Županijsko natjecanje iz fizike 2022/2023
Srednje škole – 1. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ se koristiti nikakavim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...)**. Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. **Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

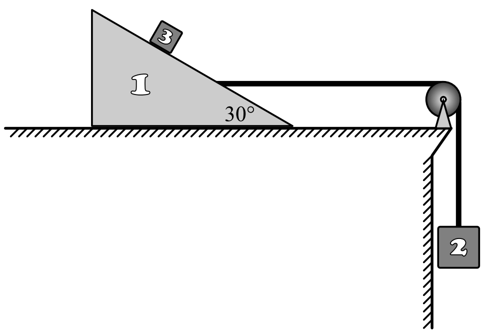
1. zadatak (11 bodova)

Tunel Sveti Rok na autocesti A1 dugačak je 5679 m. Automobil ulazi u tunel na sjevernome ulazu vozeći stalnom brzinom. Drugi automobil istodobno ulazi u tunel na južnome ulazu vozeći brzinom od 130 km/h. Odmah nakon ulaska u tunel drugi automobil sljedećih 7.2 s jednoliko smanjuje svoju brzinu do brzine od 100 km/h i dalje nastavlja voziti stalnom brzinom. U trenutku mimoilaženja dva automobila u tunelu omjer prevaljenoga puta prvoga i drugoga automobila je 4:5.

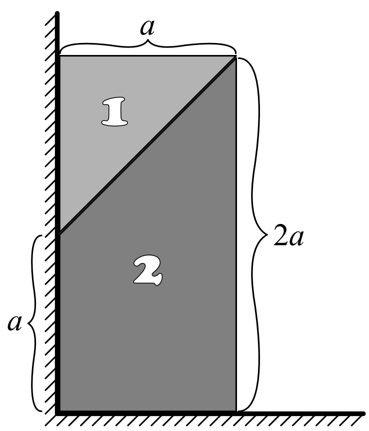
a) Izračunaj brzinu prvoga automobila.
b) Izračunaj vrijeme potrebno prvomu i drugomu automobilu da prijeđu cijeli tunel.
c) Nacrtaj graf ovisnosti položaja prvoga i drugoga automobila o vremenu. Ishodište koordinatnoga sustava nalazi se na sjevernome ulazu u tunel.

2. zadatak (10 bodova)

Tri su tijela smještena kako je prikazano na slici. Tijela 1 i 2 povezana su nerastezljivim užetom preko koloture. Masa tijela 2 iznosi 3 kg, a masa tijela 3 iznosi 1 kg. Masa užeta i masa koloture su zanemarivi. Sustav se giba u gravitacijskom polju Zemlje. Tijelo 3 miruje u odnosu na tijelo 1. Trenje između svih površina je zanemarivo. Izračunaj masu tijela 1.



3. zadatak (11 bodova)



Dva tijela u početnome se trenutku nalaze u položaju koji je prikazan na slici, a zatim se počnu gibati. Koeficijent trenja između tijela i zida te između tijela i horizontalne podloge iznosi $\mu = 0.111$. Trenje između dvaju tijela je zanemarivo. Tijela su napravljena od istoga materijala, a njihova je širina jednaka. Promatramo gibanje tijela dok su ona u kontaktu. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$. Izračunaj ubrzanje kojim se giba tijelo 1 i ubrzanje kojim se giba tijelo 2 na početku gibanja.

4. zadatak (8 bodova)

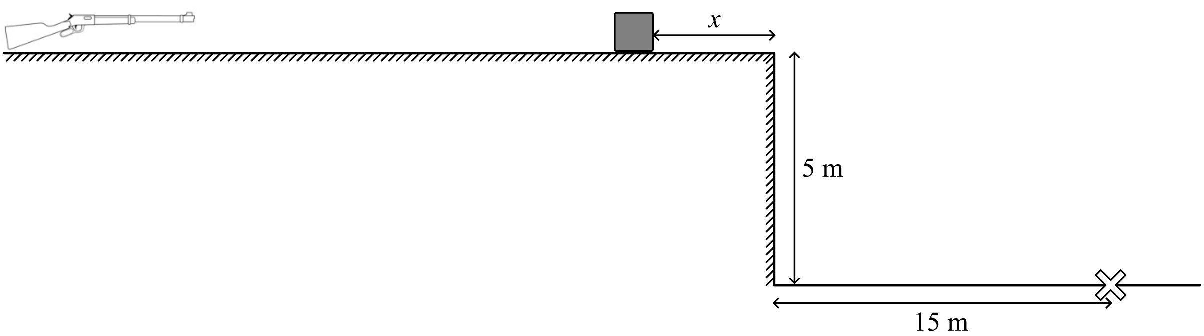
Zrakoplov se giba stalnom brzinom od 234 km/h u odnosu na tlo prema istoku na visini od 605 m. Paket je izbačen iz zrakoplova bez početne brzine u odnosu na zrakoplov. Umjereno jak vjetar puše u smjeru prema jugu zbog čega paket dobiva stalnu brzinu od 18 čvorova u tome smjeru. Utjecaj zraka na gibanje paketa u svim ostalim smjerovima je zanemariv. Brzina od 1 čvora jednaka je 1 nautičkoj milji/sat. 1 nautička milja iznosi 1852 m. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunaj ukupno vrijeme potrebno da paket padne na tlo.
b) Izračunaj udaljenost između točke u kojoj je paket ispušten iz zrakoplova i točke pada paketa na tlo.
c) U trenutku ispuštanja paketa na tlu se nalazi motociklist na horizontalnoj udaljenosti od zrakoplova od 1 km prema istoku. Izračunaj iznos i smjer brzine kojom treba voziti motociklist kako bi stigao na položaj pada paketa na tlo u trenutku njegova pada.

5. zadatak (10 bodova)

Drvena kocka mase 2.7 kg miruje na horizontalnoj podlozi. Puška ispaljuje metke prema kocki. Vremenski interval između ispaljivanja metaka je 36 ms. Masa metka je 50 g. Brzina metka je 385 m/s. Može se pretpostaviti da je brzina metka cijelo vrijeme gibanja stalnoga iznosa i horizontalnoga smjera. Nakon udara u kocku metak ostaje u kocki. Gravitacijsko ubrzanje je $10\ \mathrm{m/s^2}$. Trenje između kocke i horizontalne podloge je zanemarivo. Zanemari dimenzije kocke.

a) Izračunaj koliko je metaka potrebno ispaliti u kocku tako da kocka padne na horizontalnu udaljenost od ruba 15 m ili veću.
b) Izračunaj minimalnu udaljenost x kocke od ruba horizontalne podloge tako da je ostvaren uvjet pod a).



Županijsko natjecanje iz fizike 2022/2023
Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Neka je l ukupna duljina tunela. Prvi automobil prijeđe put s_1 do susreta s drugim automobilom, a drugi automobil prijeđe put s_2. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$s_1 + s_2 = l$, **(1 bod)**

$\dfrac{s_1}{s_2} = \dfrac{4}{5}$.

Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

$\dfrac{4}{5}s_2 + s_2 = l \;\Rightarrow\; s_2 = \dfrac{5}{9}l = 3155\ \text{m}$, **(1 bod)**

$s_1 = \dfrac{4}{9}l = 2524\ \text{m}$. **(1 bod)**

Za gibanje drugog automobila vrijedi sljedeća jednadžba:

$s_2 = \dfrac{v_{2,poc} + v_{2,kon}}{2}t' + v_{2,kon}t''$, **(1 bod)**

gdje je t' vrijeme usporenog gibanja, a t'' vrijeme gibanja stalnom brzinom do susreta s prvim automobilom.

$t'' = \dfrac{s_2}{v_{2,kon}} - \dfrac{v_{2,poc} + v_{2,kon}}{2v_{2,kon}}t'$,

$t'' = \dfrac{3155\ \text{m}}{100 \cdot \frac{1000}{3600}\ \text{m/s}} - \dfrac{130 + 100}{2 \cdot 100} \cdot 7.2\ \text{s} = 113.58\ \text{s} - 8.28\ \text{s} = 105.3\ \text{s}$. **(1 bod)**

Vrijeme gibanja automobila od ulaska u tunel do susreta je $t = t' + t'' = 112.5\ \text{s}$. **(1 bod)**

Brzina gibanja prvog automobila je:

$v_1 = \dfrac{s_1}{t} = \dfrac{2524\ \text{m}}{112.5\ \text{s}} = 22.4\ \text{m/s} = 80.8\ \text{km/h}$. **(1 bod)**

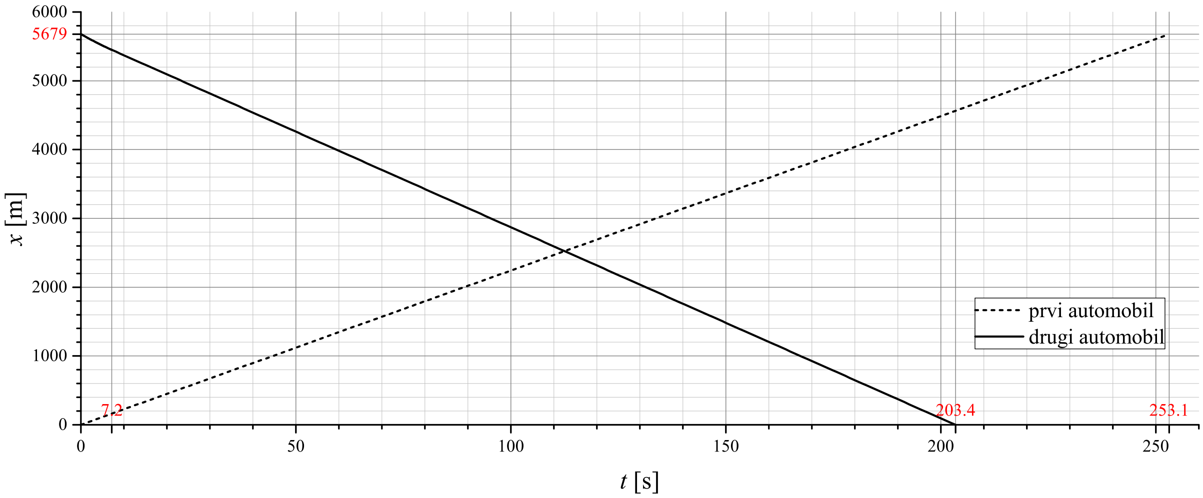
Vrijeme potrebno da prvi automobil prijeđe cijeli tunel je:

$t_1 = \dfrac{l}{v_1} = 253.1\ \text{s}$. **(1 bod)**

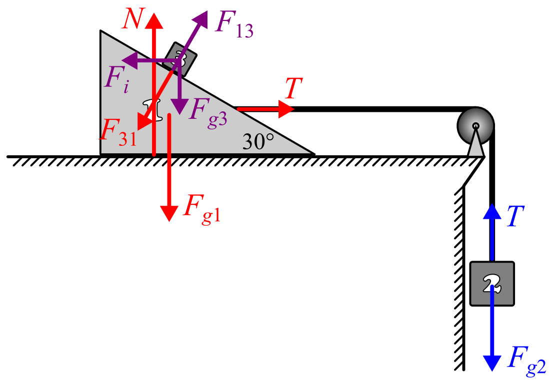
Vrijeme potrebno da drugi automobil prijeđe cijeli tunel je:

$t_2 = t + \dfrac{s_1}{v_{2,kon}} = 112.5\ \text{s} + \dfrac{2524}{100 \cdot \frac{1000}{3600}} = 203.4\ \text{s}$. **(1 bod)**

Graf ovisnosti položaja prvog i drugog automobila o vremenu: **(2 boda)**



2. zadatak (10 bodova)



Sile, koje djeluju na tijela 1, 2 i 3, prikazana su na slici. Sile na tijelo 3 prikazane su u sustavu tijela 1 (kosine). Drugi Newtonov zakon za gibanje pojedinih tijela glasi:

$m_2 a_2 = m_2 g - T$, **(1 bod)**

$m_1 a_1 = T - \frac{1}{2} F_{31}$, **(1 bod)**

$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} F_{13} - m_3 g$, **(1 bod)**

$0 = \frac{1}{2} F_{13} - F_i$, **(1 bod)**

gdje je uvršten uvjet da tijelo 3 miruje u odnosu na tijelo 1. Vrijedi $a_1 = a_2 \equiv a$. Inercijalna sila na tijelo 3 jednaka je $F_i = m_3 a$ **(1 bod)**. Prema trećem Newtonovom zakonu $F_{13} = F_{31}$ **(1 bod)**. Rješavanjem sustava jednadžbi dobiva se:

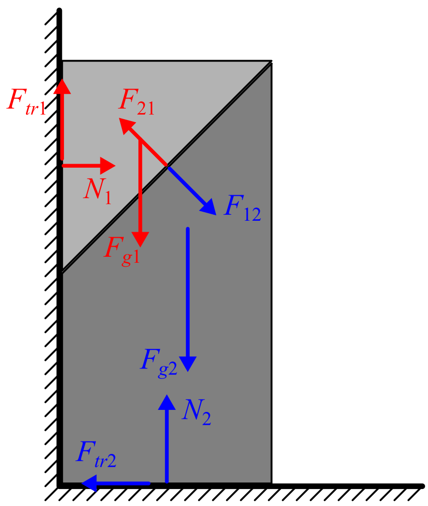
$F_{13} = 2 m_3 a$,

$\sqrt{3} m_3 a = m_3 g \;\Rightarrow\; a = \frac{1}{\sqrt{3}} g$, **(2 boda)**

$T = m_2 g - m_2 a$,

$m_1 a = m_2 g - m_2 a - m_3 a \;\Rightarrow\; m_1 = m_2 \frac{g}{a} - m_2 - m_3 = \left(\sqrt{3} - 1\right) m_2 - m_3 = 1.2\ \text{kg}$. **(2 boda)**

3. zadatak (11 bodova)



Sile, koje djeluju na tijelo 1, prikazane su na slici crvenom bojom. Sile, koje djeluju na tijelo 2, prikazane su na slici plavom bojom. Iz zadanih dimenzija oba tijela može se zaključiti da je poprečni presjek tijela 1 jednakokračni trokut što znači da su dva kuta tog trokuta jednaka 45°. Drugi Newtonov zakon za tijelo 1 u horizontalnom i vertikalnom smjeru glasi:

$0 = N_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$, **(1 bod)**

$m_1 a_1 = F_{g1} - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21} - F_{tr1}$. **(1 bod)**

Drugi Newtonov zakon za tijelo 2 u horizontalnom i vertikalnom smjeru glasi:

$m_2 a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} F_{12} - F_{tr2}$, **(1 bod)**

$0 = F_{g2} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{12} - N_2$. **(1 bod)**

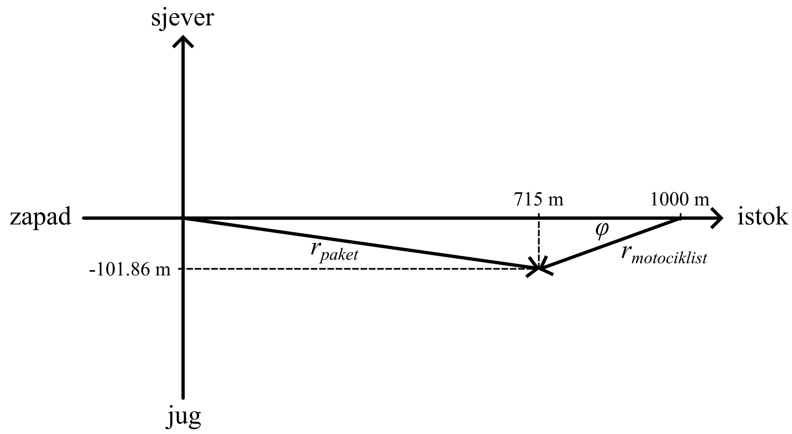
Površina poprečnog presjeka tijela 2 tri je puta veća od površine poprečnog presjeka tijela 1. S obzirom na to da su širine tijela jednake i da su tijela napravljena od istog materijala (jednaka gustoća) može se zaključiti da je masa tijela 2 tri puta veća od tijela 1, odnosno $m_2 = 3 m_1$ **(1 bod)**.

Pomak tijela 1 u određenom vremenskom intervalu je Δy prema dolje, dok je pomak tijela 2 u istom vremenskom intervalu Δx prema desno. S obzirom na to da svi relevantni kutevi

iznose 45° može se zaključiti da su pomaci tijela jednaki $\Delta y = \Delta x$ iz čega slijedi da su ubrzanja tijela jednaka, odnosno $a_1 = a_2$ **(1 bod)**.
Sila kojom tijelo 1 djeluje na tijelo 2 F_{12} jednakog je iznosa kao sila kojom tijelo 2 djeluje na tijelo 1 F_{21}, odnosno $F_{12} = F_{21}$ **(1 bod)**. Prethodno slijedi iz trećeg Newtonovog zakona. Sila trenja na tijelo 1 iznosi $F_{tr1} = \mu N_1$, dok je sila trenja na tijelo 2 jednaka $F_{tr2} = \mu N_2$ **(1 bod)**.
Uvrštavanjem prethodnih relacijama u početne jednadžbe možemo najprije dobiti izraze za sile podloge na tijela 1 i 2:
$N_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$ i
$N_2 = 3mg + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
a zatim i sljedeći sustav jednadžbi:
$ma = mg - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21} - \mu \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
$3ma = \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21} - 3\mu mg - \mu \frac{\sqrt{2}}{2} F_{21}$,
Posljednje dvije jednadžbe zbrojimo pa oduzmemo:
$4ma = mg - 3\mu mg - \mu\sqrt{2} F_{21}$,
$2ma = \sqrt{2} F_{21} - mg - 3\mu mg$.
Iz druge jednadžbe slijedi $\sqrt{2} F_{21} = 2ma + mg + 3\mu mg$. Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobiva se:
$4ma = mg - 3\mu mg - 2\mu ma - \mu mg - 3\mu^2 mg$,
$(4 + 2\mu)\, a = (1 - 4\mu - 3\mu^2)\, g$,
$a = \frac{1 - 4\mu - 3\mu^2}{4 + 2\mu} g = 0.123g = 1.2\ \mathrm{m/s^2}$. **(3 boda)**

4. zadatak (8 bodova)

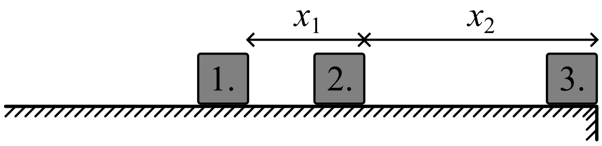
U vertikalnom smjeru gibanje paketa je slobodni pad. Vrijeme pada paketa na tlo je:
$h = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \ \Rightarrow\ t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 11\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**
Postavimo koordinatni sustav tako da je x os prema istoku, y os prema sjeveru i z os od tla prema gore, a ishodište koordinatnog sustava je točno ispod početnog položaja paketa. Zapišimo vektor početnog položaja:
$\vec{r}_{poc} = 605\ \mathrm{m} \cdot \hat{z}$. **(1 bod)**
Paket će se za vrijeme pada pomaknuti prema istoku zbog početne brzine gibanja u zrakoplovu. Pomak prema istoku iznosi:
$\Delta x = v_{zrakoplov} t_{pad} = 715\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Paket će se također pomaknuti prema jugu zbog vjetra. Pomak prema jugu iznosi:
$\Delta y = v_{vjetar} t = 18 \cdot 1852\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{3600\ \mathrm{s}} \cdot 11\ \mathrm{s} = 101.86\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Vektor konačnog položaja je:
$\vec{r}_{kon} = 715\ \mathrm{m} \cdot \hat{x} - 101.86\ \mathrm{m} \cdot \hat{y}$.
Udaljenost između početne koordinate i koordinate pada na tlo je:
$d = \sqrt{(x_{kon} - x_{poc})^2 + (y_{kon} - y_{poc})^2 + (z_{kon} - z_{poc})^2} = 942.14\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
Promatrajmo gibanje paketa samo u xy ravnini. Vektor pomaka paketa i motociklista prikazan je na slici.



Sa slike se može vidjeti da motociklist treba prijeći put:
$r_{motociklist} = \sqrt{(1000\ \text{m} - 715\ \text{m})^2 + (101.86\ \text{m})^2} = 302.66\ \text{m}$. **(1 bod)**
Brzina gibanja motociklista je:
$v_{motociklist} = \dfrac{r_{motociklist}}{t_{pad}} = 27.5\ \text{m/s} = 99.1\ \text{km/h}$. **(1 bod)**
Smjer gibanja motociklista je pod kutem φ od zapada prema jugu. Kut φ je jednak:
$\sin\varphi = \dfrac{101.86}{302.66} \ \Rightarrow\ \varphi = 19.67°$. **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Najprije ćemo izračunati minimalnu brzinu drvene kocke koju mora imati na početku horizontalnog hica tako da padne na udaljenost $D = 15$ m. U vertikalnom smjeru gibanje kocke je slobodni pad, slijedi da je vrijeme pada jednako:
$h = \dfrac{1}{2}gt^2 \ \Rightarrow\ t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 1$ s. **(1 bod)**
Minimalna horizontalna brzina je takva da kocka za vrijeme pada na tlo prijeđe udaljenost D:
$v_{min} = \dfrac{D}{t} = 15$ m/s. **(1 bod)**
Prema tome, kocka mora imati brzinu v_{min} ili veću tako da padne na označeno mjesto ili dalje.
Za sudar metka i drvene kocke vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:
$mv_0 = (m + M)\, v_1$. **(1 bod)**
Nakon zabijanja metka u kocku zajedno se gibaju brzinom
$v_1 = \dfrac{m}{m+M}v_0 = \dfrac{0.05}{0.05+2.7} \cdot 385\ \text{m/s} = 7\ \text{m/s}$. **(1 bod)**
Brzina v_1 nije dovoljna. Za zabijanje drugog metka u kocku vrijedi:
$mv_0 + (m + M)\, v_1 = (2m + M)\, v_2$, **(1 bod)**
$2mv_0 = (2m + M)\, v_2$,
$v_2 = \dfrac{2m}{2m+M}v_0 = \dfrac{0.1}{0.1+2.7} \cdot 385\ \text{m/s} = 13.75\ \text{m/s}$. **(1 bod)**
Ni brzina v_2 nije dovoljna. Za zabijanje trećeg metka u kocku vrijedi:
$v_3 = \dfrac{3m}{3m+M}v_0 = \dfrac{0.15}{0.15+2.7} \cdot 385\ \text{m/s} = 20.26\ \text{m/s}$. **(1 bod)**
Brzina v_3 veća je od v_{min} što znači da je potrebno da se tri metka zabiju u kocku.



Minimalna udaljenost kocke od ruba horizontalne podloge određena je uvjetom da se treći metak zabije u kocku u trenutku kada se ona nalazi na rubu horizontalne podloge. Neka je početni trenutak onaj u kojem se prvi metak zabija u kocku. U tom trenutku drugi je metak udaljen $v_0\Delta t = 13.86$ m od kocke. Od početnog trenutka do trenutka zabijanja drugog metka u kocku kocka će prijeći put $x_1 = v_1 t_1$, a drugi metak $v_0\Delta t + x_1 = v_0 t_1$. Iz prve jednadžbe izrazimo t_1 i uvrstimo u drugu jednadžbu:

$v_0\Delta t + x_1 = x_1\dfrac{v_0}{v_1} \;\Rightarrow\; x_1 = \dfrac{v_0 v_1}{v_0 - v_1}\Delta t = \dfrac{77}{300}$ m. **(1 bod)**

Analogno odredimo i put koji će prijeći kocka između zabijanja drugog i trećeg metka:

$v_0\Delta t + x_2 = x_2\dfrac{v_0}{v_2} \;\Rightarrow\; x_2 = \dfrac{v_0 v_2}{v_0 - v_2}\Delta t = \dfrac{77}{150}$ m. **(1 bod)**

Slijedi da je minimalna udaljenost kocke od ruba stola jednaka:

$x = x_1 + x_2 = 0.77$ m.**(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 9. ožujka 2023

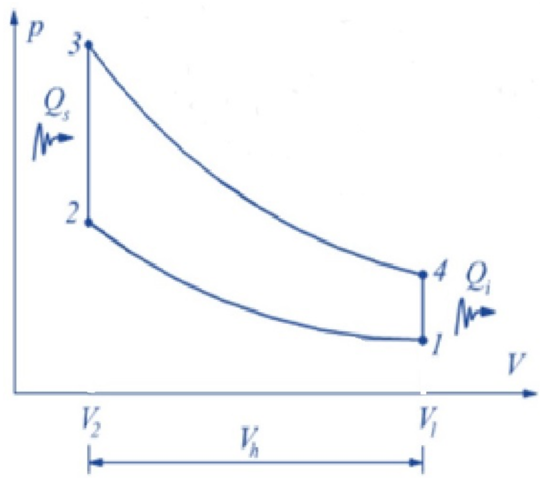
Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. ***Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (15 bodova)

Šime ima auto s motorom obujma V_h = 1000 cm^3 i komorom izgaranja obujma V_2=200 cm^3. Motor koristi Ottov kružni proces (dva adijabatska i dva izohorna procesa, kako je navedeno na slici). Pri usisu mješavine plinova (goriva i zraka) tlak je p_1=94.2kPa i temperatura je T_1=50°C. Poznato je da mješavina ima slijedeća svojstva: k=1.35 (konstanta adijabatskog procesa), M = 30.34 g/mol (efektivna molarna masa mješavine), L_c = 1862kJ/kg (specifična toplina izgaranja) i c_V=0.83kJ/kgK (specifični toplinski kapacitet pri konstantom volumenu). Izračunajte slijedeće vrijednosti za Šimin motor:

A) Masu smjese plina pri usisu.
B) Temperaturu T_2 i tlak p_2.
C) Temperaturu T_3 i tlak p_3.
D) Temperaturu T_4 i tlak p_4.
E) Izračunajte učinkovitost motora.



2. zadatak (8 bodova)

Perica održava temperaturu 24 °C u prostoriji pomoći električne grijalice, dok je vanjska temperatura 4°C. Toplina se gubi kroz stakleni prozor toplinske vodljivosti 1 W/Km, pravokutnog oblika duljina stranica 1.5 m i 1.8 m, i debljine 3 mm. Cijena električne energije je C = 0.18 € po utrošenom kWh. Koliko košta zagrijavanje prostorije u trajanju od 3 h?

3. zadatak (7 bodova)

Toplinski kapacitet nekog tijela linearno raste s temperaturom: $C(T) = aT + b$, uz a = 2.1 J/K^2 b = 167.4 J/K.

A) Nacrtajte graf *C(T).*

B) Izračunajte količinu topline koju tijelo apsorbira kada se njegova temperatura promijeni od 20 °C do 80 °C. Pretpostavite da nema gubitaka topline prema okolini.

4. zadatak (10 bodova)

U posudi se nalazi 500 g napitka (specifične topline 4000 J/kg·K) na temperaturi od 18 °C. U napitak se stave četiri kocke leda na 0 °C od po 20 g, koje se nakon nekog vremena otope.

A) Koja je temperatura pića u trenutku otapanja kocki leda?

B) Kolika je konačna ravnotežna temperatura?

5. zadatak (10 bodova)

Za potrebe proizvodnje mehaničke energije predloženo je korištenje sunčeve energije. Pretvorba bi se vršila toplinskim strojem u kojem bi se sunčeva energija prikupljena pomoću pločastog kolektora prenosila njegovom radnom fluidu. Ovaj toplinski stroj radi ciklički i izmjenjuje toplinu s vanjskim zrakom. Iz iskustva znamo da je specifični toplinski tok, prikupljen kolektorom, jednak ϕ = 600 W/m^2 kada radi na 90 °C. Uz pretpostavku da je vanjska temperatura zraka 21 °C, izračunajte minimalnu površinu kolektora za sustav koji daje snagu od 1 kW.

Fizikalne konstante:

R= 8.31 J·mol^{-1}·K^{-1} (plinska konstanta)
$\rho_{vode} = 1000$ kg/m^3 (gustoća vode)
L_{led} = 333 kJ/kg (latentna toplina taljenja leda)
c_{voda} = 4186 J/kg·K (specifična toplina vode)

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. **Zadatak** (15 bodova)

A) Sa slike možemo vidjeti da je:

$V_1 = V_2 + V_h = 0.2 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} = 1.2 \cdot 10^{-3} \mathrm{m}^3$

Masa mješavine pri usisu je, imajući u obzir da za mješavinu plina vrijedi:

$R_{spec} = R/M$, gdje M je molarna masa mješavine plina

$m_1 = \frac{p_1 V_1}{R_{spec} T_1} = 1.28 \cdot 10^{-3} \mathrm{kg}$ **(1 bod)**

B) Omjer kompresije je

$\rho = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1,2}{0,2} = 6$

Iz čega slijedi:

$\frac{p_2}{p_l} = \left(\frac{V_I}{V_2}\right)^k = \rho^k \rightarrow p_2 = p_I \rho^k = 1058 \mathrm{kPa}$ **(2 boda)**

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = \rho^{k-1} \rightarrow T_2 = T_1 \rho^{k-1} = 604 \mathrm{K}$ **(2 boda)**

C) Kod procesa 2-3 primjena toplina je:

$Q_s = Q_{23} = m_1 L_c = 2.383 \mathrm{kJ}$

Ali isto vrijedi

$Q_{23} = mc_v(T_3 - T_2) \longrightarrow T_3 = T_2 + \frac{Q_{23}}{mc_v} = 2846K$ **(2 boda)**

Za izohorni proces vrijedi:

$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \longrightarrow p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 4985\text{kPa}$ **(2 boda)**

D) Za adijabatski proces 3-4 slijedi

$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{1.2}{0.2}\right)^{0.35} = 1.87$

$T_4 = \frac{T_3}{1.87} = 1520\text{K}$ **(2 boda)**

$\frac{p_3}{p_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{k} = 11.2$

$p_4 = \frac{p_3}{11.2} = 445\text{kPa}$ **(2 boda)**

E) Ako izračunamo ispuštenu toplinu i rad

$Q_i = Q_{41} = m_1 c_v (T_1 - T_4) = -1.27\text{k}J$

$L = Q_s - |Q_i| = \text{kJ}$

Dakle slijedi:

$\eta = \frac{L}{Q_s} = 0.467$

Također možemo izračunati na slijedeći način

$\eta = 1 - \frac{1}{\rho^{k-1}} = 0.466$ **(2 boda)**

2. Zadatak (8 bodova)

Površina prozora je

$S = bh = 2.7m^2$ **(2 boda)**

Snaga što se gubi kroz prozor je:

$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho \frac{S}{l} \Delta T = 1 \frac{W}{m \cdot K} \frac{2{,}7m^2}{3mm} 20K = 18\text{kW}$ **(2 boda)**

Toplina potrebna za kompenzirati taj gubitak je:

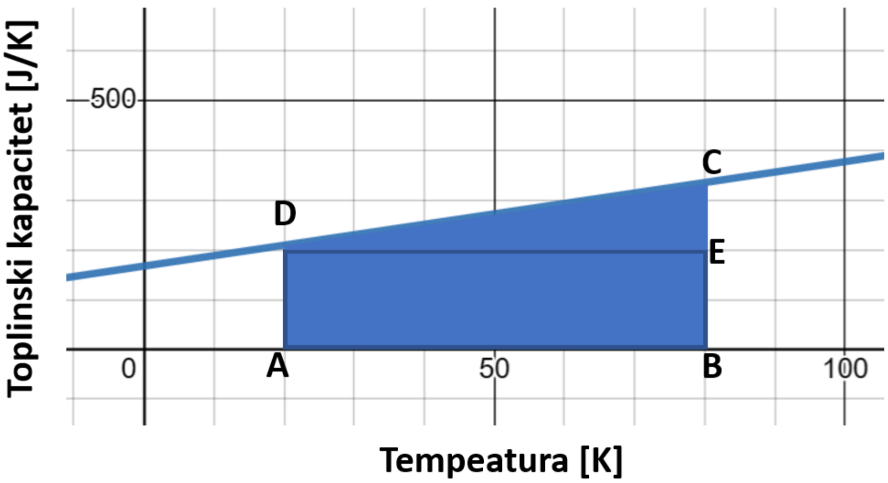
$\Delta Q = P \cdot \Delta t = 54\mathrm{kWh}$ **(2 boda)**

Iz čega možemo izračunati trošak grijanja:

Cijena $= C \cdot \Delta Q = 0{,}18 \frac{€}{kWh} = 9{,}72€$ **(2 boda)**

3. **Zadatak** (7 bodova)

Jednadžbu koja treba nacrtati je *C(T)* = 2.1 *T* + 167.4, koja opisuje pravac.



(3 boda)

Količina topline koju apsorbira tijelo kada njegova temperatura prijeđe s T_1 = 20 °C na T_2 = 80 °C dana je površinom trapeza ABCD.

Možemo računati

$\mathrm{BC} = \mathrm{C(T_2)} = 2{,}1 \cdot 353 + 167.4 = 909 J/K$

$AD = C(T_1) = 2{,}1 \cdot 293 + 167.4 = 783\mathrm{J/K}$

$\mathrm{DE} = \mathrm{T_2} - T_1 = 353 - 293 = 60\mathrm{K}$ **(2 boda)**

Iz čega slijedi

$\mathrm{Q} = \text{Površina} = \frac{\mathrm{BC+AD}}{2} \cdot \mathrm{DE} = 50760\mathrm{J}$ **(2 boda)**

4. **Zadatak** (10 bodova)

Računamo toplinu koju apsorbira led da se otopi, možemo pisati jednadžbu:

$\mathrm{Q}_{\text{otpušten}} = \mathrm{Q}_{\text{apsorbiran}}$ **(1 bod)**

$\mathrm{m}_1 \cdot \mathrm{c}_1 \cdot (\mathrm{t}_1 - \mathrm{t}_{\text{konačna}}) = \mathrm{m}_2 \cdot L_{led}$ **(2 boda)**

Rješenje jednadžbe je: $\mathrm{t}_{\text{konačna}} = \frac{\mathrm{m}_1 \cdot \mathrm{c}_1 \cdot \mathrm{t}_1 - \mathrm{m}_2 \cdot \mathrm{C}_\mathrm{f}}{\mathrm{c}_1} = 4.7\ °C$ **(2 boda)**

Za izračun konačne temperature sustava mora se uzeti u obzir i toplina koju apsorbira tekućina nakon topljenja leda

$\mathrm{Q}_{\text{otpušten}} = \mathrm{Q}_{\text{apsorbiran}}$ **(1 bod)**

$m_1 \cdot c_1 \cdot \left(t_{početna} - t_{ravnoteži}\right) = m_2 \cdot +m_2 \cdot c_{voda} \cdot \left(t_{ravnoteži} - t_{početna}\right)$ **(2 boda)**

Iz čega proizlazi

$t_{ravnoteži} = 4°C$ **(2 boda)**

5. Zadatak (10 bodova)

Tražena minimalna površina biti će pri maksimalnoj učinkovitosti termičkog stroja. Dakle učinkovitost Carnotovog procesa. **(2 boda)**

Dakle možemo pisati

$\eta = 1 - \frac{T_0}{T} = 0.19$ **(2 boda)**

Dakle potrebna snaga je

$q = \frac{P}{\eta} = \frac{10^3}{0.19} = 5263\mathrm{W}$ **(2 boda)**

Znamo da je snaga vezana uz tok topline

$\phi = \frac{q}{A}$ **(2 boda)**

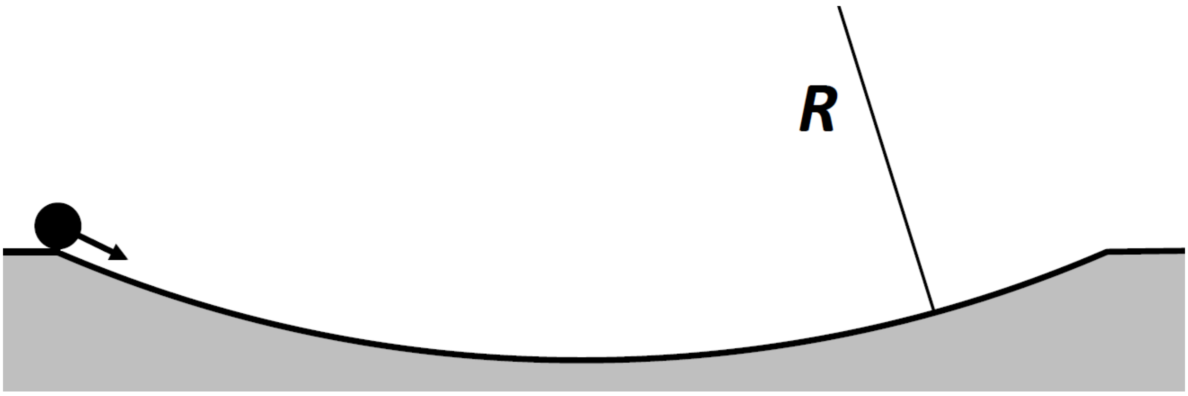
Iz čega možemo izračunati minimalnu površinu

$A = \frac{q}{\phi} = \frac{5263}{600} = 8.77\mathrm{m}^2$ **(2 boda)**

Zadatci za županijsko natjecanje 2023. – 3. skupina

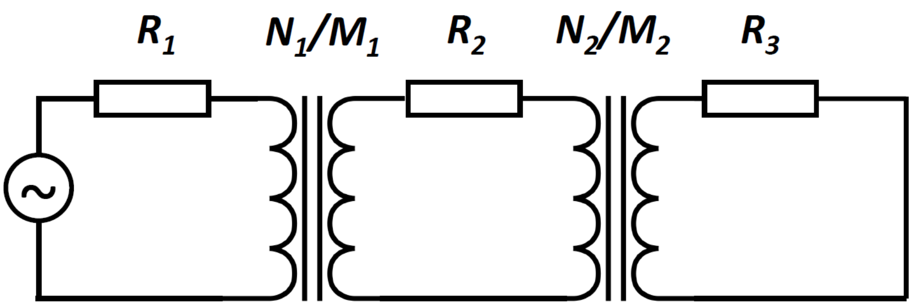
1. zadatak (8 bodova)

Tijelo se nalazi na rubu kružne jame radijusa $R = 1$ km. U početnome se trenutku tijelo iz mirovanja počinje gibati kroz jamu zbog utjecaja gravitacije. Nakon vremena τ tijelo se nalazi na suprotnome rubu jame. Nađi vrijeme τ i brzinu tijela u tome trenutku. Pretpostavi da je trenje tijela s površinom jame zanemarivo, da se tijelo ne kotrlja te da je prevaljeni put tijela dosta manji od radijusa jame.



2. zadatak (13 bodova)

Na slici je strujni krug s dva transformatora. Izvor izmjeničnoga napona daje efektivni napon $U_{eff} = 410$ V. Namotaji na transfomatorima dani su s $N_1 = 1\ 000$, $M_1 = 10\ 000$, $N_2 = 6\ 000$, $M_2 = 3\ 000$. Otpori u strujnom krugu su $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 500\ \Omega$, $R_3 = 400\ \Omega$. Nađi efektivnu struju u sva tri kruga. Otpori i induktiviteti zavojnica transformatora su zanemarivi u odnosu na otpore R_1, R_2, R_3.

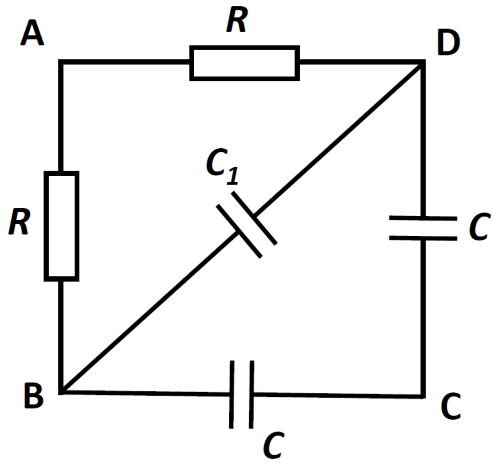


3. zadatak (8 bodova)

Otpornik R i kondenzator C serijski su spojeni s izvorom izmjeničnoga napona frekvencije f_0. Ako izvor, uz jednaki napon, promijeni frekvenciju na $f = f_0/3$, struja se u krugu smanji na pola. Nađi omjer otpora R i impedancije kondenzatora Z_C pri prvotnoj frekvenciji.

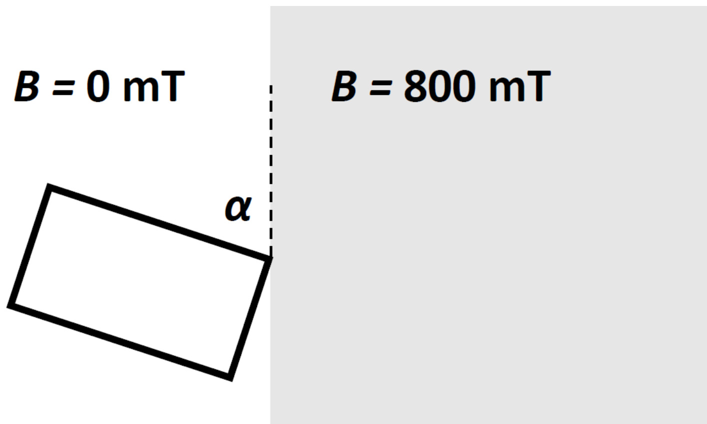
4. zadatak (11 bodova)

Na slici je prikazan strujni krug u obliku kvadrata ABCD. Vrijednosti kondenzatora su $C = 2.25$ mF i $C_1 = 1.125$ mF. Nađi fazni pomak struje I_{AD} koja protječe kroz otpornik R koji spaja vrhove A i D u odnosu na napon narinut između vrhova A i B. Efektivna vrijednost struje u AB grani je u odnosu na struju u DB $|I_{AB}| = 3\,|I_{DB}|$.



5. zadatak (10 bodova)

Vodljiva pravokutna petlja jednoliko se gibajući ulazi u područje okomitog magnetskog polja zbog čega se u njoj inducira napon i struja. Izmjerena inducirana struja je čitavo vrijeme konstantna i iznosi $I = 120$ A. Iznos magnetskoga polja je $B = 800$ mT a ukupna disipirana snaga ulaskom petlje u magnetsko polje je $Q = 12$ J. Nađi površinu koju zatvara petlja. Koji je kut ulaska petlje u magnetsko polje (vidi sliku)? Podrazumijeva se da je otpor petlje konstantan.



VAŽNO:
Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike, 2023.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

1. zadatak (8 bodova)

Treba prepoznati da se tijelo giba po putanji koja je identična putanji matematičkog njihala, a sila podloge djeluje kao sila napetosti niti. Stoga zaključujemo da se radi o harmoničkom gibanju. **(2 boda)**

S obzirom da na početku tijelo miruje, zaključujemo da se radi o maksimalnoj visini tijela i da je tijelo na početku gibanja. Tijelo će nakon pola svog perioda doći na drugu stranu, gdje će opet mirovati, jer je ukupna energija tijela očuvana. Prema tome, brzina nakon vremena τ je $v = 0$ **(2 boda)**

Ukupno trajanje gibanja τ je pola perioda matematičkog njihala: **(2 boda)**

$$\tau = \frac{1}{2}\, 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}}\,,$$

$\tau = 31.72$ s. **(2 boda)**

2. zadatak (13 bodova)

Transformator je električni element koji prenosi električnu energiju iz jednog strujnog kruga u drugi i to tako da omjer napona (sukladno tome i omjer struje) ovisi o omjeru namotaja primara i sekundara. U ovom zadatku pojednostavljujemo prvo omjere $N/M = n$ radi lakšeg zapisa. Tako je $n_1 = 0.1$, $n_2 = 2$.

Izvore napona (izvor i sekundari transformatora) ćemo označavati s V_1, V_2 i V_3, a napon potrošen na transformatoru (napon na primaru) s U_1 i U_2. Pišemo pad napona u tri strujna kruga: **(3 boda)**

$$V_1 - I_1 R_1 - U_1 = 0 \tag{1}$$
$$V_2 - I_2 R_2 - U_2 = 0 \tag{2}$$
$$V_3 - I_3 R_3 = 0 \tag{3}$$

Izražavamo omjer napona na transformatorima: **(2 boda)**

$$U_1 = n_1 V_2 \tag{4}$$
$$U_2 = n_2 V_3 \tag{5}$$

Te omjer struje na transformatorima: **(2 boda)**

$$I_2 = n_1 I_1 \tag{6}$$
$$I_3 = n_2 I_2 = n_1 n_2 I_1 \tag{7}$$

Uvrštavanjem (4-7) u (1-3):

$$V_1 - I_1 R_1 - n_1 V_2 = 0 \tag{8}$$
$$V_2 - n_1 I_1 R_2 - n_2 V_3 = 0 \tag{9}$$
$$V_3 - n_1 n_2 I_1 R_3 = 0 \tag{10}$$

V_3 sada možemo izraziti preko V_1, pa je (10): **(3 boda)**

$$I_1 \left(R_1 + n_1^2 R_2 + n_1^2 n_2^2 R_3\right) = V_1$$

Struja $I_1 = 5.77$ A, a iz toga slijedi: $I_2 = 0.577$ A, $I_3 = 1.15$ A. **(3 boda)**

3. zadatak (8 bodova)

U serijskom spoju otpornika i kondenzatora ukupna impedancija dana je s: **(2 boda)**

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}\ .$$

Struja u krugu frekvencije f_0 je I_0. Smanji li se frekvencija $f = f_0/3$, struja je tada $I = I_0/2$.
Struju ćemo naći iz Ohmovog zakona: **(1 bod)**

$$I = \frac{U}{Z}\ .$$

Ako se struja smanjila na pola, impedancija se povečala za $Z = 2Z_0$. **(1 bod)**

Pišemo impedancije preko frekvencije f, uz opasku da ako je $f = f_0/3$, tada je i $\omega = \omega_0/3$: **(2 boda)**

$$\sqrt{R^2 + \frac{9}{\omega_0^2 C^2}} = 2\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C^2}}\ .$$

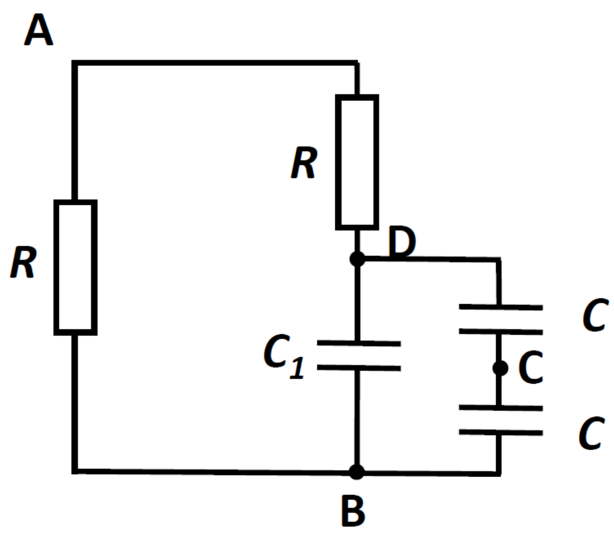
Dalje, kvadriramo obje strane:

$$R^2 + \frac{9}{\omega_0^2 C^2} = 4R^2 + \frac{4}{\omega_0^2 C^2}$$

Konačno, iskoristimo pokratu $Z_C^2 = \frac{1}{\omega_0^2 C^2}$: $5Z_C^2 = 3R^2$.
Omjer je $R/Z_C = \sqrt{5/3}$. **(2 boda)**

4. zadatak (11 bodova)

Strujni krug možemo bolje nacrtati da vrste spojeva među elementima dođu do izražaja kao na slici: **(2 boda)**



Tri kondenzatora možemo preračunati u jedan efektivni kondenzator po pravilima paralelnog i serijskog zbrajanja kapaciteta: **(2 boda)**

$$C_{uk} = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = C_1 + \frac{C}{2}$$

Iz $C_1 = C/2$ slijedi $C_{uk} = C$. Primječujemo također da je impedancija grane DCB jednaka impedanciji grane DB. S obzirom da su zadnje točke tih grana na jednakoj razlici napona, možemo zaključiti da je struja kroz obje grane jednaka. Zato je struja $I_{AD} = 2I_{DB}$, odnosno $I_{AB} = \frac{3}{2}I_{AD}$. Zbog toga zaključujemo: **(2 boda)**

$$Z_{RC} = \frac{3}{2} Z_{AB}$$

Raspisivanjem i kvadriranjem:

$$2\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = 3R$$
$$4R^2 + \frac{4}{\omega^2 C^2} = 9R^2$$
$$\frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{5}{4}R^2$$

Fazni pomak je dan s: **(3 boda)**

$$\tan\vartheta = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Uvrštavanjem veličina dobijemo: $\vartheta = 48°$. **(2 boda)**

5. zadatak (10 bodova)

Konstantna struja uz konstantni otpor znači da je i inducirani napon konstantan. S obzirom da se radi o jednolikom gibanju možemo pisati izraz: **(2 boda)**

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t}$$

Da bi inducirani napon bio konstantan, površina petlje se mora jednolično mijenjati. Promatranjem slike, zaključujemo da je to jedino moguće ako je kut $\alpha = 90^\circ$ ili $\alpha = 0^\circ$. Svaki odgovor nosi po dva boda. **(4 boda)**
U tom slučaju, možemo izraziti $\Delta S/\Delta t = a\Delta b/\Delta t = av$, gdje je a stranica paralelna na granicu područja, a b okomita.

Oslobođenu toplinsku energiju možemo izraziti preko struje i napona: $Q = UIt$. **(2 boda)**
Kombiniranjem ovog izraza i prvog:

$$\frac{Q}{It} = \frac{Bav}{\Rightarrow}\frac{Q}{I} = Bavt = Bab = BS$$

Površina je: **(2 boda)**

$$S = \frac{Q}{IB} = 0.125\ \mathrm{m}^2\ .$$

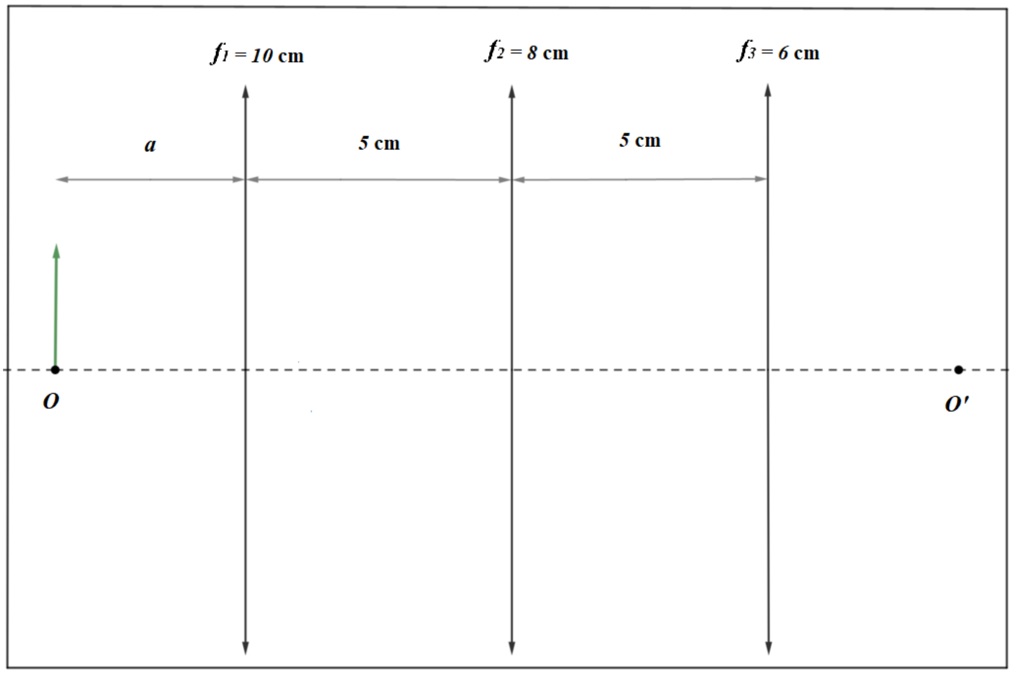
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

1. zadatak *(10 bodova)*

Dan je sustav konvergentnih leća prikazan na slici 1. Na kojoj se udaljenosti nalazi predmet u točki O ako je njegova udaljenost od prve leće jednaka udaljenosti slike u točki O' od zadnje leće? Koliko je tad povećanje slike i je li slika uspravna ili obrnuta?



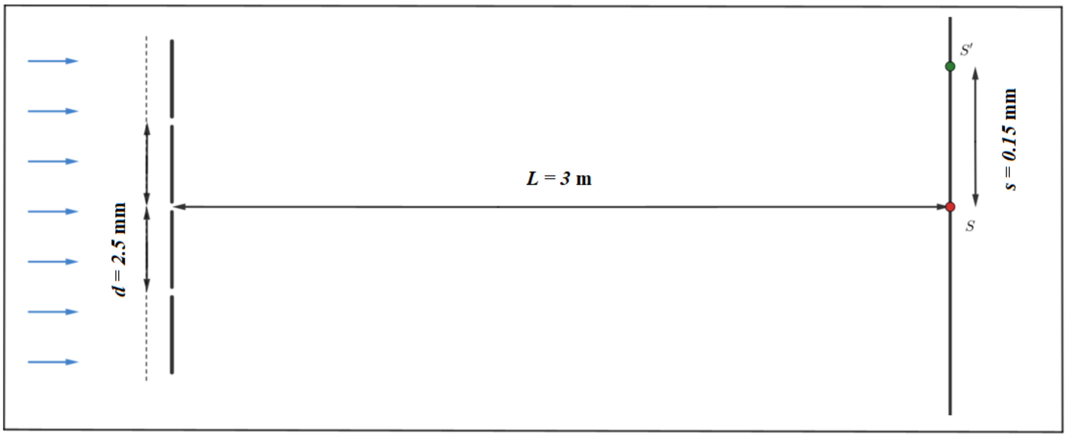
Slika 1: Sustav tri konvergentne leće koji stvara sliku u točki O' predmeta koji se nalazi u točki O.

2. zadatak *(9 bodova)*

Žarulja s volframovom niti ukupne duljine 1 m i promjera 0.3 mm je namijenjena za spajanje na napon od 220 V. Koliku bi temperaturu nit dosegla u vakuumu ako otpornost volframa približno ovisi o temperaturi kao $\rho(T) = (3.3 \times 10^{-10} \times T)\,\Omega\mathrm{m}$ (gdje je T izražen u Kelvinima). Zagrijani volfram zrači kao sivo tijelo, što znači da je njegova snaga zračenja proporcionalna zračenju crnoga tijela iste temperature i dimenzija s faktorom proporcionalnosti $\epsilon = 0.4$. Kolika je efikasnost takve žarulje ako joj je dana oznaka od 100 W?

3. zadatak *(11 bodova)*

Monokromatsko zračenje upada na 3 jednoliko razmaknute pukotine kao na slici 2. Na zastoru u točki S (koja je jednako udaljena od 1. i 3. pukotine) opažamo interferentni maksimum.
a.) Odredi valnu duljinu upadnog zračenja ako znaš da se nalazi u vidljivome spektru $(380 - 700\,\mathrm{nm})$.
b.) Poznavajući valnu duljinu iz dijela a.), odredi omjer intenziteta zračenja u točki S' naspram onomu u točki S. Intenzitet je proporcionalan kvadratu amplitude električnog polja. Pretpostavi da amplituda električnoga polja ne opada s udaljenošću za pojedine zrake!
U obama se dijelovima možeš koristiti $(1+x)^n = 1 + nx$, kad je $x \ll 1$. Vrijedi $\cos x + \cos y = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$.



Slika 2: Paralelni monokromatski snop svjetlosti koji paralelno upada na tri pukotine međusobno razmaknute za $d = 2.5\,\mathrm{mm}$ i stvara interferentnu sliku na zastoru udaljenom $L = 3\,\mathrm{m}$.

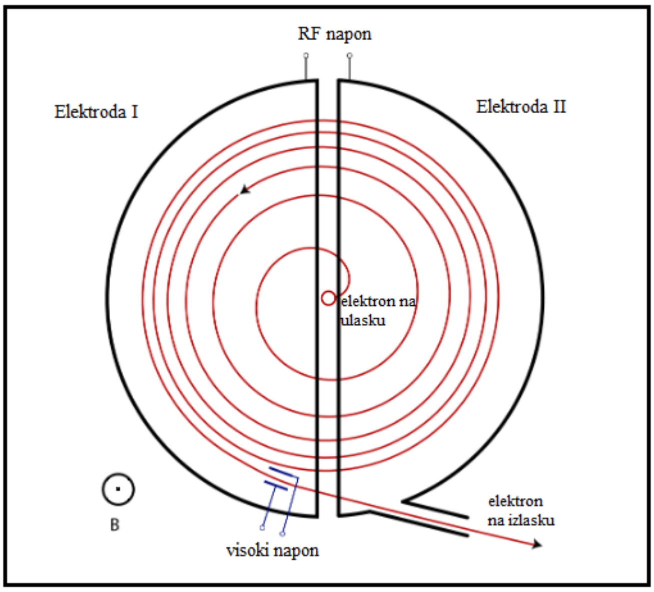
4. zadatak *(12 bodova)*

Na slici 3. prikazana je jednostavna shema ciklotrona koji se sastoji od dviju šupljih elektroda između kojih je primjenjen radiofrekventni napon koji ubrzava nabijene čestice zbog električnoga polja koje se pojavljuje između elektroda. Ulazni se elektron giba po zakrivljenoj putanji (sastavljenoj od polukružnica) usred djelovanja uniformnoga vanjskog magnetskog polja indukcije $B = 1.7\,\mathrm{T}$ i ubrzava se svakim prolaskom između elektroda. Kad dostigne dovoljnu energiju, elektron izlazi iz ciklotrona prolaskom kroz visoki istosmjerni napon gdje se giba pravocrtno.

a.) Odredi kako radijus zakrivljenosti polukružne putanje ovisi o B i trenutačnoj brzini elektrona v za nerelativistički elektron. Kolika tad treba biti minimalna frekvencija izmjeničnoga radiofrekventnog napona da se elektron ubrzava? Udaljenost je elektroda zanemariva.

b.) Odredi radijus zakrivljenosti za relativistički elektron (u ovisnosti o B i v)! *Uputa:* Uvijek vrijedi $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$. Očito je da je za ubrzavanje na relativističke energije potrebno modulirati frekvenciju radiofrekventnoga napona u vremenu. Uz pretpostavku da je to ispunjeno, odredi maksimalni radijus zakrivljenosti putanje elektrona ako je izišao iz ciklotrona s ukupnom energijom od $100\,\mathrm{MeV}$! Koliki istosmjerni napon mora biti na elektrodama za taj elektron kako bi on ravno izletio iz ciklotrona? Razmak je elektroda $0.1\,\mathrm{mm}$. Nakon prolaska kroz elektrode ni magnetsko ni električno polje više ne djeluju na elektron.

c.) U realnome slučaju elektron zrači sinkrotronskim zračenjem čime gubi energiju. Izračena snaga iznosi $P_s = 1.585 \times 10^{-14}\,\mathrm{W\,T^{-2}} \times B^2\gamma^2$, gdje je $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Kolika treba biti amplituda radiofrekventnoga napona da elektron energije $70\,\mathrm{MeV}$ napravi cijeli krug, a da mu se ukupna energija ne promijeni? Ovdje pretpostavi da gubitak energije zbog sinkrotronskoga zračenja ne utječe znatno na radijus zakrivljenosti putanje!



Slika 3: Pojednostavljena shema ciklotrona: elektron se ubrzava rf naponom i giba po polukružnicama pod utjecajem magnetskog polja. Kad dostigne dovoljnu energiju deflektira se istosmjernim naponom.

5. zadatak *(8 bodova)*

Paralelni snop svjetlosti koja se sastoji od nepolarizirane komponente intenziteta $40\,\mathrm{Wm}^{-2}$ i polarizirane komponente intenziteta $60\,\mathrm{Wm}^{-2}$ prolazi kroz polarizator čija os polarizacije zatvara kut $\theta = 30^\circ$ s kutom polarizacije upadnoga polariziranog zračenja. Snop zatim okomito upada na cijeli materijal površine $S = 12\,\mathrm{cm}^2$. Odredi ukupnu silu kojom zračenje djeluje na materijal ako se potpuno apsorbira u materijalu.

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:

Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm}^{-2}\mathrm{K}^{-4}$

brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{ms}^{-1}$

iznos naboja elektrona $e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

masa elektrona $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(10 bodova)*

Slika koja nastaje lomom na prvoj leći služi kao predmet za drugu leću, itd. Iz toga slijedi sustav triju jednadžbi s tri nepoznanice:

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{(5-b)} + \frac{1}{c}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{(5-c)} + \frac{1}{a}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{3}$$

gdje se podrazumijeva da su brojevi izraženi u cm.
Preuređivanjem dobivamo:

$$10a + 10b - ab = 0, \tag{4}$$

$$8b - 3c - bc = 40, \tag{5}$$

$$-a + 6c - ac = 30, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{6}$$

Sada iz (4) i (6) možemo izraziti b i c preko a:

$$b = \frac{10a}{a-10}, \tag{7}$$

$$c = \frac{30+a}{6-a}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{8}$$

a zatim (7) i (8) uvrstiti u (5). Sređivanjem se dobiva:

$$53a^2 + 520a - 3300 = 0. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{9}$$

Pozitivno rješenje kvadratne jednadžbe je $a = 4.386\,\text{cm}$. **[1 bod]**
Iz toga slijedi, uvrštavanjem u (7) i (8): $b = -7.812\,\text{cm}$ i $c = 21.301\,\text{cm}$. **[1 bod]**
Ukupno povećanje je :

$$M = \frac{-b}{a} \cdot \frac{-c}{5-b} \cdot \frac{-a}{5-c} = \frac{-abc}{a(5-b)(5-c)} = -0.797, \tag{10}$$

tj. slika je umanjena i obrnuta. **[2 boda]**

2. zadatak *(9 bodova)*

U ravnotežnom stanju volfram zrači jednaku količinu energije koju dobiva putem električne energije, tj. vrijedi:

$$\frac{U^2}{R} = \epsilon S \sigma T^4, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{11}$$

gdje je R otpor žice, a S ukupna vanjska površina žice.
Otpor žice je dan sa $R = \rho L/A$ ($A = r^2\pi$ je površina poprečnog presjeka žice), a vanjska površina je $S = 2r\pi L$. Iz toga slijedi:

$$\frac{U^2 r^2 \pi}{\rho L} = 2\epsilon r \pi L \sigma T^4. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{12}$$

Uvrštavanjem temperaturne ovisnosti otpornosti i preuređivanjem dobivamo:

$$T = \sqrt[5]{\frac{220^2 \cdot 0.15 \times 10^{-3}}{2 \cdot 0.4 \cdot 1^2 \cdot 5.67 \times 10^{-8} \cdot 3.3 \times 10^{-10}}}\,\mathrm{K} = 3445\,\mathrm{K}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{13}$$

Ukupna snaga zračenja je:

$$P_{uk} = 2\epsilon r \pi L \sigma T^4 = 3011\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{14}$$

Efikasnost je jednaka:

$$\eta = \frac{P_{svj}}{P_{uk}} = \frac{100}{3011} = 3.3\%. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{15}$$

3. zadatak *(11 bodova)*

a.) Do konstruktivne interferencije u točki S dolazi kada je razlika u fazi između zrake koja dolazi sa središnje pukotine i zrake koja dolazi sa jedne od rubnih pukotina jednaka višekratniku od 2π. **[1 bod]**
Nadalje udaljenosti koje prijeđu zrake su $d_1 = L$ i $d_2 = \sqrt{L^2 + d^2}$, a s obzirom da je $d \ll L$ možemo pisati:

$$d_2 - d_1 = L\left(1 + \frac{d^2}{L^2}\right)^{1/2} - L \approx L\left(1 + \frac{d^2}{2L^2}\right) - L = \frac{d^2}{2L}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{16}$$

Slijedi:

$$d_2 - d_1 = k\lambda \;\rightarrow\; \lambda = \frac{d^2}{2kL} = \frac{1041.7\,\mathrm{nm}}{k}. \tag{17}$$

Vidimo da valna duljina upada u vidljivi spektar za $k = 2$, i tada je $\lambda = 520.83\,\mathrm{nm}$. **[2 boda]**
b.) Udaljenosti zraka od pukotina do točke S' su (od najmanje do najveće):

$$x_1 = \sqrt{L^2 + (s-d)^2} = L\sqrt{1 + \frac{(s-d)^2}{L^2}} \approx L + \frac{(s-d)^2}{2L}, \tag{18}$$

$$x_2 = \sqrt{L^2 + s^2} = L\sqrt{1 + \frac{s^2}{L^2}} \approx L + \frac{s^2}{2L}, \tag{19}$$

$$x_3 = \sqrt{L^2 + (s+d)^2} = L\sqrt{1 + \frac{(s+d)^2}{L^2}} \approx L + \frac{(s+d)^2}{2L}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{20}$$

tj. razlike u duljini puteva zraka su:

$$x_3 - x_1 = 2\frac{sd}{L}, \quad x_2 - x_1 = \frac{sd}{L}, \tag{21}$$

što znači da je fazni pomak između najkraće i srednje, te srednje i najdulje zrake jednak:

$$\phi = 2\pi\frac{sd}{\lambda L}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{22}$$

Slijedi da je amplituda električnog polja u vremenu u točki S' jednaka:

$$E = E_0\left[\cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t\right) + \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{2\pi sd}{\lambda L}\right) + \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{4\pi sd}{\lambda L}\right)\right]. \tag{23}$$

Zbrajanjem prvog i trećeg člana u formuli i dodatnim sređivanjem dobivamo:

$$E = E_0 \left[1 + 2\cos\left(\frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right], \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{24}$$

Druga zagrada sadrži oscilatorni dio, dok prva nema vremensku ovisnost, pa je omjer intenziteta jednak:

$$\frac{I_{S'}}{I_S} = \frac{E_0^2\left[1 + 2\cos\left(\frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right]^2}{(3E_0)^2} = 0.141. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{25}$$

4. zadatak *(12 bodova)*

a.) Radijus zakrivljenosti se može dobiti prepoznavanjem da je Lorentzova sila u ulozi centripetalne sile koja tjera elektron na (polu)kružno gibanje:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \;\Rightarrow\; r = \frac{mv}{eB}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{26}$$

Da bi izračunali potrebnu frekvenciju RF napona kako bi se elektron ubrzavao pri svakom prolasku trebamo odrediti period kojim elektron "kruži":

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2r\pi} = \frac{eB}{2\pi m} = 4.752 \times 10^{10}\,\mathrm{Hz} = 47.52\,\mathrm{GHz}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{27}$$

b.) Za slučaj relativističkog elektrona možemo definirati koordinatni sustav tako da je magnetsko polje u $\hat{z}$ smjeru, a brzina u nekom trenutku u $\hat{x}$ smjeru, i tada je sila, a time i centripetalna akceleracija u $\hat{y}$ smjeru i vrijedi:

$$F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{\Delta(\gamma m v_y)}{\Delta t} = \gamma m a_y, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{28}$$

gdje smo prepoznali da je γ konstanta jer magnetsko polje ne mijenja iznos brzine, i $a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$.
Nadalje, koristimo poznati izraz za centripetalnu akceleraciju i Lorentzovu silu čime slijedi:

$$a_{cp} = a_y = \frac{v^2}{r} = \frac{F_y}{\gamma m} = \frac{evB}{\gamma m}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{29}$$

tj. konačno je radijus zakrivljenosti:

$$r = \frac{\gamma m v}{eB}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{30}$$

Ukupna energija elektrona je dana sa $E = \gamma mc^2$, pa je radijus zakrivljenosti:

$$r = \frac{vE}{eBc^2} \approx \frac{E}{eBc} = 0.196\,\mathrm{m}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{31}$$

gdje smo koristili $v \approx c$ jer je energija elektrona puno veća od energije mirovanja.
Izlazni napon je dan sa $U = Ed$, gdje je E električno polje za koje vrijedi:

$$eE = evB \;\Rightarrow\; E = vB \approx cB, \tag{32}$$

pa je napon:

$$U = cdB = 51\,\mathrm{kV}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{33}$$

c.) Izračena energija je jednaka umnošku izračene snage i perioda jednog kruga, te je jednaka dobivenoj energiji prolaskom kroz RF napon (2 puta u jednom periodu), pa vrijedi:

$$P_s T = 2eV_{RF}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{34}$$

Možemo koristiti prethodno navedene izraze za radijus putanje ($r = E/(eBc)$) i ukupnu energiju ($E = \gamma mc^2$), te $v \approx c$ čime dobivamo:

$$1.585 \times 10^{-14}\,\mathrm{W\,m^{-2}} \times B^2 \frac{E^2}{m^2c^4}\frac{2\pi E}{eBc^2} = 2eV_{RF} \;\Rightarrow\; V_{RF} = \frac{\pi E^3 B}{e^2m^2c^6} \times 1.585 \times 10^{-14}\,\mathrm{W\,m^{-2}}, \tag{35}$$

tj. konačno slijedi:

$$V_{RF} = 7.68\,\mathrm{V}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{36}$$

5. zadatak *(8 bodova)*

Nepolariziranoj se komponenti intenzitet prepolovi prolaskom kroz polarizator, dok se intenzitet polariziranoj smanji za faktor $\cos^2(30°)$, tj. intenzitet svjetlosti nakon prolaska kroz polarizator je:

$$I = [20 + 60\cos^2(30°)]\,\mathrm{Wm^{-2}} = 65\,\mathrm{Wm^{-2}}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{37}$$

Ukupna snaga zračenja na materijal iznosi:

$$P = IS = 7.8 \times 10^{-2}\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{38}$$

Također vrijedi:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = c\frac{\Delta p}{\Delta t} = cF, \tag{39}$$

gdje je Δp ukupni izgubljeni impuls zračenja u materijalu u vremenu Δt. **[3 boda]**
Dakle, slijedi:

$$F = \frac{P}{c} = 2.6 \times 10^{-10}\,\mathrm{N}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{40}$$