

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 8.– 11. 5. 2023.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristi se kemijskom olovkom ili nalivperom. **Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (20 bodova)

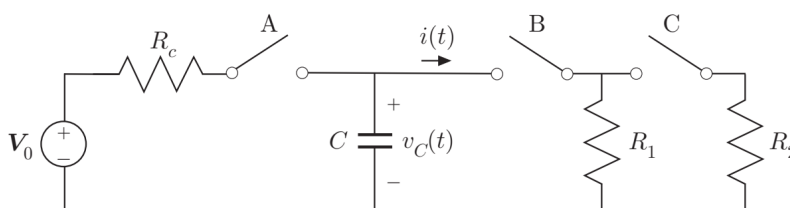
Tijelo načinjeno od materijala gustoće $\rho_t = 5\rho_{vode}$ potpuno je uronjeno u posudu napunjenu vodom i pušteno je nultom početnom brzinom s visine h u odnosu na dno posude. Zbog sile viskoznog trenja (pretpostavi da je ona konstantna tijekom gibanja) tijekom spuštanja tijelo izgubi 8 % svoje početne energije stižući do dna brzinom $v = 2$ m/s. Izračunaj vrijednost h . (Dimenzije tijela zanemarive su u odnosu na visinu h .)

2. zadatak (20 bodova)

Pozivajući se na strujni krug na slici, odredi izraze $i(t)$ i $v_C(t)$ (za $-T/2 < t < 4T$) i grafički skiciraj njihov vremenski tijek. Izračunaj vrijednosti $i(t)$ i $v_C(t)$ u trenutku $t = 2T$. Redoslijed rada prekidača A, B i C je sljedeći:

vrijeme	A	B	C
$-\infty < t < 0$	zatvoren	otvoren	otvoren
$0 \leq t < T$	otvoren	zatvoren	otvoren
$t \geq T$	otvoren	zatvoren	zatvoren

Vrijednosti su: $V_0 = 5$ V, $R_C = 1$ k Ω , $R_1 = 1$ k Ω , $R_2 = 580$ Ω , $C = 1$ mF, $T = 1$ s.



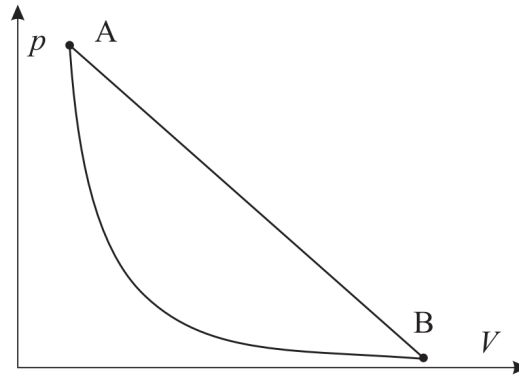
Napomena: vremenska ovisnost napon na kondenzatoru kapaciteta C , koji je prethodno spojen na bateriju napona V_0 i koji je nakon toga (bez baterije) spojen na otpornik R , glasi:

$$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

pri čemu τ predstavlja vremensku konstantu i vrijedi $\tau = RC$. U slučaju više otpornika u strujnome krugu R predstavlja ekvivalentni otpor spojenih otpornika prema kontaktima kondenzatora. I dalje vrijedi Ohmov zakon za RC strujni krug $v_C(t) = i(t)/R$.

3. zadatak (15 bodova)

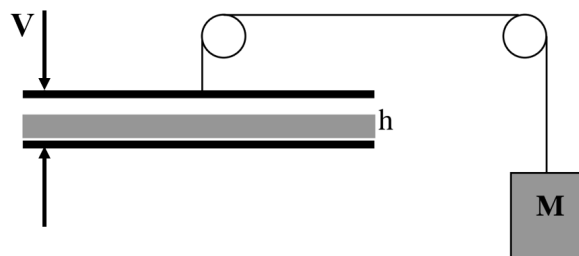
Jednoatomski plin prolazi kroz kružni termodinamički proces prikazan na slici. Sve su procesi su kvazi-statični. Sustav je u početku u stanju A i prolazi kroz ekspanziju predstavljenu ravnom linijom u V - p grafu dok ne dođe u stanje B. Odatle se vraća u početno stanje s pomoću adijabatske kompresije. Dane su sljedeće vrijednosti: $V_A = 3 \text{ dm}^3$; $p_A = 3.36 \text{ kPa}$; $V_B = 24 \text{ dm}^3$.



- Izračunaj vrijednost p_B
- Odredi jednačbu pravca koji opisuje proces od A do B pišući ga u obliku $p = mV + q$. Izračunaj vrijednosti m i q .
- Odredi volumen i tlak u stanjima u kojima sustav postiže maksimalnu i minimalnu temperaturu.
- U procesu A u B sustav prvo apsorbira toplinu do nekoga međustanja Y, a zatim otpušta toplinu do B. Izračunaj V_Y i p_Y .
- Izračunaj učinkovitost toplinskoga stroja koji izvodi ovaj ciklus.
- Izračunaj učinkovitost koju bi isti sustav postigao da izvodi Carnotov ciklus s iste maksimalne i minimalne temperature

4. zadatak (15 bodova)

Dvije ravne metalne ploče površine 0.8 m^2 okrenute su jedna prema drugoj na udaljenosti $h = 4 \text{ mm}$ i tako tvore ravni kondenzator. Kondenzator nabijemo naponom V . Donja ploča je nepomična, a gornju u mehaničkoj ravnoteži održava uteg mase $M = 0.8 \text{ kg}$, kao što je prikazano na slici. U početku između ploča nema dielektrika.



- Izračunaj kapacitet kondenzatora zanemarujući rubne efekte.
- Zanemarujući mase ploča, užeta i kolotura izračunaj napon V pri kojemu je sustav u ravnoteži.

c) Ako se nakon blokiranja kolotura i spajanja kondenzatora na generator napona s konstantnim potencijalom V , između ploča umetne dielektrik debljine $d = 2$ mm i relativne dielektrične konstante $k = 2.5$, izračunaj novi kapacitet.

d) U ovome novom stanju odredi je li se sila između ploča promijenila i koliko.

Fizikalne konstante:

$R = 8.31$ J/K mol, $P_{atm} = 1$ atm = 101300 Pa, $g = 9.81$ m/s², $\rho_{voda} = 1000$ kg/m³

Državno natjecanje 2023.

Eksperimentalni zadatak – 2. razred

Električni otpor žaruljice sa žarnom niti

Zadatak

S pomoću priloženog pribora treba **istražiti ovisnost električne struje I o naponu U i ovisnost električnoga otpora R o električnoj struji I .**

Pribor:

- 6 spojnih žica
- 7 krokodilaca
- otporna žica namotana na drveni štapić
- otpornik otpora 1Ω
- žaruljica
- mjerni instrument (**koristiti ga smijete isključivo kao voltmetar!**)
- izvor napona (baterija) 4,5 V
- milimetarski papir za crtanje grafova

U sklopu zadatka potrebno je

1. nacrtati shemu strujnog kruga te riječima objasniti strujni krug i postupke kojima ćeš precizno mjeriti električnu struju za različite vrijednosti napona na žaruljici (6 bodova)
 2. napraviti niz mjerenja tako da kreneš od najmanjih napona 0,05 V do napona od 3 V (ukupno najmanje 20 mjerenja) i podatke prikažeš tabelarno (6 bodova)
 3. za svako mjerenje izračunati električni otpor žaruljice i vrijednosti prikazati u tablici iz prethodnoga zadatka (3 boda)
 4. grafički prikazati ovisnost električne struje I o naponu U na milimetarskom papiru (napon na horizontalnoj osi, a struja na okomitoj) i opisati riječima kako se struja mijenja s naponom. (5 bodova)
 5. grafički prikazati ovisnost električnoga otpora R o električnoj struji I na milimetarskom papiru (električna struja na horizontalnoj osi, a električni otpor na okomitoj osi) i opisati riječima kako otpor R ovisi o struji I . (5 bodova)
 6. teorijski prodiskutirati dobivene rezultate i objasniti zašto je takva ovisnost električne struje I o naponu U i ovisnost električnoga otpora R o električnoj struji I . (5 bodova)
-
- Ukupno : 30 bodova

Napomene:

Između pojedinih mjerenja, dok namještaš strujni krug, isključi bateriju iz strujnoga kruga da ti se prebrzo ne potroši.

Molim te da nakon završetka zadatka pribor uredno složiš na stol.

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

Možemo primijeniti teorem o mehaničkoj energiji koji kaže da je promjena mehaničke energije jednaka radu nekonzervativnih sila:

$$\Delta E_m = W_{\text{ne konz}} \quad (1 \text{ bod})$$

Mehanička energija je:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_p \quad (1 \text{ bod})$$

U ovom slučaju moramo uzeti u obzir da na tijelo djeluje i sila uzgona, dakle za konzervativne sile možemo pisati:

$$\begin{aligned} F_{\text{konz}} &= F_{\text{Teže}} + F_{\text{Uzgona}} = \\ &= -\rho_c Vg + \rho_a Vg = -\rho_c Vg + \frac{1}{5}\rho_c Vg = \\ &= -\frac{4}{5}\rho_c Vg = \\ &= -m \times \frac{4}{5}g \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Stoga je zbroj konzervativnih sila ekvivalentan efektivnoj težinskoj sili zbog ubrzanja gravitacije

$$g_{\text{ef}} = \frac{4}{5}g$$

odnosno tijelo uronjeno u vodu je 'lakše', zahvaljujući učinku Arhimedovog potiska. Ovom analogijom dobivamo da je potencijalna energija na generičkoj visini z jednaka

$$E_p = mg_{\text{ef}}h = m\frac{4}{5}gh \quad (2 \text{ boda})$$

Promjena mehaničke energije je

$$\Delta E_m = E_m^{\text{poč}} - E_m^{\text{kon}} \quad (2 \text{ boda})$$

U početnom trenutku je

$$E_m^{\text{poč}} = 0 + E_p^{\text{poč}} = mg_{\text{eff}}h = \frac{4}{5}mgh \quad (2 \text{ boda})$$

Kad tijelo dostigne dno posude ($z=0$)

$$E_m^{\text{kon}} = E_k^{\text{kon}} + 0 = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle:

$$\Delta E_m = E_m^{kon} - E_m^{poč} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh \quad (2 \text{ boda})$$

Rad nekonzervativnih sila viskozno trenja je negativan (jer se energija smanjuje) i iz teksta znamo da je jednak 8% početne energije

$$\begin{aligned} W_{ne \text{ konz}} &= -\frac{8}{100}E_m^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}E_p^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Kombiniranjem prethodnih jednadžbi možemo pisati

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{92}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega slijedi

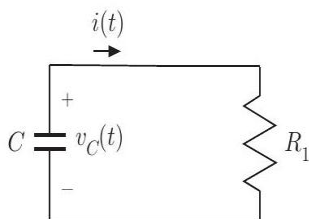
$$\begin{aligned} h &= \frac{500}{92 \cdot 8} \frac{v^2}{g} \\ h &= \frac{500}{92 \cdot 8 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0.277 \text{ m} \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

2. Zadatak (20 bodova)

Za $t < 0$ krug je u stacionarnom stanju i stoga u kondenzatoru C ne teče struja. Također, desna strana kruga kondenzatora C je odvojena od lijeve strane. Slijedom toga:

$$v_C(0^-) = V_0 = 5 \text{ V} \quad i(0^-) = 0 \quad (1 \text{ bod})$$

Od trenutka $t = 0^+$ nadalje, dio kruga lijevo od kondenzatora C je odvojen od ostatka kruga i nema više nikakvog utjecaja. Energija koju akumulira kondenzator C počinje se prazniti samo na otporu R_1 , kao što je prikazano u sljedećem krugu:



Kako se napon ne može odmah mijenjati možemo pisati:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = V_0 = 5 \text{ V} \quad (1 \text{ bod})$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 8. – 11. 5.2022.

Iz čega:

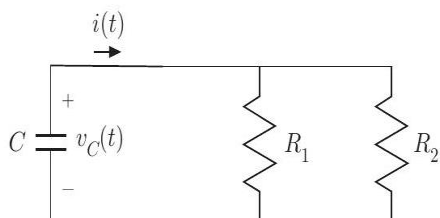
$$i(0^+) = \frac{V_0}{R_1} = 5 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Vrijednost vremenske konstante pražnjenja kondenzatora: $\tau_1 = R_1 C = 1 \text{ s}$

Dakle za vremenski interval $0 \leq t < T$ vrijedi:

$$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot e^{-t[\text{s}]} \text{ V} \quad i(t) = \frac{V_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot e^{-t[\text{s}]} \text{ mA} \quad (4 \text{ boda})$$

Za vrijeme $t = T^+$ strujni krug postane kao na slici, i kondenzator se nastavi prazniti na paralelni spoj otpornika R_1 i R_2 .



Struja ne može se odmah mijenjati, dakle vrijedi

$$v_C(T^+) = v_C(T^-) = V_0 \cdot e^{-T/\tau_1} \approx 1.84 \text{ V} \quad (1 \text{ bod})$$

Međutim za $t = T^-$

$$i(T^-) = \frac{v_C(T^-)}{R_1} \approx 1.84 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Za $t = T^+$ vrijedi

$$i(T^+) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \approx 5 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Gdje

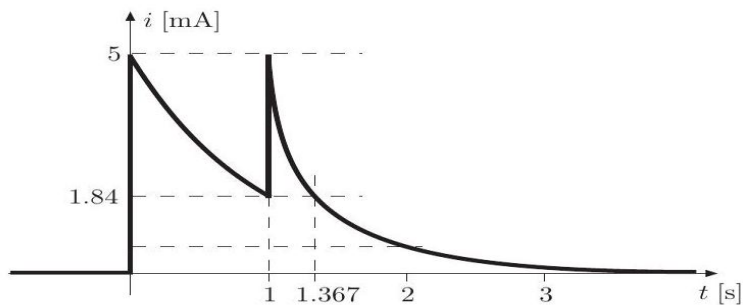
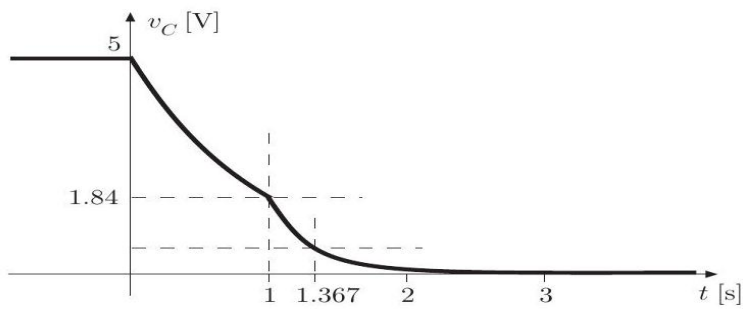
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 367 \Omega \quad (1 \text{ bod})$$

Pražnjenje se zatim nastavlja s vremenskom konstantom $\tau_2 = R_{eq} C = 0.367 \text{ s}$. Stoga, za $t > T$, napon i struja su:

$$v_C(t) = v_C(T^+) \cdot e^{-(t-T)/\tau_2} \approx 1.84 \cdot e^{-2.7 \cdot (t-T)[\text{s}]} \text{ V}$$

$$i(t) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \cdot e^{-(t-T)/\tau_2} \approx 5 \cdot e^{-2.7 \cdot (t-T)[\text{s}]} \text{ mA} \quad (4 \text{ boda})$$

Ako prikažemo na grafu jednadžbe dobijemo slijedeće:



(5 boda)

3. Zadatak (15 bodova)

a) Budući da stanja A i B pripadaju istoj adijabati, imamo:

$$p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma$$

Znamo da $\gamma = 5/3$, dakle

$$p_B = p_A (V_A/V_B)^\gamma = 0.105 \text{ kPa}$$

(2 boda)

b) Jednadžba pravca koji prolazi kroz točke $(V_A; p_A)$ i $(V_B; p_B)$, je

$$p = \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} (V - V_A) + p_A$$

Iz čega:

$$m = (p_B - p_A)/(V_B - V_A) = -0.155 \text{ kPa dm}^{-3}$$

$$q = (p_A V_B - p_B V_A)/(V_B - V_A) = 3.825 \text{ kPa}$$

(2 boda)

c) Ako uzmemo jednadžbu pravca u točki a) i uzmemo u obzir jednadžbu za idealni plin možemo pisati:

$$nRT = mV^2 + qV$$

Koja ima maksimum u točki X ciklusa, gdje je

$$V_X = -\frac{q}{2m} = 12.34 \text{ dm}^3$$

$$p_X = \frac{q}{2} = 1.912 \text{ kPa}$$

(2 boda)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 8. – 11. 5.2022.

Tijekom adijabatske kompresije temperatura uvijek raste pa se minimalna temperatura postiže u B točki ciklusa, maksimalna temperatura se postiže u X. **(1 bod)**

- d) Znamo da izmjena topline u ciklusu događa se samo između točke A i B tijekom ekspanzije koja prati pravac. Izmijenjena toplina sa okolišem može se izračunati pomoći površine ispod krivulje. Znamo da za promjenu unutarnje energije vrijedi $\Delta U = nc_V \Delta T$.

Za odabranu točku C između A i B koja se nalazi na pravcu možemo pisati:

$$\begin{aligned} Q_{AC} &= \frac{1}{2}(p_A + p_C)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}nR(T_C - T_A) = \frac{1}{2}(p_A + p_C)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}p_C V_C - \frac{3}{2}p_A V_A = \\ &= \frac{1}{2}(mV_A + q + mV_C + q)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}(mV_C + q)V_C - \frac{3}{2}(mV_A + q)V_A = \\ &= 2mV_C^2 + \frac{5}{2}qV_C - 2mV_A^2 - \frac{5}{2}qV_A = 2m(V_C^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_C - V_A) \end{aligned}$$

Izraz topline koju sustav izmijeni u transformaciji AB je polinom drugog stupnja. U stanju Y = (V_Y, p_Y) postiže se maksimum:

$$\begin{aligned} V_Y &= -\frac{5q}{8m} = 15.42 \text{ dm}^3 \\ p_Y &= \frac{3}{8}q = 1.434 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Dakle u AY sustav apsorbira toplinu a između YB ispušta prema okolišu. **(4 boda)**

- e) U BA nema izmjene topline, AY prima, YB ispušta dakle

$$Q_{\text{ads}} = Q_{AY} = Q(V_Y) = 2m(V_Y^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_Y - V_A) = 47.8 \text{ J}$$

$$W = Q_{\text{izmjeneni}} = Q_{AB} = 2m(V_B^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_B - V_A) = 25.04 \text{ J}$$

Slijedi

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ads}}} = 52.3\% \quad \textbf{(2 boda)}$$

- f) Za maksimalnu i minimalnu temperaturu imamo

$$\begin{aligned} T_{\text{max}} &= T_X = \frac{1}{nR} p_X V_X = -\frac{1}{nR} \frac{q^2}{4m} \\ T_{\text{min}} &= T_B = \frac{1}{nR} p_B V_B \end{aligned}$$

Dakle učinkovitost Carnot ciklusa je

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}} = 1 + \frac{4m}{q^2} p_B V_B = 89.32\% \quad \textbf{(2 boda)}$$

4. Zadatak (15 bodova)

a) Kapacitet kondenzatora je:

$$C = \frac{\epsilon_0 \Sigma}{h} = 1.77 \text{ nF} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Sila koja djeluje između ploča kondenzatora možemo izračunati putem promjene energije

$$F \cdot \Delta x = U_{\text{konačna}} - U_{\text{početna}} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \Sigma} (x + \Delta x) - \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} x = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} \Delta x \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle:

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \Sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

Za pločasti kondenzator dobijemo

$$F = \frac{\epsilon_0 V^2}{2h^2} \Sigma = Mg = 7.95 \text{ N} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega može se izračunati napon na pločama kondenzatora:

$$V = \sqrt{\frac{2h^2 Mg}{\epsilon_0 \Sigma}} = 5.95 \text{ KV} \quad (2 \text{ boda})$$

c) Kad se umetne dielektrični materijal možemo uzeti u obzir seriju kondenzatora

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{h-d}{\epsilon_0 \Sigma} + \frac{d}{\epsilon_0 k \Sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

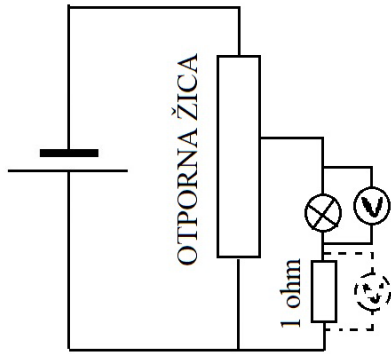
Iz čega $C = 2.53 \text{ nF}$

d) Ako se napon održava konstantan pomoću baterije i ako raste kapacitet dobijemo

$$F = \frac{Q^2}{2\Sigma\epsilon_0} = \frac{C^2 V^2}{2\Sigma\epsilon_0} = 14.1 \text{ N} \quad (3 \text{ boda})$$

Rješenje eksperimentalnog zadatka - 2. skupina

Strujni krug treba spojiti kao što prikazuje slika:



Otpornu žicu spojimo na izvor napona. Otpornik otpora 1Ω spojimo serijski sa žaruljicom. Mijenjanjem položaja točke na otpornoj žici, u kojoj je spojen dio strujnog kruga sa žaruljicom, mijenjamo napon na žaruljici, a na taj način mijenjamo i struju koja teče kroz žaruljicu. Mjerni instrument smijemo koristiti samo kao voltmetar: pomoću njega mjerimo napon na žaruljici U , a električnu struju I određujemo mjerenjem napona na otporniku od 1Ω jer je na njemu iznos napona jednak iznosu električne struje. Otpornik od 1Ω je serijski spojen sa žaruljicom pa je električna struja koja prolazi žaruljicom jednaka električnoj struji koja prolazi tim otpornikom. (6 bodova)

Električni otpor žaruljice R određujemo prema Ohmovom zakonu za svako mjerenje:

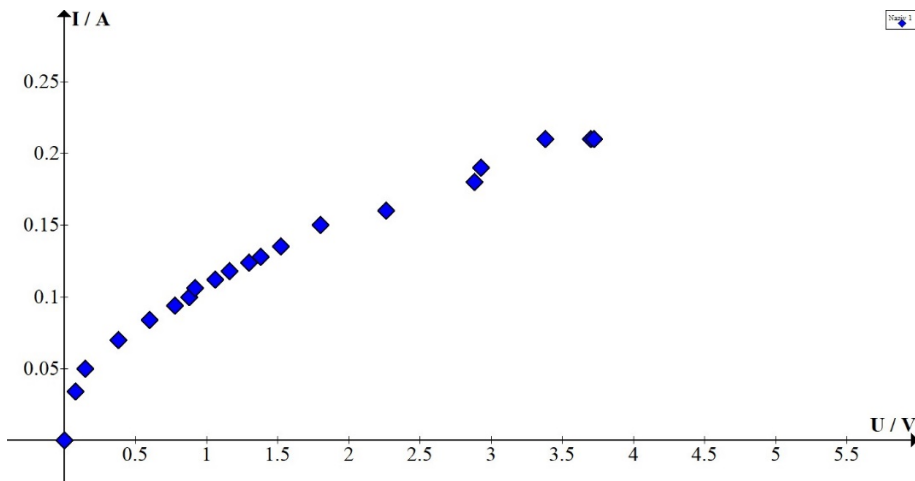
$$R = \frac{U}{I}$$

Rezultate mjerenje prikažemo tablicom (ovo je primjer jednog mjerenja):

Br. mjerenja	U / V	I / A	R / Ω
1.	0,08	0,034	2,35
2.	0,15	0,05	3,00
3.	0,38	0,07	5,43
4.	0,6	0,084	7,14
5.	0,78	0,094	8,30
6.	0,88	0,1	8,80
7.	0,92	0,106	8,68
8.	1,06	0,112	9,46
9.	1,16	0,118	9,83
10.	1,3	0,124	10,48
11.	1,38	0,128	10,78
12.	1,52	0,135	11,26
13.	1,8	0,15	12,00
14.	2,26	0,16	14,13
15.	2,88	0,18	16,00
16.	2,93	0,19	15,42
17.	3,38	0,21	16,10
18.	3,7	0,21	17,62

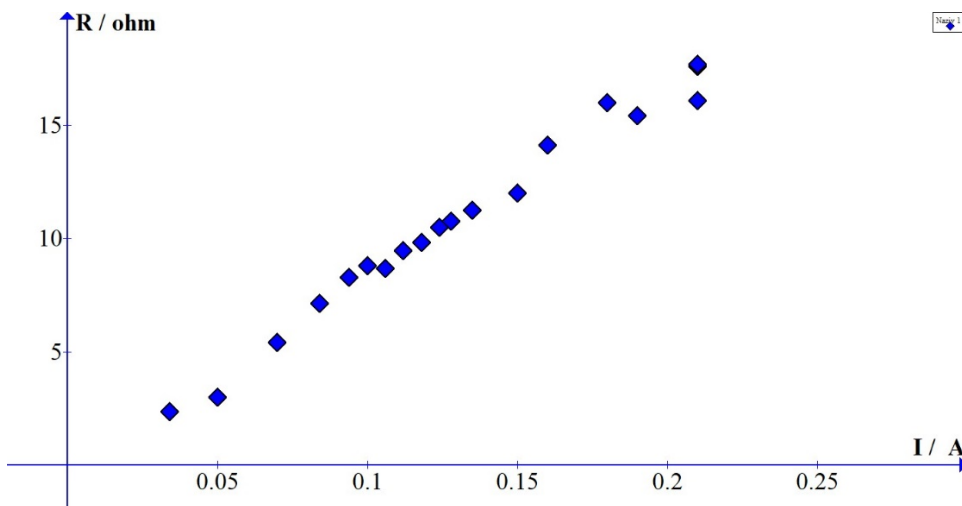
(6 bodova + 3 boda)

Grafički prikaz ovisnosti električne struje o naponu



Na grafu vidimo da se električna struja I povećava s povećanjem napona U . Taj rast nije linearan pa ne možemo reći da je struja proporcionalna s naponom. Za manje vrijednosti napona struja brže raste s naponom, a za veće vrijednosti napona taj rast se usporava. (5 bodova)

Grafički prikaz električnog otpora o struji



Na grafu vidimo da se električni otpor povećava kada se električne struja kroz žaruljicu povećava i taj rast je skoro linearan. (5 bodova)

Rezultate možemo objasniti činjenicom da se električni otpor žarne niti žaruljice povećava s temperaturom. Znamo da otpor metalnih vodiča raste s porastom temperaturom prema jednadžbi $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, gdje je R_0 početna vrijednost električnog otpora, Δt promjena temperature, a α je termički koeficijent električnog otpora materijala. Povećanjem električne struje temperatura vodiča raste, pa se zbog toga povećava električni otpor.

Za električnu struju koja prolazi žaruljicom vrijedi $I = \frac{1}{R} \cdot U$. Koeficijent $\frac{1}{R}$ je nagib grafa ovisnosti struje I o naponu U . Povećanje električnog otpora R koeficijent $\frac{1}{R}$ je sve manji pa zbog toga električna struja ne raste linearно s naponom nego se rast struje I usporava povećanjem napona U . (5 bodova)