **(1 bod)**

$3a = 3\frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_y'^2}{2g} \Rightarrow v_y' = \sqrt{3}v_y$. **(1 bod)**

Kao što je prikazano na slici loptica upada pod kutem φ u odnosu na okomicu na kosinu te se od kosine odbije pod istim kutem. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$\sin\alpha = \frac{v_y}{v}$, $\cos\alpha = \frac{v_x}{v}$,

$\sin\beta = \frac{v_y'}{v}$, $\cos\beta = \frac{v_x'}{v}$

Sa slike možemo vidjeti da je odnos kuteva sljedeći:

$\alpha + 2\varphi + \beta = 180°$,

$\alpha + \varphi + 15° = 90°$,

$\varphi + \beta - 15° = 90°$.

Iz prethodnih jednadžbi slijedi da je $\beta - \alpha = 30°$. **(2 boda)** Također vrijedi:

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{v_y'}{v_y} = \sqrt{3}$. **(2 boda)**

Nadalje slijedi:

$$\frac{\sin(\alpha + 30°)}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha\cos 30° + \cos\alpha\sin 30°}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{3}.$$

Sređivanjem se dobije:

$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 30°$. **(2 boda)**

Iz prethodnog slijedi da je $\beta = 60°$ i kut upada loptice na kosinu $\varphi = 45°$. **(1 bod)**

Najveću brzinu loptica ima u najnižoj točki gibanja, odnosno u točki udara u kosinu i ona iznosi:

$v_{max} = v = \frac{v_x}{\cos 30°} = \frac{2}{\sqrt{3}}v_0$. **(1 bod)**

Najmanju brzinu loptica ima u najvišoj točki gibanja i ona iznosi:

$v_{min} = v_x' = v\cos 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}v_0$. **(1 bod)**

Neka je D horizontalna udaljenost početne točke i vertikalnog zida. Gibanje loptice podijelimo u tri etape:

1. Od početne točke do udara u kosinu.
2. Od udara u kosinu do najviše točke gibanja.
3. Od najviše točke do početne točke.

Vrijeme pojedine etape gibanja je:

$t_1 = \frac{v_y}{g}$,

$t_2 = \frac{v_y'}{g} = \sqrt{3}\frac{v_y}{g}$,

$t_3 = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_x'^2}}{g} = \frac{\sqrt{3v_y^2 - v_y^2}}{g} = \sqrt{2}\frac{v_y}{g}$.

Horizontalne udaljenosti koje loptica prijeđe u etapama 1. i 3. su:

$x_1 = v_x t_1 = \sqrt{3}v_y \cdot \frac{v_y}{g} = 2\sqrt{3}a$, **(2 boda)**

$x_3 = v_x' t_3 = v_y \cdot \sqrt{2}\frac{v_y}{g} = 2\sqrt{2}a$. **(2 boda)**

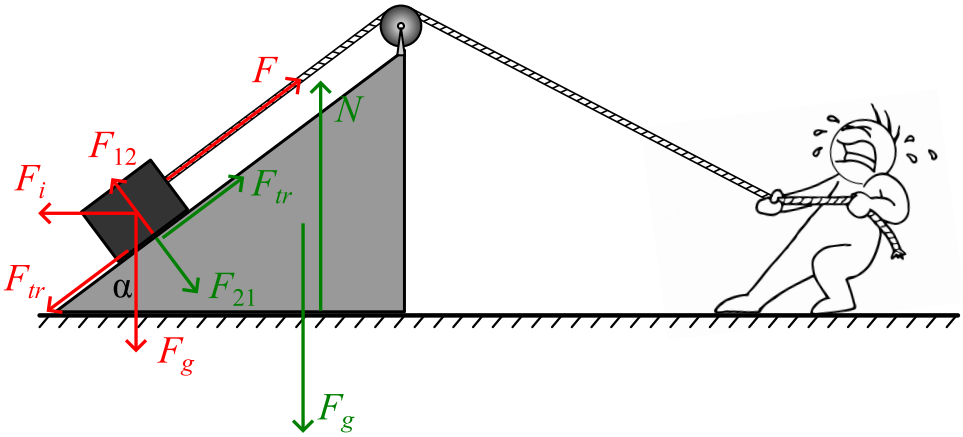
Za etapu 2. postavimo sljedeću jednadžbu:

$D - x_1 + D - x_3 = v_x' t_2 = v_y \cdot \sqrt{3}\frac{v_y}{g} = 2\sqrt{3}a$.

$2D = 2\sqrt{3}a + x_1 + x_3 = (4\sqrt{3} + 2\sqrt{2})a \Rightarrow D = (2\sqrt{3} + \sqrt{2})a$. **(2 boda)**

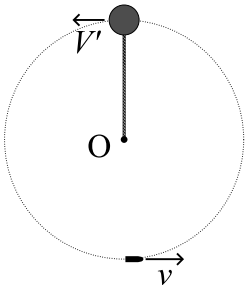
3. zadatak (17 bodova)

Na slici su prikazane sile koje djeluju na kosinu (zeleno) i sile koje djeluju na ciglu u sustavu kosine (crveno). Točno nacrtani dijagrami sila: **2 boda**. Označimo masu kosine s m_1 i masu cigle s m_2.



Drugi Newtonov zakon za gibanje kosine:
$m_1 a = F_{21} \sin\alpha + F_{tr} \cos\alpha$. **(1 bod)**
Drugi Newtonov zakon za gibanje cigle u sustavu kosine:
$m_2 a' = F - F_g \sin\alpha - F_{tr} - F_i \cos\alpha$, **(1 bod)**
$0 = F_{12} + F_i \sin\alpha - F_g \cos\alpha$. **(1 bod)**
Inercijalna sila je $F_i = m_2 a$. **(1 bod)** Zbog trećeg Newtonovog zakona vrijedi $F_{21} = F_{12}$. **(1 bod)** Sila trenja je $F_{tr} = \mu F_{12}$. **(1 bod)**
Iz treće jednadžbe slijedi:
$F_{12} = m_2 g \cos\alpha - m_2 a \sin\alpha$. **(1 bod)**
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$m_1 a = m_2 g \sin\alpha \cos\alpha - m_2 a \sin^2\alpha + \mu m_2 g \cos^2\alpha - \mu m_2 a \sin\alpha \cos\alpha$,
$\frac{m_1}{m_2} a = g \sin\alpha \cos\alpha - a \sin^2\alpha + \mu g \cos^2\alpha - \mu a \sin\alpha \cos\alpha$.
Uvrstimo $\frac{m_1}{m_2} = 2$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$:
$2a = g\frac{12}{25} - a\frac{9}{25} + \mu g\frac{16}{25} - \mu a\frac{12}{25}$,
$(50 + 9 + 12\mu)\, a = (12 + 16\mu)\, g$.
Uvrstimo $\mu = 0.25$:
$62a = 16g$,
$a = \frac{8}{31} g = 2.58\ \mathrm{m/s^2}$. **(4 boda)**
Iz uvjeta da se cigla giba stalnom brzinom slijedi $a' = 0$. **(1 bod)** Sila F tada je jednaka:
$F = m_2 g \sin\alpha + \mu m_2 g \cos\alpha - \mu m_2 a \sin\alpha + m_2 a \cos\alpha$,
$F = m_2 g\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + m_2 a\,(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$,
$F = m_2 \frac{1}{5}\left[(3 + 0.25 \cdot 4)\, g + (4 - 0.25 \cdot 3)\, a\right]$,
$F = m_2 \frac{1}{5}\left[4g + 3.25 \cdot \frac{8}{31} g\right]$,
$F = m_2 \frac{1}{5}\left(4 + \frac{26}{31}\right) g$,
$F = \frac{30}{31} g = 9.68\ \mathrm{N}$. **(3 boda)**

4. zadatak (17 bodova)



Nakon prolaska kroz kuglu metak se giba prema desno i pada na tlo s visine $h = h_O - r = 4.1\ \text{m} - 0.9\ \text{m} = 3.2\ \text{m}$. **(1 bod)** Vrijeme pada metka je:

$h = \frac{1}{2}gt^2 \ \Rightarrow\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.8\ \text{s}$. **(1 bod)**

Pritom je metak prešao horizontalnu udaljenost:

$x = vt = 200\ \text{m/s} \cdot 0.8\ \text{s} = 160\ \text{m}$. **(1 bod)**

Nakon što pukne nit kugla se giba prema lijevo i pada s visine $H = h_O + r = 4.1\ \text{m} + 0.9\ \text{m} = 5\ \text{m}$. **(1 bod)** Vrijeme pada kugle je:

$H = \frac{1}{2}gT^2 \ \Rightarrow\ T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1\ \text{s}$. **(1 bod)**

Horizontalna udaljenost položaja pada metka i kugle na tlo je:

$d = 168\ \text{m} = x + V'T$. **(1 bod)**

Slijedi da je brzina kugle u trenutku pucanja niti jednaka:

$V' = \frac{168\ \text{m} - x}{T} = \frac{168\ \text{m} - 160\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 8\ \text{m/s}$. **(1 bod)**

Brzinu kugle neposredno nakon prolaska metka izračunamo pomoću zakona očuvanja energije:

$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV^2 + Mg2r$, **(1 bod)**

$V^2 = V'^2 + 4gr$,

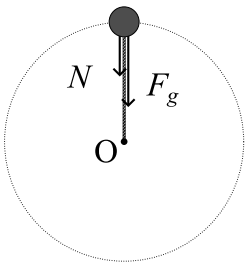
$V = \sqrt{V'^2 + 4gr} = 10\ \text{m/s}$. **(1 bod)**

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar metka i kugle glasi

$mv_0 = mv + MV$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem poznatih veličina izračunamo početnu brzinu metka:

$v_0 = v + \frac{M}{m}V = 200\ \text{m/s} + \frac{1}{0.08}10\ \text{m/s} = 325\ \text{m/s}$. **(1 bod)**



U najvišoj točki putanje na kuglu djeluje gravitacijska sila i sila napetosti uža. S obzirom na to da se kugla giba po kružnici ukupna sila na kuglu je centripetalna sila.

$F_{cp} = mg + N$. **(1 bod)**

Slijedi da je napetost niti neposredno prije pucanja:

$N = F_{cp} - Mg = M\frac{V'^2}{r} - Mg = M\left(\frac{V'^2}{r} - g\right) = 61.1\ \text{N}$. **(1 bod)**

Kinetička energija metka neposredno prije sudara s kuglom je:

$E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.08\ \text{kg} \cdot (325\ \text{m/s})^2 = 4225\ \text{J}$. **(1 bod)**

Ukupna energija neposredno nakon prolaska metka kroz kuglu je:

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.08\ \text{kg} \cdot (200\ \text{m/s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{kg} \cdot (10\ \text{m/s})^2 = 1650\ \text{J}$. **(1 bod)**

Razlika početne kinetičke energije metka i ukupne energije neposredno nakon prolaska metka kroz kuglu jednaka je gubitku energije:

$Q = 4225\ \text{J} - 1650\ \text{J} = 2575\ \text{J}$, **(1 bod)**

što je $\frac{2575}{4225} = 61\%$ početne kinetičke energije metka. **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
8. – 11. svibnja 2023.
Podgora

Srednje škole – 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA
(30 bodova)

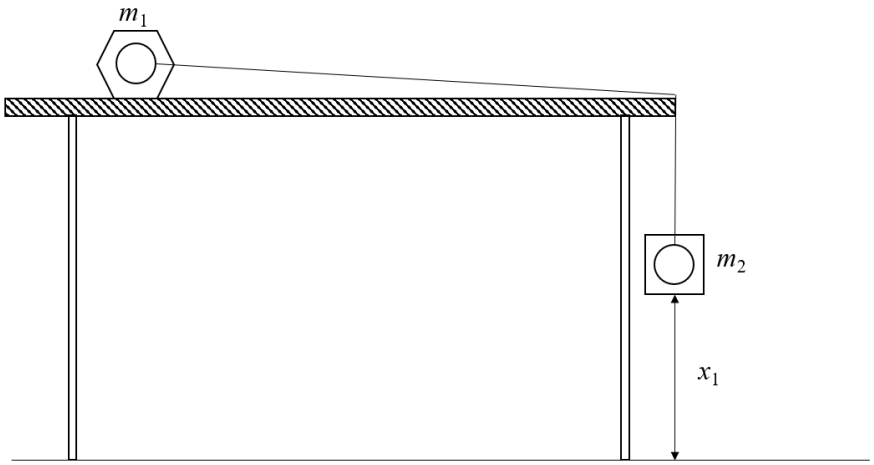
Zamišljeno rješenje opisano je u nastavku. Ako učenici osmisle drugi način rješavanja koji je fizikalno smislen te eksperimentalno provediv, dodijelit će im se bodovi sukladno procjeni provedivosti metode i kvaliteti dobivenih rezultata.

1) Određivanje koeficijenta trenja **(20 bodova)**

Utezi se povežu komadom konca koji je otprilike jednako dugačak koliko je stol na kojemu radite širok. Jedan uteg prebaci se preko ruba stola dok drugi uteg pridržavamo uspravno na stolu u položaju kao na slici 1. **(1 bod)**

Bitno je da uteg stoji uspravno kako se konac ne bi nalazio između utega i stola i time remetio mjerenje. **(1 bod)**

Na stolu označavamo početnu poziciju utega grafitnom olovkom te izmjerimo početnu visinu drugog utega x_1. Za fiksiranje utega u svrhu preciznog mjerenja visine i označavanja može se ljepljivom trakom onemogućiti micanje konca. **(1 bod)**

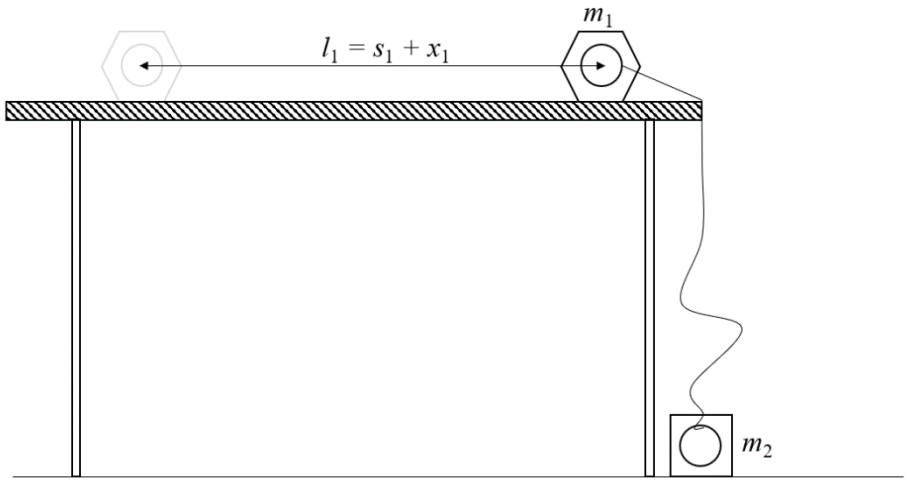


Slika 1 Početna pozicija prije puštanja utega

Prije puštanja utega nužno je zaustaviti ljuljanje utega koji visi sa stola. **(1 bod)**

Puštamo uteg koji smo pridržavali te utezi, izvodeći jednoliko ubrzano gibanje, prvo prelaze put x_1, a uteg na stolu dodatno jednoliko usporenim gibanjem prelazi put s_1 prije konačnog zaustavljanja na stolu. **(1 bod)**

Konačna pozicija skicirana je na slici 2.



Slika 2 Konačna pozicija nakon zaustavljanja utega

Iz zakona očuvanja energije za uteg na stolu možemo napisati izraz:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g \mu_1 s_1 \tag{1}$$

i kraćenjem masa te prebacivanjem dobiti:

$$\mu_1 = \frac{v_1^2}{2 g s_1} \tag{2}$$

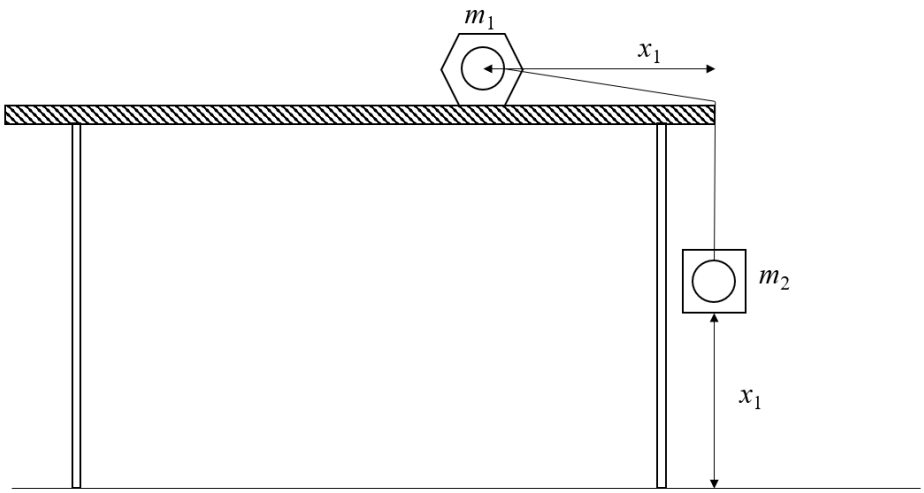
pri čemu je μ_1 dinamički koeficijent trenja između prvog utega i stola, v_1 je brzina utega na kraju ubrzanog, odnosno na početku usporenog gibanja, a g je gravitacijsko ubrzanje Zemlje. **(1 bod)**

Eksperiment na ovaj način ponavljamo više puta za isti x_1 te mjerimo ukupni put od početne do konačne pozicije utega na stolu l_1. Uz poznati x_1 koji izmjerimo metrom možemo izračunati $s_1 = x_1 - l_1$ te dobivene podatke prikazujemo tablično računajući srednju vrijednost te maksimalnu pogrešku za s_1. **(2 boda)**

Za izračun brzine v_1 iz izraza (2) povežemo utege kraćim komadom konca dugačkim jednako visini stola na kojemu radite. Kao i u prošlom eksperimentu, drugi uteg ponovno prebacimo preko ruba stola te ga držimo na istoj visini x_1 pri kojoj su mjereni podaci za s_1. **(1 bod)**

Za ponovno postizanje iste visine x_1 lijepimo ljepljivu traku preko konca što onemogućava gibanje utega, ali nam i dalje dopušta precizno namještanje visine utega. **(1 bod)**

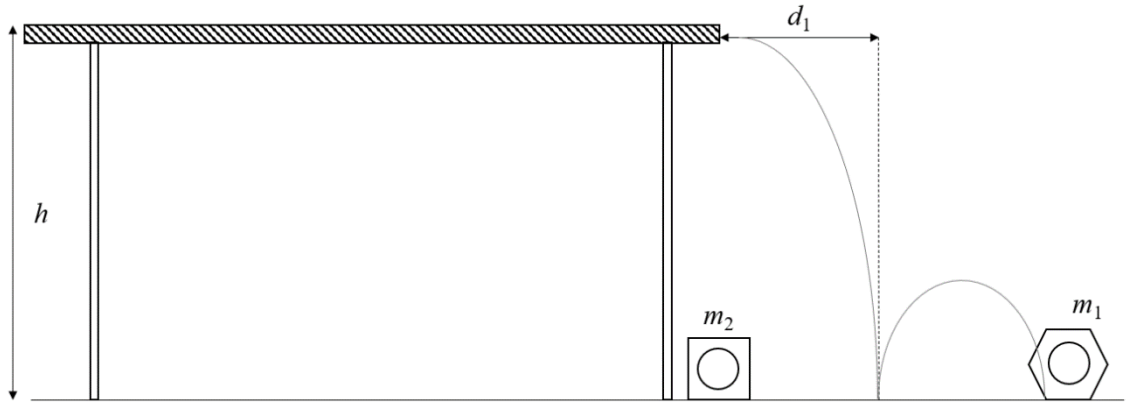
Početna pozicija utega za ovaj postav prikazana je na slici 3.



Slika 3 Početna pozicija prije ispuštanja utega

Nakon puštanja, utezi ponovno kreću ubrzavati jednoliko ubrzano na putu x_1. Razlika u odnosu na prošli eksperiment je što sada, nakon ubrzanog gibanja i postizanja iste brzine v_1, uteg na stolu prelazi preko ruba stola i izvodi horizontalni hitac te pada na pod. **(1 bod)**

Konačna pozicija utega prikazana je na slici 4.



Slika 4 Konačna pozicija nakon horizontalnog hica

Mjerenjem dometa horizontalnog hica d_1 možemo dobiti početnu brzinu v_1. Izvod za domet horizontalnog hica uz zanemarivanje otpora zraka je:

$$d_1 = v_1 t \tag{3}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{4}$$

pa kombiniranjem izraza dobivamo:

$$v_1 = d_1\sqrt{\frac{g}{2h}} \tag{5}$$

pri čemu je h visina stola koju izmjerimo metrom **(1 bod)**.

Za mjerenje dometa horizontalnog hica koristimo indigo papir stavljen preko bijelog papira na kojemu uteg na mjestu pada ostavlja trag tinte. Indigo i bijeli papir zalijepimo ljepljivom trakom za pod. **(1 bod)**

Mjerenje dometa horizontalnog hica treba ponoviti više puta za isti x_1, rezultate prikazati tablično te izračunati aritmetičku sredinu i maksimalnu pogrešku. **(1 bod)**

Kombiniranjem izraza (5) i (2) dobivamo izraz za dinamički koeficijent trenja između jednog utega i stola **(1 bod)**

$$\mu_1 = \frac{d_1^2}{4hs_1} \tag{6}$$

Ponavljajući isti postupak sa zamijenjenim utezima dobivamo koeficijent trenja drugog utega. **(2 boda)**

Vrijednosti koeficijenata trenja koje dobivamo ovom metodom kreću se oko $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 0.15$ **(2 boda)**

Kako su utezi od istog materijala očekivali bismo dobiti slične vrijednosti koeficijenta trenja i to bi trebalo komentirati. Ako se dobiju različite vrijednosti i to bi trebalo komentirati te predložiti mogući uzrok greške (npr. interakcija konca i utega) **(1 bod)**

2) Određivanje omjera masa utega **(10 bodova)**

Iz drugog Newtonovog zakona dobivamo jednadžbe za ubrzano gibanje iz prošlog dijela zadatka za oba utega **(2 boda)**

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= T_1 - m_1 g \mu_1 \\ m_2 a_2 &= m_2 g - T_2 \end{aligned} \tag{7}$$

Iz pretpostavke da je masa konca zanemariva u odnosu na mase utega te zanemarivanjem trenja konca o rub stola slijedi $T_1 = T_2 \equiv T$. **(1 bod)**

Iz pretpostavke da je konac nerastezljiv slijedi $a_1 = a_2 \equiv a$. **(1 bod)**

Izbacivanjem T iz sustava jednadžbi (7) i preuređivanjem dobivamo

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{a + g\mu_1} \tag{8}$$

Akceleraciju a možemo iz brzine v_1 iz prošlog dijela zadatka izračunati koristeći izraz za jednoliko ubrzano gibanje **(1 bod)**

$$a = \frac{v_1^2}{2x_1} \tag{9}$$

Odnosno uvrštavanjem izraza (5) u izraz (9) dobivamo

$$a = \frac{d_1^2 g}{4hx_1} \tag{10}$$

(1 bod)

Kombiniranjem izraza (6), (8) i (10) dobivamo konačni izraz za omjer masa utega

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{s_1(4hx_1 - d_1^2)}{d_1^2(s_1 + x_1)} \tag{11}$$

(2 boda)

Isti izraz mora vrijediti za zamijenjene uloge utega ako se zamijene indeksi 1 i 2, tj.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{s_2(4hx_2 - d_2^2)}{d_2^2(s_2 + x_2)} \tag{12}$$

Odnosno uzimanjem recipročne vrijednosti

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_2^2(s_2 + x_2)}{s_2(4hx_2 - d_2^2)} \tag{13}$$

(1 bod)

Iz izraza (11) i (13) dobivamo dvije eksperimentalne vrijednosti za omjer masa m_1/m_2 što nam dopušta da izračunamo srednju vrijednost ocijenimo pogrešku mjerenja te rezultat zapišemo u standardom obliku s točno zaokruženim vrijednostima. **(1 bod)**

U praksi ovo mjerenje neće biti vrlo precizno zbog zanemarivanja trenja konca o rub stola (koje u stvarnosti nije zanemarivo u odnosu na trenje utega ni u odnosu na druge sile). Iz tog razloga priznavat će se širok raspon razumnih eksperimentalno dobivenih omjera te će se bodovati metoda, a ne sami rezultat.