**Državno natjecanje iz fizike 2023/2024**
**Podgora, 15. – 18. travnja 2024.**
**Srednje škole – 1. grupa**

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

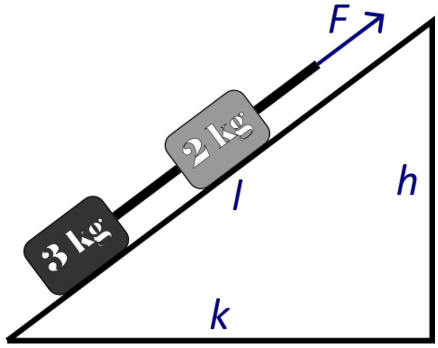
## 1. zadatak (20 bodova)

Dva trajekta plove morem stalnim brzinama u istome smjeru. U početnome trenutku njihova je međusobna udaljenost 200 m. Brzina jednoga trajekta dva je puta veća od brzine drugoga trajekta. U početnome trenutku galeb polijeće s bržega trajekta i leti prema sporijemu trajektu. Kad galeb doleti do sporijega trajekta, mijenja smjer gibanja i leti natrag prema bržemu trajektu. Takav se let galeba ponavlja sve dok se udaljenost između trajekata ne smanji na nulu. Brzina galeba stalna je i šest je puta veća od brzine sporijega trajekta. Zanemari vrijeme u kojemu galeb mijenja smjer gibanja.

a) Skiciraj početni položaj obaju trajekata i galeba te vektore njihovih brzina.
b) Izračunaj ukupni put koji prijeđe galeb.
c) Nacrtaj ovisnost položaja obaju trajekata o vremenu.
d) Na isti graf iz zadatka c) nacrtaj ovisnost položaja galeba o vremenu od početka gibanja do trenutka kad četvrti put mijenja smjer gibanja. Izračunaj ukupni prijeđeni put galeba do toga trenutka.

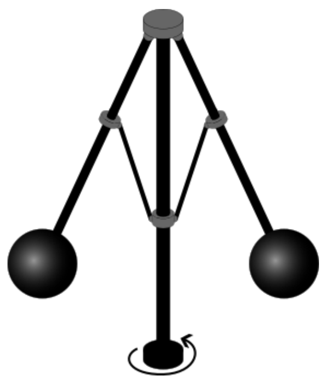
## 2. zadatak (17 bodova)

Dva tijela mase 2 i 3 kg nalaze se na kosini kao što je prikazano na slici. Tijela su međusobno povezana nerastezljivim užetom zanemarive mase. Sustav se giba uz nepomičnu kosinu zbog djelovanja sile $F$ (vidi sliku). U početnome trenutku promatranja gibanja brzina sustava je nula. Uže, koje povezuje dva tijela, pukne u trenutku kad je sustav prešao 2 m po kosini. Do tada je sila $F$ izvršila rad od 98 J. Koeficijent trenja između tijela i kosine je 0,23. Duljine stranice kosine odnose se kao $h : k : l = 3 : 4 : 5$. Gravitacijsko ubrzanje je 10 m/s$^2$.



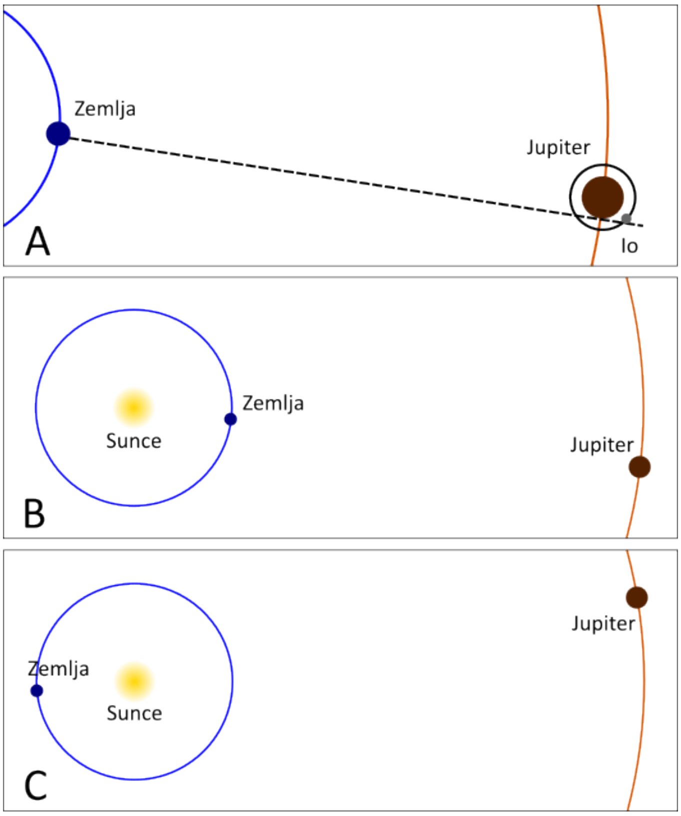

a) Izračunaj ubrzanje sustava prije pucanja užeta.
b) Izračunaj brzinu tijela mase 3 kg u trenutku ponovnog dolaska u početni položaj.

## 3. zadatak (16 bodova)



Centrifugalni regulator mehanički je uređaj za reguliranje broja okretaja pogonskih strojeva. Njegovi najvažniji dijelovi prikazani su na slici (dijelovi vezani za pogonski stroj nisu prikazani). Dvije kugle mase $M$ nalaze se na šipkama koje su zglobno učvršćene na vrhu osovine. Osovina rotira u smjeru prikazanom na slici. Za stalnu frekvenciju vrtnje osovine kugle rotiraju na stalnoj visini. Oko svake šipke nalazi se prsten koji je preko zglobnih spojeva spojen s prstenom na osovini. Prsten oko osovine može se pomicati vertikalno po osovini bez trenja. Prsten oko šipke također se pomiče duž šipke bez trenja. Masa svih dijelova osim kugli je zanemariva. Duljina šipke na kojima se nalazi kugla je 12 cm. Kad osovina rotira maksimalnom frekvencijom, kut između šipke i osovine je 60°. Pri promjeni frekvencije vrtnje osovine visina prstena se mijenja, a njegov maksimalni hod iznosi 2 cm. Izračunaj minimalnu i maksimalnu frekvenciju vrtnje osovine. Gravitacijsko ubrzanje je $g$ = 9,81 m/s$^2$. Zanemari dimenzije kugle.

**4. zadatak (17 bodova)**




Jupiter je planet Sunčeva sustava, peti po udaljenosti od Sunca. Io je jedan od Jupiterovih satelita koji se giba oko Jupitera po približno kružnoj putanji polumjera 421,6 km.

Danski astronom Ole Christensen Rømer (1644. – 1710.) prvi je izračunao brzinu svjetlosti promatrajući pomrčinu Ia. Promatrajući gibanje Ia sa Zemlje opaža se da u određenome trenutku Io ulazi u pomrčinu, odnosno nalazi se sa suprotne strane Jupitera u odnosu na Zemlju. Na slici A prikazan je ulazak Ia u pomrčinu. Rømer je mjerio vrijeme između dviju uzastopnih pomrčina Ia. Mjerenja je napravio u razdoblju godine u kojemu je Zemlja najbliže Jupiteru (položaj prikazan na slici B). Na osnovi tih mjerenja napravio je tablicu predviđanja budućih vremena pomrčine Ia. Poslije otprilike 6 mjeseci, kad je Zemlja bila najdalje od Jupitera (položaj prikazan na slici C), opazio je da se pomrčina Ia pojavljuje 22 minute kasnije nego što je predvidio. To opažanje objasnio je pretpostavkom da svjetlost putuje (od Ia do Zemlje) konačnom brzinom, suprotno tadašnjemu vjerovanju da svjetlost putuje beskonačnom brzinom.

a) Izračunaj period rotacije satelita Io oko Jupitera.
b) Zemlja i Jupiter gibaju se približno po kružnim putanjama oko Sunca u istome smjeru. Izračunaj relativnu promjenu kuta Zemlje u odnosu na Jupiter za vrijeme jednoga perioda Ia. Ako je ta promjena kuta manja od 3°, gibanje Zemlje i Jupitera može se zanemariti u nastavku zadatka.
c) Izračunaj brzinu svjetlosti.

Masa Sunca je $1.989 \cdot 10^{30}$ kg.
Masa Zemlje je $5.9722 \cdot 10^{24}$ kg.
Masa Jupitera je 317.8 puta veća od mase Zemlje.
Prosječna udaljenost Zemlje od Sunca je $149.6 \cdot 10^{6}$ km.
Prosječna udaljenost Jupitera od Sunca je $778.5 \cdot 10^{6}$ km.
Gravitacijska konstanta je $G = 6.67428 \cdot 10^{-11}$ $m^3 kg^{-1} s^{-2}$.

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE**
***15. – 18. travnja 2024.***
***Podgora***

**Srednje škole – 1. grupa**

**EKSPERIMENTALNI ZADATAK**
**(30 bodova)**

**Pribor:** Model topa na oprugu, tane (mase $m = 4.48$ g), mjerna traka (metar), posuda s pijeskom, milimetarski papir, obostrana ljepljiva traka.

**Zadatak:**

1) Izmjerite domet topa za različite kutove ispaljivanja taneta u odnosu na horizontalu. Nacrtajte graf ovisnosti dometa o kutu ispaljivanja te odredite maksimalni domet topa i kut za koji je domet maksimalan. Domet mjerite od centralne prečke topa. **(10 bodova)**

2) Iz dometa izmjerenog pri $60^o$ odredite konstantu opruge u topu. **(10 bodova)**

3) Za kut ispaljivanja $60^o$ izračunajte i skicirajte akceleracije taneta u x (horizontalnom) i y (vertikalnom) smjeru u ovisnosti o horizontalnom pomaku od početnog položaja taneta sve do nakon izlaska iz cijevi topa. **(10 bodova)**

**Napomene:**

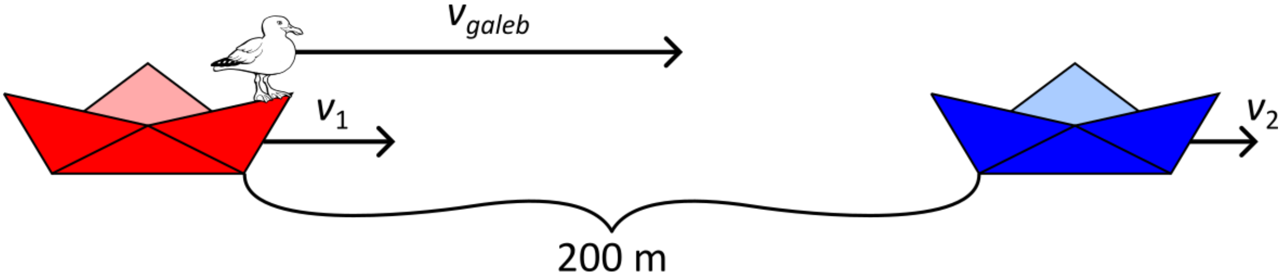
- Zanemarite otpor zraka, trenje između taneta i topa te mase klipa i opruge
- Zanemarite visinu pijeska
- Na topu su ucrtani kutovi od $0^o$ do $70^o$ po $10^o$ u odnosu na horizontalu. Kutove veće od $60^o$ zanemarite.
- Pri ispaljivanju, oprugu svaki puta povucite do kraja.
- Za precizna mjerenja iskoristite ljepljivu traku za pričvršćivanje topa za stol. Dobro promislite kako učvrstiti top prije nego to učinite!
- Sve što napravite, opazite ili pretpostavite, detaljno evidentirajte. Ono što ne zapišete, ne može se bodovati.

Želimo vam sretno i uspješno rješavanje zadatka.

**Državno natjecanje iz fizike 2023/2024**
**Podgora, 15. – 18. travnja 2024.**
**Srednje škole – 1. grupa**
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

**1. zadatak (20 bodova)**

a) Na skici se treba jasno vidjeti da se sporiji trajekt (plavi) nalazi 200 m ispred bržeg trajekta (crveni) i da je smjer gibanja od bržeg prema sporijem. Vektore brzina treba nacrtati u zadanom omjeru (barem približno). **(1 bod)**




b) Postavimo ishodište koordinatnog sustava u početni položaj bržeg trajekta. Označimo početnu udaljenost dva trajekta s $x_0 = 200\ \mathrm{m}$. Zadani su odnosi brzina:
$v_2 \equiv v$,
$v_1 = 2v_2 = 2v$,
$v_{galeb} = 6v_2 = 6v$.
Jednadžbe gibanja za brži i sporiji trajekt su:
$x_1(t) = v_1 t = 2vt$, **(1 bod)**
$x_2(t) = x_0 + v_2 t = x_0 + vt$. **(1 bod)**
Na kraju gibanja njihova međusobna udaljenost jednaka je nuli. Možemo izračunati ukupno vrijeme gibanja $t'$:
$x_1(t') = x_2(t')$,
$2vt' = x_0 + vt'$,
$t' = \frac{x_0}{v} = \frac{200\ \mathrm{m}}{v}$. **(2 boda)**
Galeb se također giba u vremenu $t'$ brzinom stalnog iznosa. To znači da će u tom vremenu prijeći ukupan put:
$s_{galeb} = v_{galeb} t' = 6v \cdot \frac{x_0}{v} = 6x_0 = 1200\ \mathrm{m}$. **(2 boda)**
c) Ovisnost položaja oba trajekta u vremenu prikazana je na slici. (1 bod za svaki graf, skale i oznake na osima moraju biti točne, ukupno: **2 boda**)
d) Galeb počinje svoje gibanje s bržeg trajekta prema sporijem.
**<u>1. promjena smjera gibanja galeba.</u>** Galeb prvi put mijenja smjer gibanja u trenutku kada doleti do sporijeg trajekta. Odredimo taj trenutak:
$x_{galeb}(t) = v_{galeb} t = 6vt$,
$x_{galeb}(t_1) = x_2(t_1)$,
$6vt_1 = x_0 + vt_1$,
$t_1 = \frac{1}{5}\frac{x_0}{v} = \frac{1}{5}t' = \frac{40\ \mathrm{m}}{v}$. **(1 bod)**
Galeb se u trenutku $t_1$ nalazi na položaju:
$x_1 = 6vt_1 = 6v \cdot \frac{1}{5}\frac{x_0}{v} = \frac{6}{5}x_0 = 1.2x_0 = 240\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**
i prešao je put $s_1 = x_1 = 240\ \mathrm{m}$.
**<u>2. promjena smjera gibanja galeba.</u>** Galeb leti od sporijeg do bržeg trajekta i zatim opet mijenja smjer. Jednadžba gibanja galeba za ovaj period ($t_1 \le t \le t_2$) je:
$x_{galeb}(t) = x_1 - 6v(t - t_1)$.
U trenutku druge promjene smjera $t_2$ galeb se nalazi na istom položaju kao brži trajekt:
$x_{galeb}(t_2) = x_1(t_2)$,
$x_1 - 6v(t_2 - t_1) = 2vt_2$,
$8vt_2 = x_1 + 6vt_1$,

$t_2 = \frac{1}{8}\frac{x_1}{v} + \frac{3}{4}t_1 = \frac{3}{20}\frac{x_0}{v} + \frac{3}{20}\frac{x_0}{v} = \frac{3}{10}\frac{x_0}{v} = \frac{3}{10}t' = \frac{60\ \mathrm{m}}{v}$. **(1 bod)**

Galeb se u trenutku $t_2$ nalazi na položaju:

$x_2 = x_1 - 6v(t_2 - t_1) = x_1 - 6v\left(\frac{3}{10}\frac{x_0}{v} - \frac{1}{5}\frac{x_0}{v}\right) = \frac{6}{5}x_0 - \frac{3}{5}x_0 = \frac{3}{5}x_0 = 0.6x_0 = 120\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

i prešao je put $s_2 = |x_2 - x_1| = 120\ \mathrm{m}$.

**<u>3. promjena smjera gibanja galeba.</u>** Galeb leti od bržeg prema sporijem trajektu. Jednadžba gibanja galeba za ovaj period ($t_2 \le t \le t_3$) je:

$x_{galeb}(t) = x_2 + 6v(t - t_2)$.

U trenutku treće promjene smjera $t_3$ galeb se nalazi na istom položaju kao sporiji trajekt:

$x_{galeb}(t_3) = x_2(t_3)$,

$x_2 + 6v(t_3 - t_2) = x_0 + vt_3$,

$5vt_3 = x_0 - x_2 + 6vt_2$,

$t_3 = \frac{1}{5}\frac{x_0}{v} - \frac{1}{5}\frac{x_2}{v} + \frac{6}{5}t_2 = \frac{1}{5}\frac{x_0}{v} - \frac{3}{25}\frac{x_0}{v} + \frac{9}{25}\frac{x_0}{v} = \frac{11}{25}\frac{x_0}{v} = \frac{11}{25}t' = \frac{88\ \mathrm{m}}{v}$. **(1 bod)**

Galeb se u trenutku $t_3$ nalazi na položaju:

$x_3 = x_2 + 6v(t_3 - t_2) = x_2 + 6v\left(\frac{11}{25}\frac{x_0}{v} - \frac{3}{10}\frac{x_0}{v}\right) = \frac{3}{5}x_0 + \frac{21}{25}x_0 = \frac{36}{25}x_0 = 1.44x_0 = 288\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

i prešao je put $s_3 = |x_3 - x_2| = 168\ \mathrm{m}$.

**<u>4. promjena smjera gibanja galeba.</u>** Galeb se giba od sporijeg prema bržem trajektu. Jednadžba gibanja galeba za ovaj period ($t_3 \le t \le t_4$) je:

$x_{galeb}(t) = x_3 - 6v(t - t_3)$.

U trenutku četvrte promjene smjera $t_4$ galeb se nalazi na istom položaju kao brži trajekt:

$x_{galeb}(t_4) = x_1(t_4)$,

$x_3 - 6v(t_4 - t_3) = 2vt_4$,

$8vt_4 = x_3 + 6vt_3$,

$t_4 = \frac{1}{8}\frac{x_3}{v} + \frac{3}{4}t_3 = \frac{9}{50}\frac{x_0}{v} + \frac{33}{100}\frac{x_0}{v} = \frac{51}{100}\frac{x_0}{v} = \frac{51}{100}t' = \frac{102\ \mathrm{m}}{v}$. **(1 bod)**

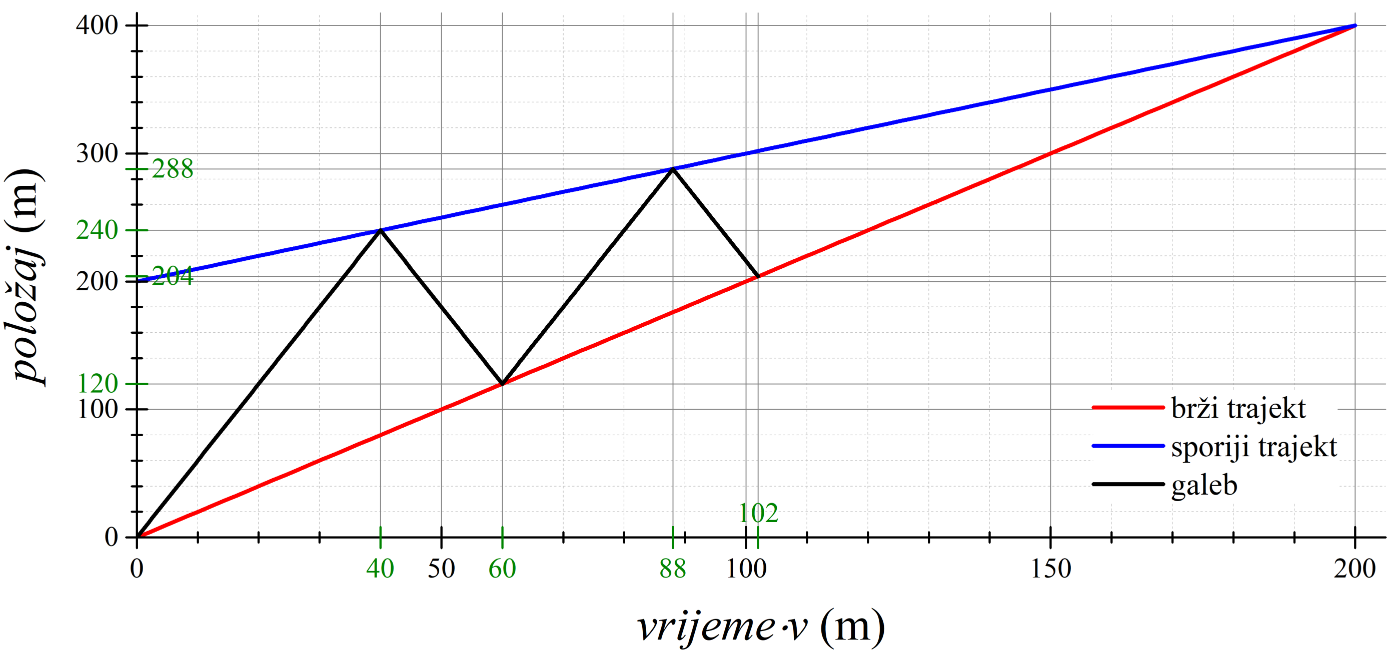
Galeb se u trenutku $t_4$ nalazi na položaju:

$x_4 = x_3 - 6v(t_4 - t_3) = x_3 - 6v\left(\frac{51}{100}\frac{x_0}{v} - \frac{11}{25}\frac{x_0}{v}\right) = \frac{36}{25}x_0 - \frac{21}{50}x_0 = \frac{51}{50}x_0 = 1.02x_0 = 204\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

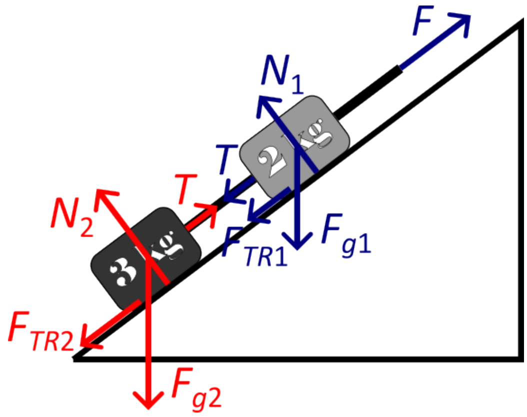
i prešao je put $s_4 = |x_4 - x_3| = 84\ \mathrm{m}$.

Ukupan prijeđeni put galeba do trenutka četvrte promjene smjera je: $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 612\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

Ovisnost položaja galeba o veremenu prikazana je na grafu. **(2 boda)**



**2. zadatak (17 bodova)**




Sve sile koje djeluju na oba tijela prikazane su na slici.
Zadatak se može riješiti na dva načina: primjenjujući zakon očuvanja energije ili primjenjujući 2. Newtonov zakon.

**<u>1. način: zakon očuvanja energije</u>**

Promatramo prvi dio gibanja od početnog trenutka do trenutka pucanja užeta koje spaja dva tijela. U tom periodu oba tijela prijeđu put *d* = 2 m uz kosinu. Rad sile *F* jednaka je promjeni energije sustava:

$W = m_1 g\Delta h + m_2 g\Delta h + \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + W_{TR1} + W_{TR2}$, **(2 boda)**

gdje je $\Delta h$ promjena visine tijela 1 i 2, *v* je brzina tijela 1 i 2 na kraju promatranog perioda, $W_{TR1}$ i $W_{TR2}$ je rad sile trenja na tijela 1 i 2.
Promjenu visine izrazimo pomoću puta prijeđenog po kosini *d*:

$\frac{\Delta h}{d} = \frac{h}{l} = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad \Delta h = 0.6d$. **(1 bod)**

Brzina *v* jednaka je:

$v = \sqrt{2ad}$, **(1 bod)**

gdje je *a* ubrzanje sustava.
Sile trenja na tijelo 1 i 2 jednake su:

$F_{TR1,2} = \mu N_{1,2}$, **(1 bod)**

$F_{TR1,2} = \mu F_{gy1,2}$, **(1 bod)**

$F_{TR1,2} = \mu \frac{k}{l} m_{1,2} g = 0.8\mu m_{1,2} g$. **(1 bod)**

Iznos sile *F* izračunamo iz zadanog rada i prijeđenog puta:

$W = Fd \quad \Rightarrow \quad F = \frac{W}{d} = 49\ \mathrm{N}$. **(2 boda)**

Uvrštavanjem u početnu jednadžbu dobije se:

$Fd = 0.6(m_1 + m_2)gd + (m_1 + m_2)ad + 0.8\mu(m_1 + m_2)gd,$

$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - 0.6g - 0.8\mu g.$

$a = \frac{49\ \mathrm{N}}{5\ \mathrm{kg}} - (0.6 + 0.8 \cdot 0.23) \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1.96\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. **(2 boda)**

Nakon pucanja užeta tijelo 2 giba se početnom brzinom *v* prema gore dok se ne zaustavi. Tijelo se giba jednoliko usporeno i prelazi put prema vrhu kosine $d_2$. Zakon očuvanja energije za ovaj period gibanja je:

$\frac{1}{2}m_2 v^2 = m_2 g\Delta h_2 + W_{TR2}$, **(1 bod)**

$\frac{1}{2}m_2 2ad = m_2 g 0.6 d_2 + 0.8\mu m_2 g d_2$, **(1 bod)**

$d_2 = \frac{ad}{(0.6 + \mu 0.8)g} = 0.5\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

U sljedećem periodu gibanja tijelo se giba jednoliko ubrzano niz kosinu. Dok ne stigne u početni položaj prelazi put $d + d_2 = 2.5\ \mathrm{m}$. Možemo napisati zakon očuvanja energije:

$m_2 g(\Delta h + \Delta h_2) = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + W_{TR2}$, **(1 bod)**

$m_2 g 0.6(d + d_2) = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + 0.8\mu m_2 g(d + d_2)$. **(1 bod)**

Slijedi da je brzina tijela 2 u trenutku povratka u početnu točku jednaka:

$v_2 = \sqrt{2(0.6 - 0.8\mu)(d + d_2)g} = 4.56\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. **(1 bod)**

**2. način: Newtonovi zakoni gibanja**

Promatramo prvi dio gibanja od početnog trenutka do trenutka pucanja užeta koje spaja dva tijela. Drugi Newtonov zakon za oba tijela po komponentama paralelno (*x* smjer) i okomito (*y* smjer) na kosinu glasi:

$m_1 a = F - T - F_{g1x} - F_{TR1}$, **(1 bod)**

$0 = N - F_{gy}$,

$m_2 a = T - F_{g2x} - F_{TR2}$, **(1 bod)**

$0 = N - F_{g2y}$.

Komponente sila odredimo pomoću sličnosti trokuta:

$\frac{F_{gx1,2}}{F_{g1,2}} = \frac{h}{l} = \frac{3}{5} = 0.6$, **(1 bod)**

$\frac{F_{gy1,2}}{F_{g1,2}} = \frac{k}{l} = \frac{4}{5} = 0.8$. **(1 bod)**

Sile trenja na tijelo 1 i 2 jednake su:

$F_{TR1,2} = \mu N_{1,2}$, **(1 bod)**

$F_{TR1,2} = \mu F_{gy1,2}$, **(1 bod)**

$F_{TR1,2} = \mu \frac{k}{l} m_{1,2} g = 0.8 \mu m_{1,2} g$.

Iznos sile *F* izračunamo iz zadanog rada i prijeđenog puta:

$W = Fd \quad \Rightarrow \quad F = \frac{W}{d} = 49\ \mathrm{N}$. **(2 boda)**

Zbrajanjem prve i treće jednadžbe dobijemo:

$(m_1 + m_2)a = F - 0.6(m_1 + m_2)g - 0.8\mu(m_1 + m_2)g$,

$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - (0.6 + 0.8\mu)g$.

$a = \frac{49\ \mathrm{N}}{5\ \mathrm{kg}} - (0.6 + 0.8 \cdot 0.23) \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1.96\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. **(2 boda)**

Nakon pucanja užeta tijelo 2 giba se početnom brzinom *v* prema gore dok se ne zaustavi. Tijelo se giba jednoliko usporeno i prelazi put prema vrhu kosine $d_2$. Drugi Newtonov zakon za to gibanje glasi (pozitivan smjer *x* osi je smjer početne brzine tijela 2 tj. prema vrhu kosine):

$m_2 a_2 = -F_{g2x} - F_{TR2}$, **(1 bod)**

$m_2 a_2 = -0.6 m_2 g - 0.8 \mu m_2 g$,

$a_2 = -(0.6 + 0.8\mu)g = -(0.6 + 0.8 \cdot 0.23) \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = -7.84 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. **(1 bod)**

Do zaustavljanja tijelo 2 prelazi put:

$d_2 = \frac{v^2}{2|a_2|}$,

Gdje je *v* brzina oba tijela u trenutku pucanja užeta:

$v = \sqrt{2ad}$, **(1 bod)**

Slijedi da je udaljenost $d_2$ jednaka:

$d_2 = \frac{ad}{|a_2|} = 0.5\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

U sljedećem periodu gibanja tijelo se giba jednoliko ubrzano niz kosinu. Dok ne stigne u početni položaj prelazi put $d + d_2 = 2.5\ \mathrm{m}$. Drugi Newtonov zakon za ovaj period gibanja je (pozitivan smjer *x* osi je smjer gibanja tijela 2 tj. prema dnu kosine):

$m_2 a_2' = F_{g2x} - F_{TR2}$, **(1 bod)**

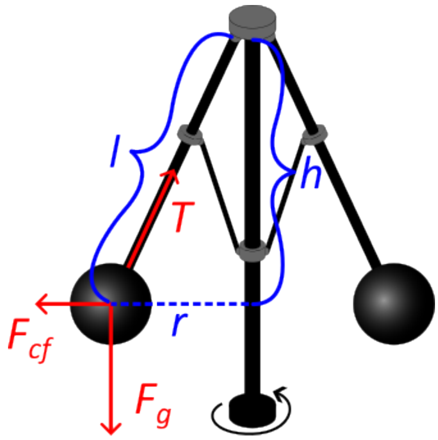
$m_2 a_2' = 0.6 m_2 g - 0.8 \mu m_2 g$,

$a_2' = (0.6 - 0.8\mu)g = (0.6 - 0.8 \cdot 0.23) \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 4.16 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. **(1 bod)**

Brzina tijela 2 u trenutku povratka u početnu točku jednaka je:

$v_2 = \sqrt{2a_2'(d + d_2)} = 4.56\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

**3. zadatak (16 bodova)**




Zadatak se može riješiti u sustavu kugle ili u laboratorijskom sustavu. Prikazano rješenje je u sustavu kugle. Na slici su prikazane sile koje djeluju na kuglu. Za stalnu frekvenciju vrtnje kugle su na stalnoj visini i vrijede sljedeće jednadžbe:

$T_x = F_{cf}$, **(2 boda)**

$T_y = F_g$. **(2 boda)**

Komponente sile *T* su:

$\frac{T_x}{T} = \frac{r}{l} \quad \Rightarrow \quad T_x = T\frac{r}{l}$, **(1 bod)**

$\frac{T_y}{T} = \frac{h}{l} \quad \Rightarrow \quad T_y = T\frac{h}{l}$. **(1 bod)**

Centrifugalna sila je

$F_{cf} = \frac{Mv^2}{r}$, **(1 bod)**

gdje je $v = 2r\pi f$. **(1 bod)** Uvrštavanjem u prve dvije jednadžbe dobije se:

$$T\frac{r}{l} = \frac{M4r^2\pi^2 f^2}{r},$$

$$T\frac{h}{l} = Mg.$$

Iz druge jednadžbe izrazimo T i uvrstimo u prvu jednadžbu:

$$\frac{Mgr}{h} = M4r\pi^2 f^2.$$

Slijedi da je frekvencija vrtnje osovine:

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}}$. **(4 boda)**

Za maksimalnu frekvenciju vrtnje osovine kut između šipke i osovine je 60°. Slijedi da je visina *h* minimalna i iznosi:

$\frac{h_{min}}{l} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow h_{min} = \frac{1}{2}l = 6\ \mathrm{cm}$. **(1 bod)**

Slijedi da je maksimalna frekvencija:

$f_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h_{min}}} = 2.035\ \mathrm{s}^{-1}$. **(1 bod)**

Maksimalna visina prstena je $h_{max} = h_{min} + \Delta h = 8\ \mathrm{cm}$. **(1 bod)** Minimalna frekvencija je:

$f_{min} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h_{max}}} = 1.762\ \mathrm{s}^{-1}$. **(1 bod)**

**4. zadatak (17 bodova)**

a) Za rotaciju Ia oko Juputera vriedi 2. Newtonov zakon za kružno gibanje:

$m_{Io} a_{cp} = F_{gravitacijska}$, **(1 bod)**

$m_{Io} \frac{v^2}{r} = \frac{G m_{Io} m_{Jupiter}}{r^2}$, **(2 boda)**

Gdje je *v* brzina gibanja Ia oko Jupitera i *r* je polumjer gibanja Ia oko Jupitera. Za brzinu *v* uvrstimo izraz $v = \frac{2r\pi}{T_{Io}}$ **(1 bod)** pa dobijemo:

$$\frac{4\pi^2 r}{T_{Io}^2} = \frac{G m_{Jupiter}}{r^2},$$

$$T_{Io} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G m_{Jupiter}}},$$

$$T_{Io} = 2\pi \sqrt{\frac{(421.6 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^3}{(6.67428 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}) \cdot (317.8 \cdot 5.9722 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}} = 152821.5\ \mathrm{s} = 42.45\ \mathrm{h} = 1.769\ \mathrm{dana}.$$

**(4 boda)**

b) Najprije trebamo izračunati period kruženja Jupitera oko Sunca. Slično kao u a) dijelu zadatka traženi period je jednak:

$$T_{Jupiter} = 2\pi \sqrt{\frac{r_{Sunce-Jupiter}^3}{G m_{Sunce}}},$$

$$T_{Jupiter} = 2\pi \sqrt{\frac{(778.5 \cdot 10^9\ \mathrm{m})^3}{(6.67428 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}) \cdot (1.989 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg})}} = 4335.5\ \mathrm{dana} = 11.87\ \mathrm{godina}.$$ **(2 boda)**

Za vrijeme jednog perioda Ia oko Jupitera relativna promjena kuta Zemlje u odnosu na Jupiter je:

$\Delta\varphi = \varphi_{Zemlja} - \varphi_{Jupiter}$. **(1 bod)**

Uvrstimo da je prijeđeni kut u vremenu perioda Ioa jednak $\varphi = \omega T_{Io}$ **(1 bod)**:

$$\Delta\varphi = \omega_{Zemlja} T_{Io} - \omega_{Jupiter} T_{Io},$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \left( \frac{1}{T_{Zemlja}} - \frac{1}{T_{Jupiter}} \right) T_{Io},$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \left( \frac{1}{365.25\ \mathrm{dana}} - \frac{1}{4335.5\ \mathrm{dana}} \right) \cdot 1.769\ \mathrm{dana} = 0.02787\ \mathrm{rad} = 1.5967° = 1°35'48''.$$ **(2 boda)**

Promjena je manja od 3° pa se promjena položaja Zemlje i Jupitera za vrijeme jednog perioda Ioa može zanemariti.

c) Kada se Zemlja nalazi na položaju najudaljenijem od Jupitera, svjetlost od Ioa do Zemlje prelazi veći put u odnosu na slučaj kada se Zemlja nalazi na položaju najbližem Jupiteru. Razlika puta svjetlosti u ta dva slučaja je $2r_{Sunce-Zemlja}$. **(1 bod)** Vrijeme „kašnjenja" pomrčine Ia jednako je vremenu potrebnom da svjetlost prijeđe navedenu razliku puta. Slijedi da je brzina svjetlosti jednaka:

$$c = \frac{2r_{Sunce-Zemlja}}{22\ \mathrm{min}} = \frac{2 \cdot 149.6 \cdot 10^9\ \mathrm{m}}{22 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 2.267 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}.$$ **(2 boda)**

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE**
***15. – 18. travnja 2024.***
***Podgora***

**Srednje škole – 1. grupa**

**RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA**
**(30 bodova)**

1) Određivanje dometa topa **(10 bodova)**

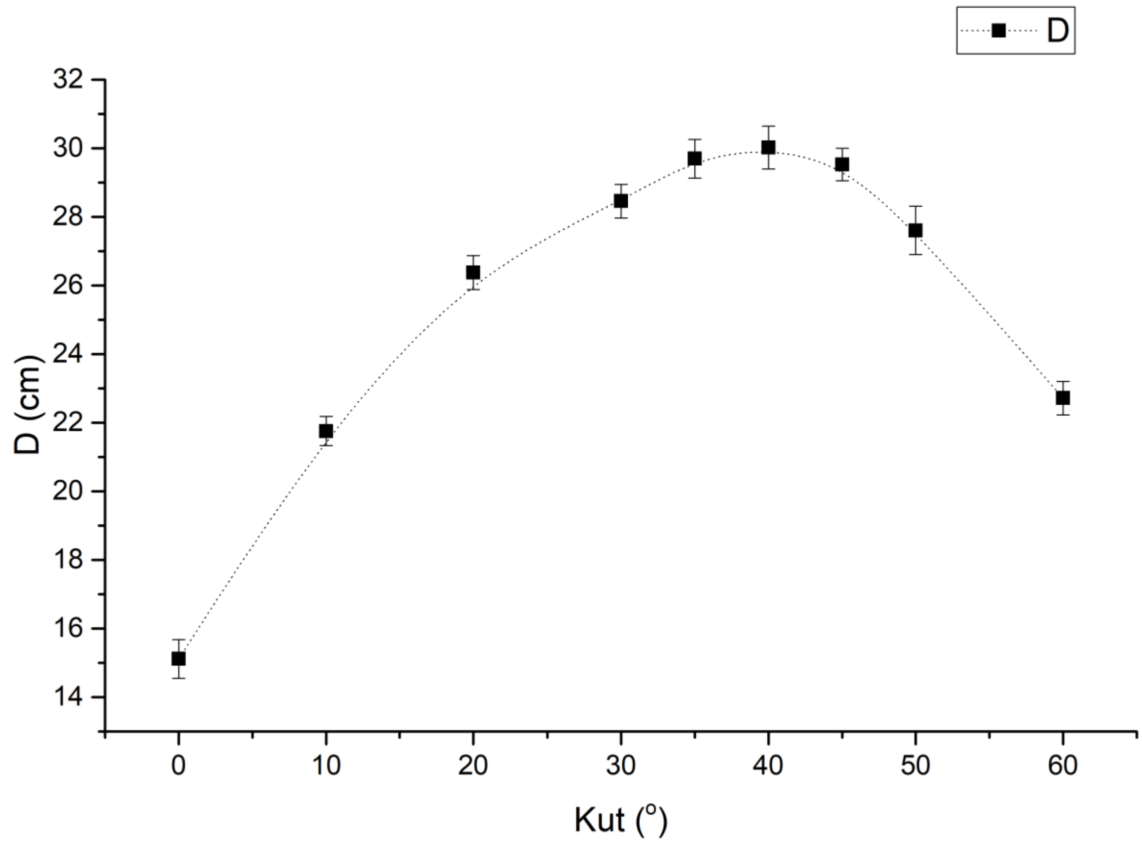
Potrebno je odrediti domet za različite kutove ispaljivanja. Top zalijepimo na rub stola i kuglicu ispucavamo u posudu s pijeskom te mjerimo udaljenost od centralne prečke topa do početka traga koji kuglica ostavi u pijesku. **(1 bod)**

Mjerenja prikazujemo tablično s označenim fizikalnim veličinama i pripadnim mjernim jedinicama. **(1 bod)**.

Za svaki kut potrebno je izmjeriti minimalno 5 mjerenja **(1 bod)**

| Mjerenje | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Kut ($^o$) | | | | | D (cm) | | | | | |
| 0 | 12,7 | 12,5 | 13 | 17 | 15,4 | 15,7 | 15,8 | 17,6 | 15,5 | 16 |
| 10 | 20 | 21,8 | 20,9 | 19,8 | 23 | 21,2 | 23,5 | 23 | 23,1 | 21,3 |
| 20 | 28,5 | 25,4 | 24,8 | 25,9 | 25,2 | 27,2 | 24,5 | 25,6 | 28 | 28,7 |
| 30 | 26,5 | 28,7 | 29,6 | 26 | 30,4 | 27,8 | 26,9 | 29,6 | 29,7 | 29,4 |
| 35 | 27,8 | 30,4 | 30,5 | 29,9 | 30 | 26,6 | 28,8 | 33,2 | 29,2 | 30,6 |
| 40 | 29 | 29,2 | 32 | 27 | 29,8 | 33,5 | 31,1 | 30,3 | 27,5 | 30,8 |
| 45 | 29 | 31,8 | 28,9 | 30 | 31,1 | 30,5 | 27,8 | 26,7 | 29,8 | 29,7 |
| 50 | 24,3 | 25,2 | 26 | 29,5 | 27,3 | 31 | 29,5 | 29,8 | 27 | 26,5 |
| 60 | 25 | 24 | 22,5 | 23,2 | 22,8 | 21,2 | 24,5 | 20 | 21,5 | 22,5 |

Iz mjerenja računamo srednju vrijednost i pogrešku te rezultate crtamo kao graf ovisnosti dometa o kutu ispaljivanja pazeći na pravilno označivanje osi s pripadnim mjernim jedinicama. **(3 boda)**



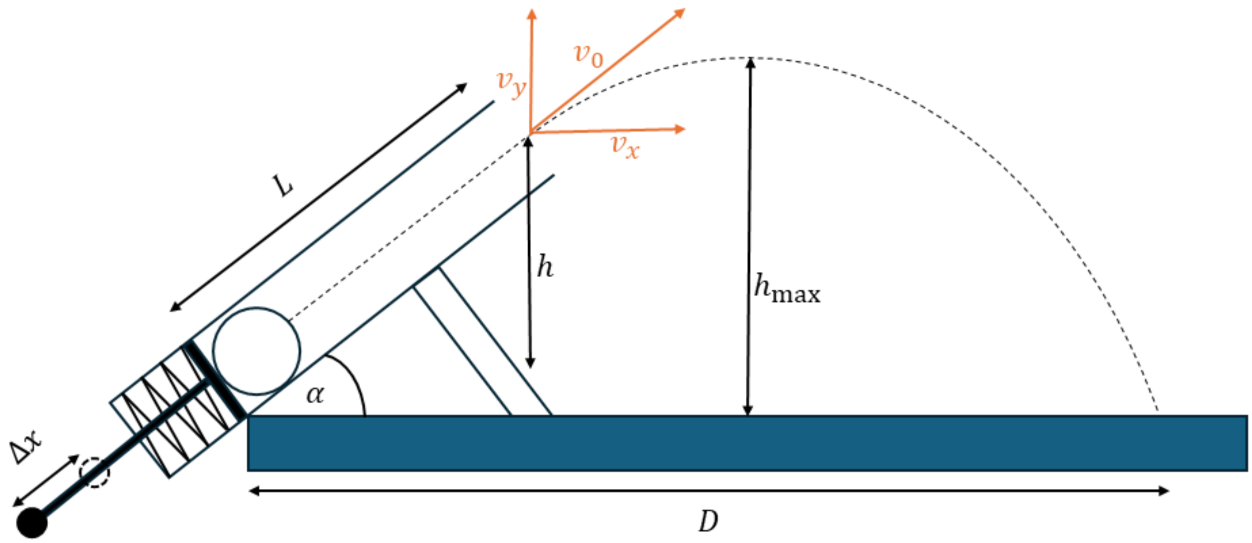

Iz izmjerene ovisnosti vidljivo je da je domet najveći pri 40°. Pogrešku maksimalnog dometa računamo iz izmjerenih podataka, a pogrešku kuta procjenjujemo. **(3 boda)**

$$D_{max} = (30 \pm 3)\ \mathrm{cm}$$
$$\alpha_{max} = (40 \pm 5)^0$$

Ocjenjuje se jesu li mjerenja izvršena dovoljno gusto da se dobiveni rezultat za kut može smatrati smislenim. **(1 bod)**

2) Određivanje konstante opruge **(10 bodova)**

Skica topa u napetom položaju pri 60°:




Iz zakona očuvanja energije duž cijevi topa (zanemarimo silu trenja) dobivamo: **(1 bod)**

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = mgh + \frac{mv_0^2}{2}$$

pri čemu je $g = 9{,}81\ m/s^2$ ubrzanje sile teže, a $\Delta x$ hod opruge.

Brzinu $v_0$ možemo rastaviti na komponente $v_x$ i $v_y$ pri čemu za kut $\alpha = 60°$ vrijede relacije $v_x = 1/2\ \ v_0$ te $v_y = \sqrt{3}/2\ \ v_0$.

Maksimalnu visinu možemo dobiti iz jednadžbi za jednoliko ubrzano gibanje

$$h_{max} = h + \frac{v_y^2}{2g} = h + \frac{3v_0^2}{8g}$$

Domet kosog hica dobivamo kao

$$D = v_x t_{uk} = \frac{1}{2} v_0 t_{uk}$$

Pri čemu je $t_{uk}$ ukupno vrijeme hica koje možemo rastaviti na vrijeme koje tane ide gore $t_g$ te vrijeme koje tane ide dolje $t_d$ te vrijedi $t_{uk} = t_g + t_d$

Izraze za vremena $t_g$ i $t_d$ možemo dobiti iz jednadžbi za jednoliko ubrzano gibanje te vrijedi:

$$t_g = \frac{v_y}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v_0}{g}$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

$$t_{uk} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2h}{g} + \frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

Prebacivanjem članova koji nisu pod korijenom na istu stranu te uvrštavanje izraza za $D$ dobivamo

$$\frac{2D}{v_0}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v_0}{g}=\sqrt{\frac{2h}{g}+\frac{3v_0^2}{4g^2}}$$

Možemo kvadrirati obije strane jednadžbe kako bismo se riješili izraza pod korijenom:

$$\left(\frac{2D}{v_0}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{v_0}{g}\right)^2=\frac{2h}{g}+\frac{3v_0^2}{4g^2}$$

te raspisivanjem kvadrata razlike i sređivanjem izraza dobiti:

$$v_0^2=\frac{2D^2g}{h+\sqrt{3}D}$$

Uvrštavanjem ovog izraza u zakon očuvanja energije dobivamo izraz za konstantu opruge:

$$k=\frac{2mg}{\Delta x^2}\left(h+\frac{D^2}{h+\sqrt{3}D}\right)$$

Visinu $h$ možemo izraziti preko duljine topovske cijevi do kuglice $L$ kao:

$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}L$$

Te konačni izraz za konstantu opruge glasi: (bilo koji točan izvod ukupno **4 boda**)

$$k=\frac{mg\sqrt{3}}{\Delta x^2}\left(L+\frac{4}{3}\frac{D^2}{L+2D}\right)$$

Veličine $L$ i $\Delta x$ možemo odrediti mjernom trakom tako da joj oblik prilagodimo otvoru topa te ju umetnemo u cijev topa. Mjerenjem dobivamo: **(2 boda)**

$$L=6.1\ \text{cm}$$
$$\Delta x=9\ \text{mm}$$

Uvrštavanjem tih vrijednosti, poznate mase kuglice $m=4.48$ g te izmjerenog dometa iz prvog dijela zadatka $D(60°)=22.7$ cm dobivamo: **(2 boda)**

$$k=182.7\ \text{N/m}$$

Pogrešku možemo ocijeniti iz relativne pogreške mjerenja $D$ koja iznosi oko 10% pa konačno dobivamo:

$$k=(180\ \pm 20)\text{N/m}$$

Priznaje se svaka smislena ocjena pogreške s točno zaokruženim sigurnim znamenkama **(1 bod)**

Napomena:

Zanemarivanje duljine cijevi $L$ sveli bi problem na jednostavan kosi hitac te bi izraz za $k$ u tom slučaju bio

$$k_{aprox} = \frac{2\sqrt{3}mgD}{3\Delta x^2}$$

Uvrštavanjem istih podataka u taj izraz dobili bi vrijednost

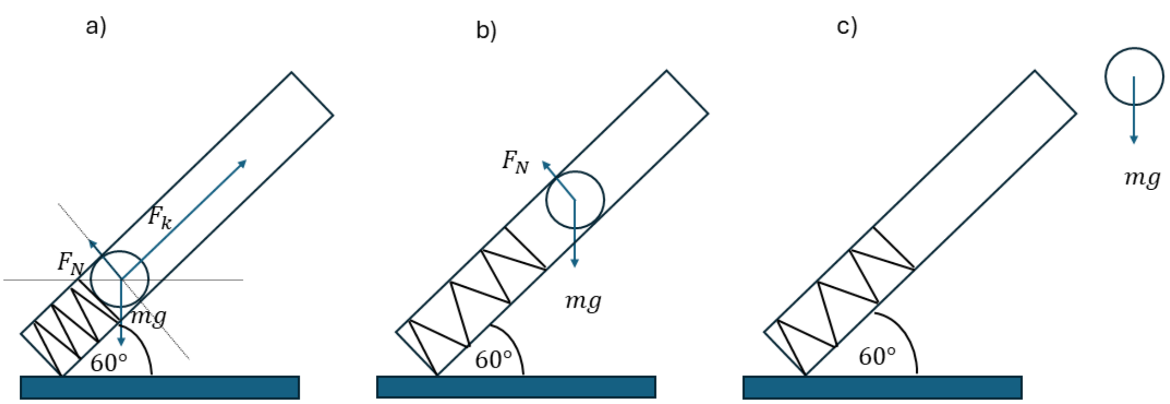
$$k_{approx} = 142.2 \text{ N/m}$$

Što je 22% manje od točnije izračunate vrijednosti. Obzirom da je greška od 22% veća od ostalih grešaka u mjerenju možemo zaključiti da nije opravdano zanemarivanje dimenzije topa $L$.

3) Izračun i grafovi akceleracija **(10 bodova)**

Promatrano gibanje sastoji se od 3 faze: a) ubrzavanje pod djelovanjem elastične sile opruge, b) jednoliko usporeno gibanje po kosini i c) kosi hitac

Dijagrami sila na kuglu u sve 3 situacije su slijedeći




Situacija a)
Sila $F_k$ predstavlja silu opruge na tijelo te iznosi:

$$F_k = k\Delta x$$

Akceleraciju u horizontalom i vertikalnom smjeru dobivamo iz 2. Newtonovog zakona popisivanjem svih komponenti **(1 bod)**

$$F_x = \frac{1}{2}F_k - \frac{\sqrt{3}}{2}F_N$$

$$F_y = \frac{\sqrt{3}}{2}F_k + \frac{1}{2}F_N - mg$$

Kako je gibanje kuglice ograničeno u cijevi topa ne smije postojati rezultanta sila na kuglicu u smjeru okomitom na os cijevi. Iz toga uvjeta možemo dobiti relaciju: **(1 bod)**

$$F_N - \frac{1}{2}mg = 0$$

Uvrštavanjem te relacije u gornje izraze te dijeljenjem s masom dobivamo **(1 bod)**

$$a_x = \frac{k}{2m}\Delta x - \frac{\sqrt{3}}{4}g$$

$$a_y = \frac{\sqrt{3}k}{2m}\Delta x - \frac{3}{4}g$$

Situacija b)

Isto kao situacija a) samo ne djeluje sila opruge $F_k$, dakle: **(1 bod)**

$$a_x = -\frac{\sqrt{3}}{4}g, \qquad a_y = -\frac{3}{4}g$$

Situacija c)

Djeluje samo akceleracija sile teže: **(1 bod)**

$$a_x = 0, \qquad a_y = -g$$

Za početnu poziciju x=0 opruga je maksimalno stisnuta pa je $\Delta x = 9$ mm te uvrštavanjem izračunatog $k$ dobivamo: **(1 bod)**

$$a_x(x=0) = 179.3\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_y(x=0) = 310.5\ \mathrm{m/s^2}$$

Akceleracija linearno pada do točke $x = \frac{1}{2}\Delta x = 4.5$ mm pri čemu je $\Delta x = 0$ te akceleracije iznose **(1 bod)**

$$a_x(x = 4.5\,mm) = -4.2\ \ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_y(x = 4.5\,mm) = -7.4\ m/s^2$$

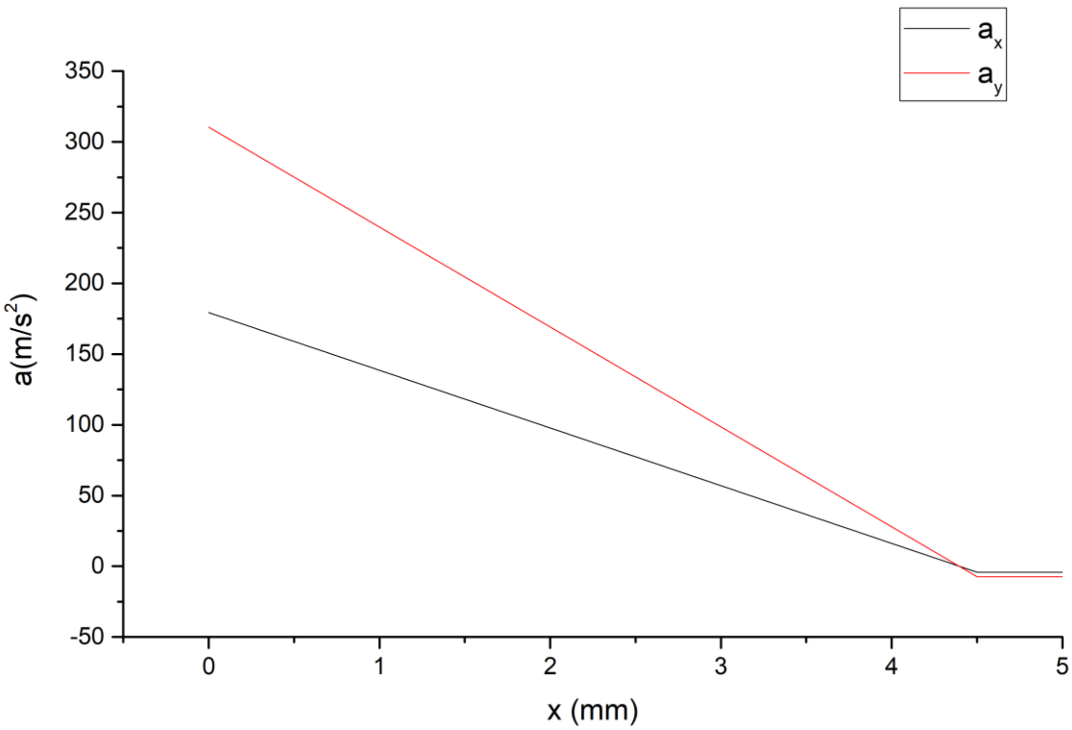
Akceleracija ostaje nepromijenjena do $x = \frac{1}{2}L = 30.5\ \ mm$. Nakon toga akceleracije iznose: **(1 bod)**

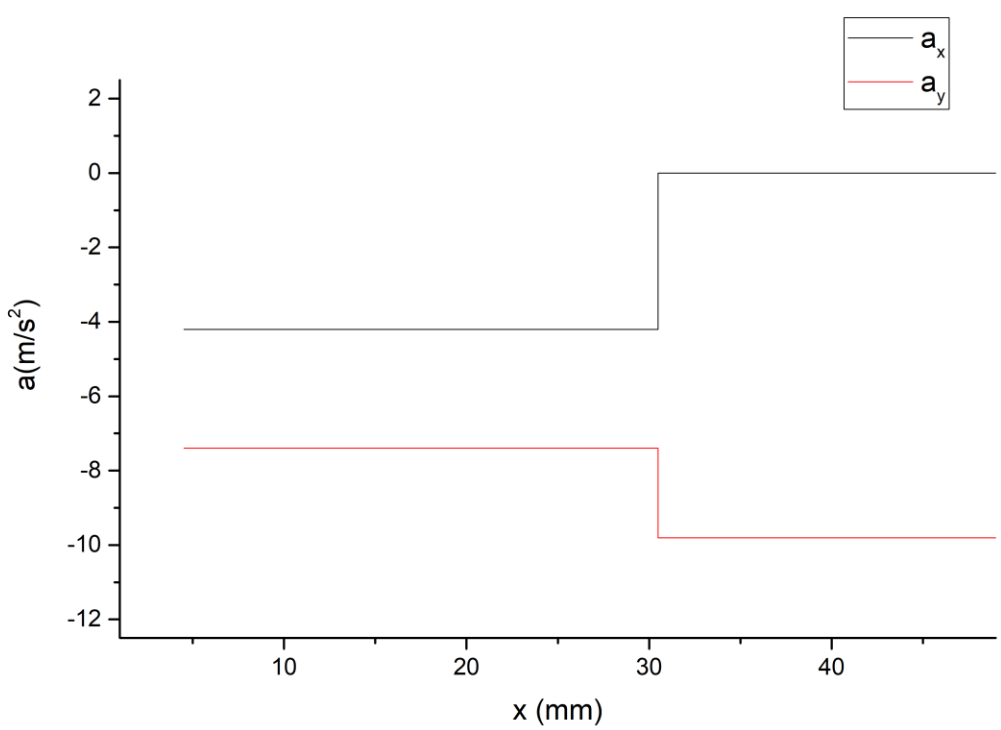
$$a_x(x > 30.5\,mm) = 0\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_y(x > 30.5\,mm) = -9.81\ \mathrm{m/s^2}$$

Akceleracije dalje ostaju nepromijenjene sve do pada kuglice u pijesak

Dobivaju se grafovi akceleracija: **(2 boda)**



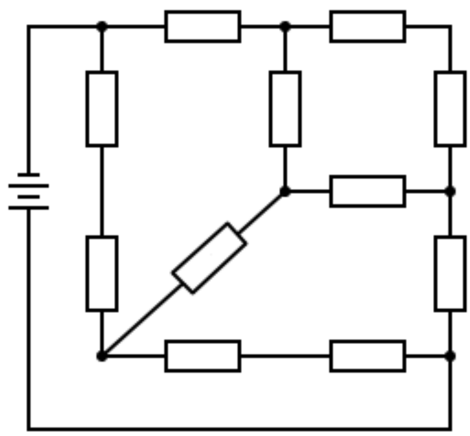
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 15. – 18. travnja 2024.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje koristi se kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni ikakve druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (20 bodova)

   Jedanaest identičnih cilindričnih otpornika nepoznatoga otpora početne temperature 20°C spoje se svojim bazama na spojne žice u sklop prikazan na slici, u kojemu naponski izvor uvijek daje napon od 240 V. Odredi, u početnome trenutku, omjer otpora sklopa i otpora pojedinoga otpornika.
   Ako je poznato da ta vrsta otpornika doživi katastrofalni kvar (pregori) na temperaturi od 770°C, odredi koji će otpornik/otpornici prvi pregorjeti i koliko je naboja do toga trenutka proteklo kroz svaki od pregorjelih otpornika. Pri računu pretpostavi da svi otpornici imaju isti otpor i da je on jednak početnomu, odnosno zanemari razlike u otporu pojedinih otpornika koje su posljedica zagrijavanja.
   Konačno, odredi omjer otpora sklopa nakon pregaranja prvih otpornika i početnoga otpora pojedinoga otpornika. Ovdje uzmi u obzir zagrijavanje te pretpostavi da su svi otpornici koji nisu pregorjeli temperature 760°C.
   Poznate su sljedeće specifikacije: toplinski kapacitet otpornika je 0.4 J/K, a koeficijent linearnoga toplinskog širenja $1.7 \cdot 10^{-5}$ $K^{-1}$. Pretpostavi da spomenute specifikacije i otpornost materijala od kojega je napravljen otpornik ne ovise o temperaturi, da se sva električna snaga koja se razvija na otporniku pretvara u toplinu, da su toplinski gubitci otpornika zanemarivi te da pregoreni otpornik ne vodi električnu struju.

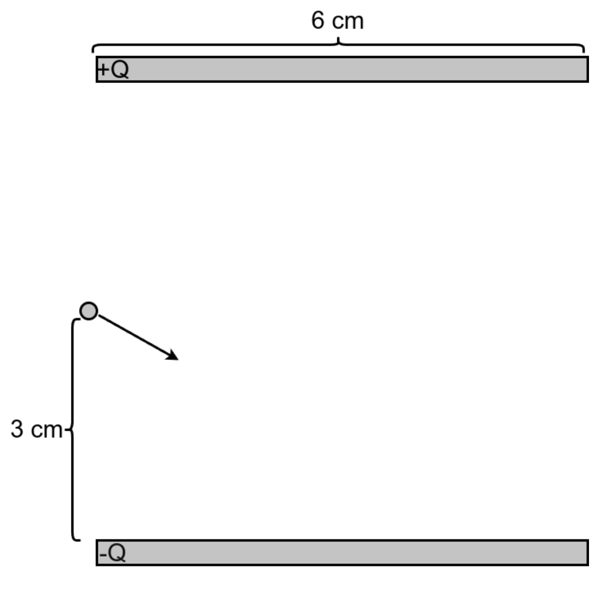


2. zadatak (15 bodova)

Pomični klip zanemarive debljine dijeli toplinski izoliranu komoru konstantnoga poprečnog presjeka dugu 36 cm na dva dijela i može po njoj kliziti bez trenja. Lijeva strana komore ispunjena je jednim molom dvoatomnoga idealnog plina temperature 500 K, a desna strana s nepoznatim brojem čestica jednoatomnoga idealnog plina temperature 400 K. Savršena opruga konstante elastičnosti 30 N/m učvršćena je za lijevi zid komore i klip. U početnome trenutku dopustimo izmjenu topline između dvaju dijelova komore kroz klip te njega pustimo da se giba (prije početnoga trenutka smo ga morali držati fiksiranim, jer tlakovi nisu bili jednaki). Odredi konačnu temperaturu sustava ako je opruga u početnome trenutku bila opuštena i duljine 24 cm (to je, dakle, ujedno i udaljenost lijevoga zida i komore), a u konačnom 18 cm. Pretpostavi da nema nikakvih gubitaka energije te da se u gibanju opruga nikad nije potpuno sabila.

3. zadatak (18 bodova)

Dan je pločasti kondenzator čije su plohe kvadrati duljine stranice 6 cm, što je ujedno i udaljenost među njima. Na polovici te udaljenosti, kao na slici, negativno nabijena čestica nepoznate mase i nepoznatoga iznosa naboja ulijeće između ploča kondenzatora, a time i u njegovo električno polje, tako da joj je vektor brzine usmjeren pod nekim kutom prema negativno nabijenoj ploči. Odredi omjer iznosa naboja i mase čestice te omjer promjene kinetičke energije čestice i njezine početne kinetičke energije ako je utvrđeno da, kad se naboj ploča kondenzatora održava na 0.03 nanokulona, promatrana čestica taman promaši negativno nabijenu ploču.
Dodatno, poznato je da bi, kad kondenzator ne bi bio nabijen, čestica, prešavši put od 5 cm za 10 nanosekunda od ulaska u prostor između ploča, udarila u ploču. Pretpostavi da je cijeli postav u vakuumu te da električno polje nabijenoga kondenzatora ispunjava cijeli prostor između ploča i da je ono savršeno homogeno. Zanemari gravitaciju. Permitivnost vakuuma jednaka je $8.854 \cdot 10^{-12}$ C/Vm.



4. zadatak (17 bodova)

Dva identična cilindrična spremnika stoje na horizontalnoj podlozi i ispunjena su do iste visine idealnim fluidom, a povrh njega drugim, dvostruko rjeđim, idealnim fluidom tako da je razlika u ukupnim visinama tekućina u spremnicima 70 cm. U jednome trenutku jedan se spremnik probuši na visini 10 cm od dna, a drugi na visini 20 cm, što je niže od razine gušćega fluida, pri čemu su dimenzije rupa nepoznate i ne nužno jednake. Ako je poznato da je protok kroz rupe jednak te da je omjer udaljenosti na koju na podlogu pada mlaz iz spremnika s višom rupom i udaljenosti na koju pada mlaz iz spremnika s nižom rupom jednak η, odredi formulu za brzinu mlaza iz rupa. Koristeći se prethodno izvedenom formulom, zaključi koje su kombinacije vrijednosti parametra η i ukupne visine fluida u spremnicima fizikalne i izračunaj početne brzine mlazova za η = 2. Rjeđi fluid dolijeva se u oba spremnika osiguravajući da je protok kroz rupe neovisan o vremenu, zanemari promjenu količine gibanja dolivenoga fluida te energiju koja se troši na njegovo ubrzavanje.

Fizikalne konstante:

$g$ = 9.81 m/s$^2$
$T_0$ = -273.15°C
$R$ = 8.314 J/Kmol

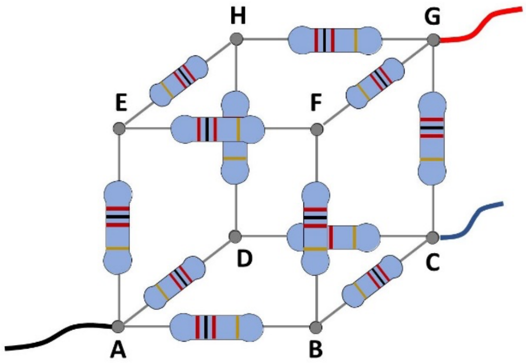
**Državno natjecanje iz fizike**

Podgora, 15. – 18. travnja 2024.

**Eksperimentalni zadatak – 2. skupina**

**Otporna kocka**

**Zadatak:** Na slici je prikazan spoj 12 jednakih otpornika koji čine kocku (tzv. otporna kocka).




Eksperimentalno i računski odredite ekvivalentni (ukupni otpor) između točaka A i C (plošna dijagonala) i točaka A i G (prostorna dijagonala) kocke.

**Pribor:**

- 12 jednakih otpornika od 100 Ω
- digitalni multimetar
- spojne žice
- eksperimentalna pločica

**Tijekom rješavanja zadatka potrebno je:**

1. Nacrtati nadomjesnu shemu spoja u slučaju mjerenja ukupnog otpora između točaka A i C. **(2 boda)**

2. Nacrtati nadomjesnu shemu spoja u slučaju mjerenja ukupnog otpora između točaka A i G. **(2 boda)**

3. Izvesti formulu kojom će te odrediti otpor između točaka A i C (plošna dijagonala) i točaka A i G (prostorna dijagonala) kocke. **(12 bodova)**

4. Pomoću izvedenih formula izračunati otpor između točaka A i C (plošna dijagonala) i točaka A i G (prostorna dijagonala) kocke. **(2 boda)**

5. Na eksperimentalnoj pločici sastaviti otpornu kocku po prikazanoj shemi spoja, iskoristiti 12 otpornika i po potrebi ponuđene spojne žice. Nakon sastavljanja otporne kocke pozvati člana državnog povjerenstva zaduženog za ovaj eksperimentalni zadatak. **(8 bodova)**

6. Na sastavljenom spoju multimetrom (ommetrom) izmjeriti otpor kocke između točaka A i C (plošna dijagonala) i točaka A i G (prostorna dijagonala) kocke. **(4 bodova)**

---

Ukupno **30 bodova**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 15.-18. travnja 2024.

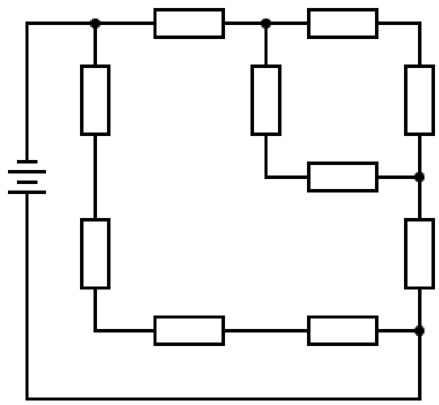
Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačiji način, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

**Zadatak 1.** (ukupno bodova: 20)

Zbog simetrije problema, krajevi žice koja stoji dijagonalno će biti na istom potencijalu (naponu) te stoga kroz nju struja ne teče. U tom slučaju možemo dani spoj zamijeniti ekvivalentnom shemom na kojoj smo maknuli dijagonalnu žicu i pripadajući otpornik **(4 boda)**.



Neka je otpor pojedinog otpornika $R$. Tada je mali kvadrat paralelni spoj po dva serijski spojena otpornika

$$\frac{1}{R_{\text{mali}}} = \frac{1}{R+R} + \frac{1}{R+R}$$
$$R_{\text{mali}} = R. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni otpor gornje grane je rezultat serijskog spoja malog kvadrata i dva otpornika

$$R_{\text{gore}} = R_{\text{mali}} + R + R = 3R.$$

Na donjoj grani, na neprekinutim stranicama većeg kvadrata, imamo serijski spoj 4 otpornika pa je otpor te grane jednak

$$R_{\text{dolje}} = R + R + R + R = 4R. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni otpor je rezultat paralelnog spoja dvije grane

$$R_{\text{sklop}} = \left(\frac{1}{3R} + \frac{1}{4R}\right)^{-1} = \frac{12}{7}R,$$

što nam daje i traženi omjer koji iznosi 12/7 **(1 bod)**.

Kako bi odredili koji otpornik prvi pregori moramo odrediti na kojem je od njih električna snaga najveća. U ovom ćemo rješenju promatrati pad napona na otpornicima, odnosno tražiti maksimum za $P = UI = U^2/R$, koristeći naputak da su svi otpori približno jednaki zaključujemo da je dovoljno naći otpornik s najvecim padom napona **(1 bod)**.

Kako je spoj gornje i donje grane paralelan, ukupni pad napona na otpornicima u svakoj grani mora biti jednak 240 V. Obzirom da je otpor malog kvadrata jednak otporu otpornika gornja grana je sastavljena od 3 komponente identičnog otpora, gdje je donja grana sastavljena od 4, pa je jasno da otpornici na gornjoj grani imaju veći pad napona. Dodatno, kako mali kvadrat uključuje serijski spoj njegovi otpornici imaju manji pad napona od drugih otpornika iz gornje grane. Sveukupno, možemo zaključiti da će preostala dva otpornika iz gornje grane prvi pregorjeti **(2 boda)**, a pad napona na njima je jednak

$$\Delta U = \frac{1}{3} U_{\text{uk}} = 80\text{V}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupna toplina koju otpornik može primiti prije kvara je

$$\Delta Q = C \Delta T = 300\text{J}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ona je jednaka ukupnoj električnoj snazi koja se razvijala na otporniku u vremenu do kvara, a ako uzmemo u obzir da je pad napona na njemu konstantan, vrijedi

$$P_{\text{el}} = UI = \frac{\Delta E}{\Delta t}, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$\Delta E = UI\Delta t = U\frac{\Delta q}{\Delta t}\Delta t = U\Delta q, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

$$\Delta q = \frac{\Delta E}{U} = \frac{\Delta Q}{U} = 3.75\text{C}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Zakon toplinskog širenja možemo primijeniti na otpor otpornika

$$R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{l}{r^2\pi}, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$R(T) = \rho\frac{l_0(1+\alpha\Delta T)}{r_0^2(1+\alpha\Delta T)^2\pi} = \rho\frac{l_0}{r_0^2(1+\alpha\Delta T)\pi}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Otpor zagrijanog otpornika je

$$R(T = 760°\text{C}) = \frac{R(T = 20°\text{C})}{1+\alpha\Delta T}, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Nakon pregaranja, jedina neprekinuta komponenta strujnog kruga je donja grana te traženi omjer

$$\frac{R_{\text{kon}}}{R(T = 20°\text{C})} = \frac{4R(T = 760°\text{C})}{R(T = 20°\text{C})} = \frac{4}{1+\alpha\Delta T} = 3.950, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

**Zadatak 2.** (ukupno bodova: 15)

Kako imamo izmjenu topline kroz klip u konačnom stanju će temperature lijeve i desne strane komore biti jednake **(2 boda)**. Jednu jednadžbu koja povezuje tražene veličine možemo dobiti iz zakona očuvanja energije $E_{\text{poč}} = E_{\text{kon}}$ **(1 bod)**

$$E_{\text{poč}} = \frac{5}{2} n_L R T_L + \frac{3}{2} n_D R T_D \,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$E_{\text{kon}} = \frac{5}{2} n_L R T_k + \frac{3}{2} n_D R T_k + \frac{1}{2} k \left(\Delta l\right)^2 \,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$

pri čemu je $\Delta l$ elongacija opruge. Drugu jednadžbu dobivamo iz uvjeta da u konačnom stanju sustav miruje, odnosno da se sile na klip moraju poništiti

$$p_L S + k\Delta l = p_D S \,, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

nadalje, možemo iskoristiti jednadžbu stanja idealnog plina kako bi eliminirali tlak

$$\frac{n_L R T_k}{d} + k\Delta l = \frac{n_D R T_k}{d} \,, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

pri čemu je $d$ duljina svakog od dijelova komore u konačnom stanju koja iznosi 0.18 m **(1 bod)**. Sada imamo sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice kojega trebamo riješiti bilo kojom metodom kako bi dobili iznos konačne temperature. Raspisivanje vodi na kvadratnu jednadžbu

$$\frac{8}{3} \frac{R n_L}{T_D} T_k^2 + \frac{1}{3T_D} \left(k\Delta l(\Delta l + 3d) - n_L R(5T_L + 3T_D)\right) T_k - k\Delta l d = 0 \,. \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Uvrštavanjem vrijednosti danih u tekstu zadatka i biranjem pozitivnog korijena kvadratne jednadžbe (po definiciji termodinamička temperatura ne može biti negativna) dobivamo $T_k = 462.4964$ K **(2 boda)**.

**Zadatak 3.** (ukupno bodova: 18)

Postavimo koordinatni sustav tako da se x-y ravnina poklapa s ravninom gibanja čestice, pri čemu je apscisa položena na negativnu ploču kondenzatora, a ordinata usmjerena prema pozitivno nabijenoj ploči. U prvom slučaju, ako ploče kondenzatora nisu nabijene, čestica se giba jednoliko pravocrtno te iz informacije o prijeđenom putu i proteklom vremenu do sudara zaključujemo: $v_0$ = 5·$10^6$ m/s, $v_{x,0}$ = 4·$10^6$ m/s, $v_{y,0}$ = -3·$10^6$ m/s **(2 boda)**.

Sljedeće, koristimo poznate relacije o kapacitetu kako bi dobili električno polje između ploča

$$C_{\text{pločasti}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_0 d\,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$
$$Q = CU = CEd\,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$
$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 d^2}\,, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

pri čemu je $C$ kapacitet (pločastog) kondenzatora, $\varepsilon_0$ permitivnost vakuuma, $d$ duljina stranice kondenzatora, $Q$ naboj na ploči, a $E$ električno polje.

Kako je električno polje homogeno i paralelno s ordinatom gibanje u tom smjeru će biti jednoliko ubrzano s akcelelracijom $|q|E/m$ **(1 bod)**, dok će u smjeru apscise biti jednoliko. Sve skupa imamo

$$v_x = v_{x,0}\,,$$
$$x(t) = v_{x,0}t\,, \qquad \textbf{(1 bod)}$$
$$v_y = v_{y,0} + \frac{|q|}{m}\frac{Q}{\varepsilon_0 d^2}t\,,$$
$$y(t) = \frac{d}{2} + v_{y,0}t + \frac{|q|}{m}\frac{Q}{\varepsilon_0 d^2}\frac{t^2}{2}\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Čestica jedva promašuje negativno nabijenu ploču, što znači da izlazi u točki $x = d = 6$ cm, $y = 0$ cm **(1 bod)**. Ubacimo li to u prethodne relacije i riješimo sustav jednadžbi dobivamo traženi omjer

$$\frac{|q|}{m} = \frac{2\varepsilon_0 d v_{x,0}^2}{Q}\left(\frac{|vy,0|}{vx,0} - \frac{1}{2}\right)\,. \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Konačno, uvrstimo brojeve i izračunamo

$$\frac{|q|}{m} = 1.4166\cdot 10^{11}\,\text{C/kg}\,. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Korištenjem prethodno navedenih relacija lako dobivamo konačnu brzinu čestice

$$v_{x,\text{kon}} = v_{x,0}\,,$$
$$v_{y,\text{kon}} = v_{y,0} + \frac{|q|}{m}\frac{Q}{\varepsilon_0 d v_{x,0}} = v_{y,0} + v_{x,0}\left(\frac{2|v_{y,0}|}{v_{x,0}} - 1\right) = |v_{y,0}| - v_{x,0}\,. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Što nam daje traženi omjer

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\left(|v_{y,0}| - v_{x,0}\right)^2 - v_{y,0}^2}{v_{x,0}^2 + v_{y,0}^2} = \frac{v_{x,0}^2 - 2v_{x,0}|v_{y,0}|}{v_0^2} = -0.32\,. \qquad \textbf{(2 boda)}$$

**Zadatak 4.** (ukupno bodova: 17)

Označimo spremnik s nižom rupom indeksom 1, a onaj s višom s 2. Tada po uvjetu zadatka imamo za domete mlazove $R_2 = \eta R_1$ **(1 bod)**. Kako se mlazovi ponašaju kao horizontalni hitci vrijedi

$$R = v_0\sqrt{2\Delta h/g}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Koristeći poznate podatke možemo zaključiti

$$v_2 = \frac{\eta}{\sqrt{2}}v_1. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Kako je tok neovisan o vremenu, možemo za svaki spremnik možemo napisati Bernoullijevu jednadžbu u početnom trenutku i sve iz njih izračunati

$$\rho g(h_0 - nd) + \frac{\rho}{2}gh_n + \frac{\rho v_{s,n}^2}{2} = \frac{\rho v_n^2}{2}, \qquad \textbf{(2 boda)}$$

pri čemu je $\rho$ gustoća, a $h_0$ visina fluida u donjem dijelu spremnika, $d$ visina niže rupe, $h_n$ visina rjeđeg fluida, $v_{s,n}$ brzina kojom se spušta razina gušćeg fluida te $v_n^2$ početna brzina mlaza.
Po uvjetu zadatka tok kroz rupe je jednak, što znači da možemo izjednačiti tok gušćeg fluida u cilindru, a kako su cilindri identični to znači da su brzine $v_{s,1}$ i $v_{s,2}$ jednake **(3 boda)**. Iskoristimo li tu informaciju, kombiniranjem s prethodno navedenim relacijama dolazimo do jednadžbe

$$\left(\frac{\eta^2}{2} - 1\right)v_1^2 = g\left((h_2 - h_1) - 2d\right), \qquad \textbf{(2 bod)}$$

odnosno

$$v_1 = \sqrt{g}\sqrt{\frac{2(h_2 - h_1) - 4d}{\eta^2 - 2}}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ako je razina fluida u drugom spremniku viša, tada je brojnik razlomka pozitivan, pa i nazivnik mora isto biti pozitivan, to jest $\eta > \sqrt{2}$ **(2 boda)**. U suprotnom, ako je razina fluida u prvom spremniku viša, tada nazivnik mora biti negativan, što vodi na $0 < \eta < \sqrt{2}$ **(2 boda)**.
Za $\eta = 2$ imamo prvi slučaj te uvrštavanjem dobivamo $v_1 = 2.2147$ m/s **(1 bod)** te $v_2 = 3.1321$ m/s **(1 bod)**.

Fizikalne konstante:
$g$ = 9.81 m/s$^2$;
$T_0 = -273,15°$C
$R = 8.314$ J/Kmol.

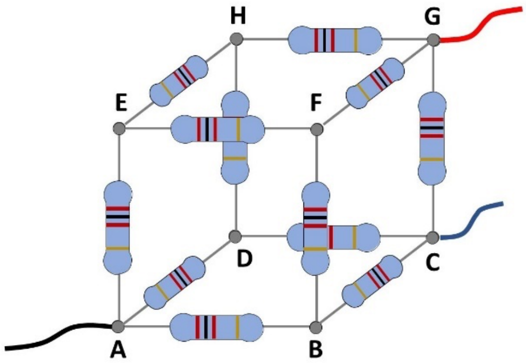
**Državno natjecanje iz fizike**

Podgora, 15. – 18. travnja 2024.

**Eksperimentalni zadatak – 2. skupina**

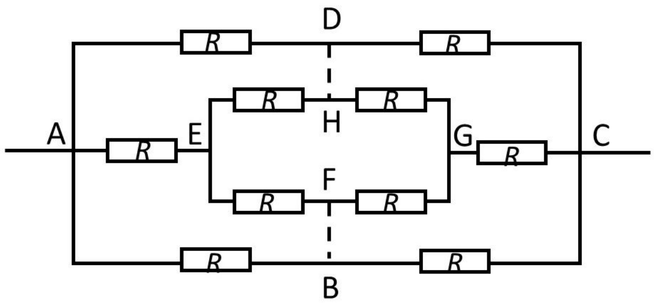
**Otporna kocka - rješenje**

Otporna kocka je spoj 12 jednakih otpornika koji čine kocku.




Kada se kocka spoji na izvor napona traže se točke jednakih potencijala, odnosno točke između kojih je pad napona jednak nuli. Između tih točaka struja ne teče.

Plošna dijagonala - ekvivalentna shema:




Točke D i H i točke B i F su na istom potencijalu i između tih točaka struja ne prolazi. Otpornici se ne crtaju.

Ekvivalentni otpor između točaka A i F:

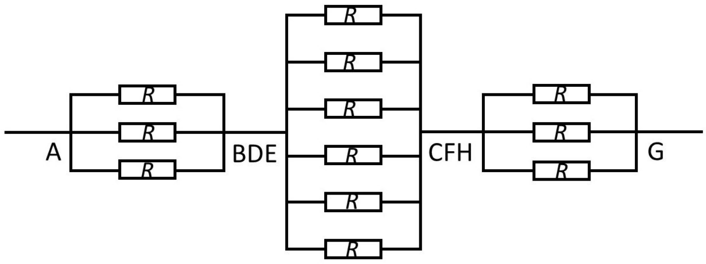
$$\frac{1}{R_{\mathrm{AC}}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R + \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}} + R} + \frac{1}{2R}$$

$$R_{\mathrm{AC}} = \frac{3}{4}R$$

$$R_{\mathrm{AC}} = \frac{3}{4} \cdot 100\ \Omega$$

$$R_{\mathrm{AC}} = 75\ \Omega$$

Prostorna dijagonala - ekvivalentna shema:




Točke B, D, E i C, F, H su na istom potencijalu.

Ekvivalentni otpor između točaka A i G:

$$R_{\mathrm{AG}} = \frac{1}{\frac{3}{R}} + \frac{1}{\frac{6}{R}} + \frac{1}{\frac{3}{R}}$$

$$R_{\mathrm{AG}} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3}$$

$$R_{\mathrm{AG}} = \frac{5}{6}R$$

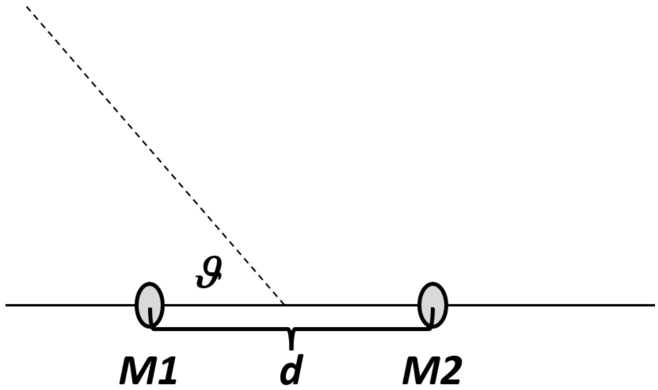
$$R_{\mathrm{AG}} = \frac{5}{6} \cdot 100\ \Omega$$

$$R_{\mathrm{AG}} = 83{,}3\ \Omega$$

# Zadatci za državno natjecanje 2024. – 3. skupina

### 1. zadatak (18 bodova)

Dva mikrofona međusobno su udaljena $d = 4$ dm. Mikrofoni su povezani na računalo koje precizno zapisuje zvučne valove, te ih prikazuje na grafu. Mikrofoni mjere i intenzitet. Intenzitet koji je zabilježio desni mikrofon veći je za $0.128$ dB od onoga koji je zabilježio lijevi (nije prikazano na grafu).

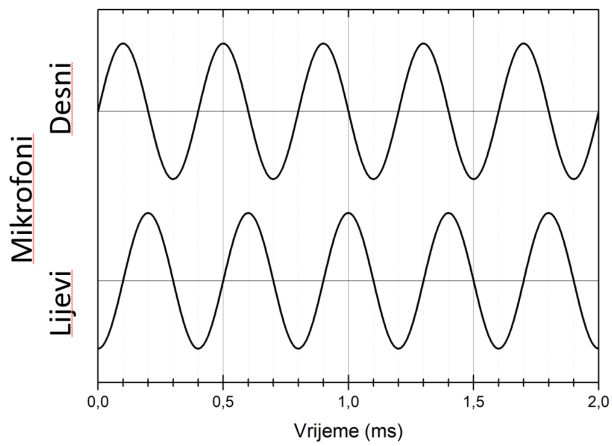



Nađi:

a) Valnu duljinu i frekvenciju zvučnoga vala koji mikrofoni primaju.

b) Moguća rješenja za kut $\vartheta$ koji smjer izvora signala zatvara s pravcem na kojemu su mikrofoni (slika).

c) Moguće udaljenosti izvora za sve kutove.



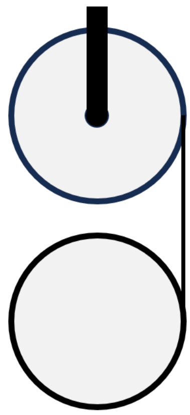

Pretpostavi da je izvor zvuka dovoljno udaljen tako da je valna fronta koja stiže do mikrofona ravna. Brzina zvuka u zraku je $c = 343$ m/s.

### 2. zadatak (19 bodova)

Sobna vrata jednolike gustoće, dimenzija $D \times H$, naslonjena su na dvije šarke koje se nalaze simetrično udaljene od dna i vrha vrata. Širina vrata je $D = 1$ m. Udaljenost među šarkama je $1.8$ m. Masa vrata je $m = 12.2324$ kg. Šarke su takve da donja šarka nosi dvostruko veću vertikalnu silu od gornje šarke. Nađi komponente sila kojima vrata djeluju na obje šarke.

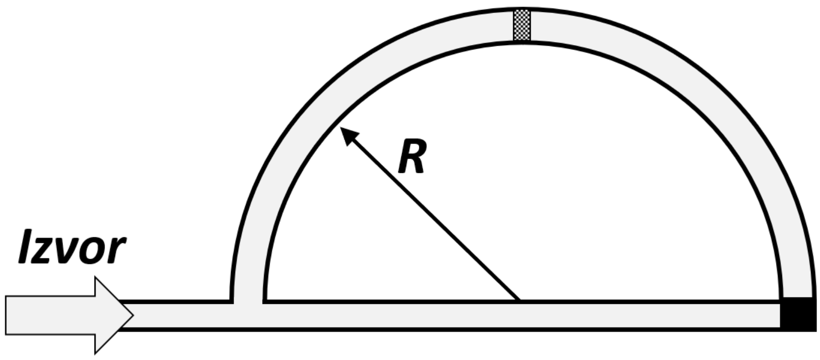
**3. zadatak (19 bodova)**

Na dva identična diska radijusa $R$ i mase $m = 5$ kg namotana je bezmasena nerastezljiva nit kao na slici. Gornji disk je pričvršćen za osovinu na kojoj slobodno rotira, bez trenja. Donji cilindar je slobodan u vertikalnome gibanju. U početnome trenutku je položaj osi donjega diska $x(0) = x_0$ i njegova brzina $v(t) = 0$. Nađi izraz za $x(t)$ donjega diska i vrijednosti za napetost niti $T$ i silu $N$ na osovinu gornjega diska. Usporedi iznos napetosti $T$ s napetosti $T_0$ koju bi nit imala u slučaju da su oba diska na neki način zakočeni tako da ne mogu rotirati. Kakav bi tada bio izraz za $x_0(t)$? Koliko bi iznosila sila na osovinu $N_0$?



**4. zadatak (14 bodova)**

Zvučni val frekvencije $f = 680$ kHz poslan je kroz valovod koji se dijeli na dva dijela, od kojih je jedan polukružnoga oblika promjenjivoga radijusa $R$ (slika). Val koji se širi polukružnim dijelom nailazi na prvu prepreku na pola puta te se reflektira. Val koji se širi ravnim dijelom nailazi na drugu prepreku, na kojoj se polukružni dio spaja s ravnim. Prva se prepreka ponaša kao slobodni, a druga kao čvrsti kraj. Nađi izraz za $R$ za koji je doprinos intenzitetu zvuka od reflektiranih valova blizu izvora minimalan i za koji je maksimalan. Izvrijedni vrijednost za najmanji $R$ u oba slučaja. Brzina zvuka je $c = 343$ m/s.




**VAŽNO:**
**Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora koji nije spojen na internet.**

**Državno natjecanje iz fizike**

**15. do 18. travnja 2024., Podgora**

**EKSPERIMENTALNI ZADATAK**

**3. skupina**

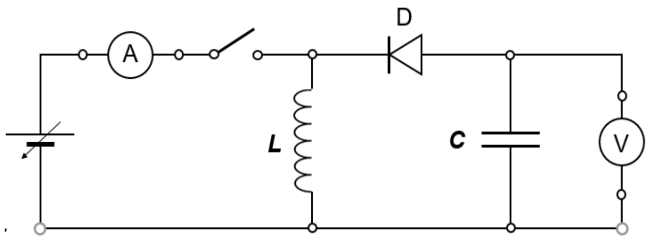
**Pribor:**

Zavojnica, kondenzator, dioda, baterija AA 1,5V, prekidač, 2 univerzalna instrumenta, promjenjivi otpornik (trimer) 1 kΩ, otpornik 100 Ω, tipkalo, kučište za AA bateriju, otpornik 10 MΩ, baterija 9V, konektor za bateriju 9V, eksperimentalna pločica (1 velika ili 2 manje), spojne žice za eksperimentalnu pločicu, spojne žice sa krokodilskim štipaljkama.

## Zadatci:

### 1. dio

Na slici 1 prikazan je strujni krug:




*Slika 1*

Dioda (D) je pasivni elektronički element koji u zadanoj situaciji ima ulogu električnog ventila. U ovisnosti kako je spojena, struju propušta ili ne propoušta. Ako je katoda (crta na oznaci za diodu) spojena na pozitivni pol izvora napona ne propušta struju, ako je katoda spojena na negativni pol izvora stuju propušta.

**a)** *Opišite kako biste pomoću danog strujnog kruga odredili induktivnost zavojnice?*

*Primijenite i sve potrebne fizikalne zakonitosti.* **3 boda**

### 2. dio

U vašem zadatku je i kapacitet kondenzatora nepoznat.

Odredite kapacitet kondenzatora.

Za ovaj dio zadatka koristite otpornik izvor napona od 9V (baterija), kondenzator nepoznatog kapaciteta, otpornik od 10 MΩ, tipkalo, zaporni sat, eksperimentalna pločica i spojne žice, multimetar (koristite kao ampermetar, odaberite mjerno područje .200 μA, DCA) Spojne žice se spajaju na COM ulaz multimetra (-) i VΩmA ulaz (+).

Koristite tipkalo umjesto sklopke. Tipkalo ima dva stanja: spojeno (uključeno, ON) kad je tipka pritisnuta i nije spojeno (isključeno, OFF) kada tipka nije pritisnuta.

**b)** Sastavite strujni krug na eksperimentalnoj pločici sa navedenim elementima u kojem ćete istražiti kako se kondenzator prazni preko otpornika R=10MΩ. **2 boda**
*Nacrtajte shemu tog strujnog kruga.*

**c)** *Prikažite grafički* (na milimetarskom papiru) kako se struja u slučaju pražnjenja kondezatora mijenja u vremenu. **2 boda**

Savjet je da prvo provjerite kako se pri pražnjenju kondenzatora mijenja struja koja prolazi kroz dani otpornik u vremenu. Tada razmislite kako ćete mjeriti vrijeme za koje je postignuta određena vrijednost struje.

Izvedite nekoliko serija mjerenja (barem 5) i koristite srednje vrijednosti mjerenja vremena. Opišite kako ste izveli svoja mjerenja. **1 bod**

**d)** *Na osnovu vaših mjerenja, koliko je vremena prošlo da bi vrijednost struje pala na polovicu vrijednosti u odnosu na početnu vrijednost?* **1 bod**

Kod pražnjenja kondenzatora, za promjenu struje u vremenu vrijedi:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$I_0$ je vrijednost struje u nultom trenutku ($t$=0s).

**e)** Prikažite tablično sva svoja mjerenja i potrebne izračune! **3 boda**

**f)** Nacrtajte grafički prikaz ovisnosti ln($I(t)/I_0$) o vremenu izbijanja $t$. **2 boda**

Iz tog grafičkog prikaza odredite kapacitet kondenzatora. **4 boda**

**g)** *Kako bi se mijenjao napon na kondenzatoru u vremenu?* **0,5 boda**

**h)** *Što je najviše uvjetovalo pogreške u vašim mjerenjima?* **0,5 boda**

## 3.dio

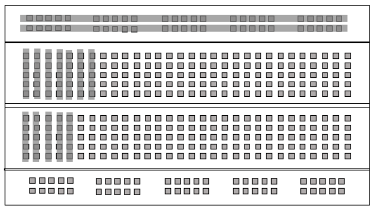
Za strujni krug prikazanom na slici 1 uz predložene elemete predviđen je gubitak energije od 50%. Ovaj podatak treba uzeti u obzir pri konačnom rezultatu koji će se dobiti na osnovu vaših mjerenjea!

Na slici je prikazana strujno kompenzirajuća prigušnica.

Ona se sastoji od dviju zavojnica namotanih na feritnu jezgru. Koristiti ćete samo jednu od tih zavojnica. Na slici se vidi Ona naljepnica s oznakom zavojnice i na tim izvodima zavojnicu spajate u strujni krug. Zadatak je odrediti induktivnost ove zavojnice.


Sastavite strujni krug na eksperimentalnoj pločici prema slici 2.

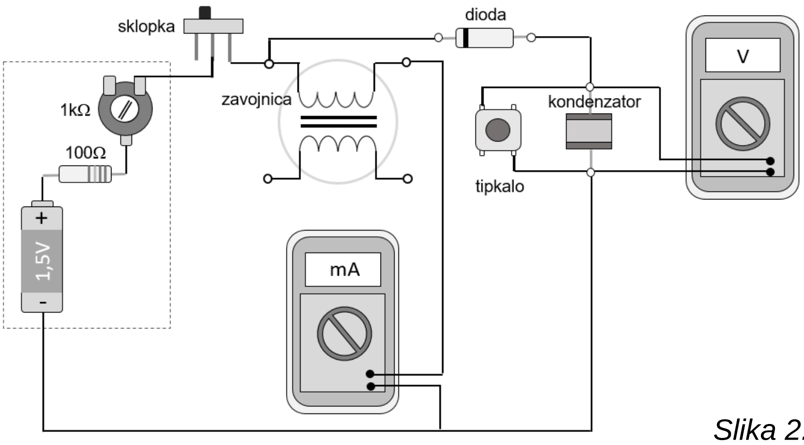
Ova se pločica sastoji od plastičnog kućišta na čijoj se gornjoj strani nalazi mnoštvo rupica namijenjenih umetanju nožica različitih komponenti. Rupice su u unutrašnjosti pločice međusobno povezane prema određenom pravilu. Na slici su označene međusobno povezane rupe. One predstavljaju mjesta jednakog potencijala. Na slici je označen dio međusobno spojenih rupa.



Koristite bateriju od 1,5V. Na voltmetru namjestite mjerno područje 20V DCV, a na ampermetru .200 mA DCA. Spojne žice se spajaju na COM ulaz multimetra (-) i VΩmA ulaz (+). Kako bi za vrijeme mjerenja mogli mijenjati struje dodaje se promjenjivi otpornik (trimer od 1kΩ). Zakretanjem okretnog dijela s utorom na sredini trimera, mijenja se vrijednost struje kroz zavojnicu. Koristite priloženi odvijač za zakretanje.

**i)** *Prikažite grafičku ovisnost napona na kondenzatoru o ovisnosti o struji kroz zavojnicu.* Struju namještate pomoću promjenjivog otpornika. Nemojte premašiti vrijednosti od 10 mA! Za svaku namještenu vrijednost struje očitajte pripadne napone na kondenzatoru. Primijenite tipkalo da bi prije svakoj novog očitavanja ispraznili kondenzator. Očitajte najveći postignuti napon za barem 10 odabranih vrijednosti struja. Mjerenja prikažite tablično i zatim grafički.

**4 boda**




*Slika 2.*

*Koji je predznak napona na kondenzatoru?* **1 bod**

**j)** *Na osnovu grafičkog prikaza odredite induktivnost zavojnice.* **4 boda**

**k)** *Što je sve uvjetovalo točnost vaših mjerenja?* **2 boda**

# Državno natjecanje iz fizike, 2024.
# Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

**1. zadatak (18 bodova)**

a) Period vala je vidljiv iz grafa i iznosi $T = 0.4$ ms, što nam daje frekvenciju $f = T^{-1} = 2.5$ kHz. **(2 boda)**
Valna duljina je dana s $\lambda = \frac{c}{f} = 0.1372$ m. **(1 bod)**

b) Razlika puta za zvuk između prvog i drugog mikrofona dana je s $\Delta$ i za nju vrijedi: **(3 boda)**

$$\cos\vartheta = \frac{\Delta}{d}$$

Iz zadatka saznajemo da je zvuk jači na desnom mikrofonu, što znači da val dolazi s desne strane. **(1 bod)**
Vidimo iz grafa da val na lijevi mikrofon kasni za $t = 0.1$ ms, što u duljini iznosi $\Delta = ct = 34.3$ mm. **(1 bod)**
No, tu moramo biti oprezni, jer to nije jedina moguća duljina. Možda je val kasnio $t = 0.5$ ms, tj za cijeli jedan period, ili $0.9$ ms, tj. za dva perioda... Općenito rješenje pišemo kao: **(2 boda)**

$$\Delta = ct + n\lambda\,;n \in \mathbb{N}_0$$

Sva moguća rješenja za kut $\vartheta$ su: $95°(85), 115°(65), 140°(40)$. U zagradama su označeni kutevi ako nam je kut definiran od desnog mikrofona. Kako je zadano na slici u zadatku svi kutevi su $> 90°$ (definirani od lijevog mikrofona). To su sva rješenja, jer je za veće $n$ vrijednost $\cos\vartheta > 1$ **(2 boda)**

c) Pretpostavimo da je izvor intenziteta $I$. Na udaljenosti desnog mikrofona pišemo intenzitet **(1 bod)**

$$S_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0}$$

Na udaljenosti lijevog mikrofona vrijedi: **(1 bod)**

$$S_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0}$$

Zvuk opada s kvadratom udaljenosti, tj. vrijedi: **(1 bod)**

$$I_1 = \frac{I}{R^2} \;\; ; \;\; I_2 = \frac{I}{(R+\Delta)^2}$$
$$S_1 - S_2 = 0.128\text{dB} = 10\log\frac{I_1}{I_2} = 20\log\frac{R+\Delta}{R}$$
$$1 + \frac{\Delta}{R} = 10^{\,0.128/20}$$
$$R = \frac{\Delta}{10^{\,0.128/20} - 1}$$

Upotrijebimo vrijednosti $\Delta$ iz b) dijela:

$R_1 = 2.31$ m. **(1 bod)**
$R_2 = 11.55$ m. **(1 bod)**
$R_3 = 20.79$ m. **(1 bod)**

**2. zadatak (19 bodova)**

Podatak da su sobna vrata jednolike gustoće govori nam da je centar mase vrata u sjecištu dijagonala, na polovici visine i polovici širine vrata. **(1 bod)**
Za rješavanje zadatka postavit ćemo koordinatni sustav sa ishodištem u donjem lijevom uglu vrata, kao na slici. Os $x$ i $y$ prate bridove dužine i visine vrata. U takvom koordinatnom sustavu koordinate donje i gornje šarke su $(0, s)$ i $(0, H - s)$, a koordinata centra mase vrata je $(\frac{D}{2}, \frac{H}{2})$. Sile na donju i gornju šarku ćemo označiti kao $\vec{F_D}, \vec{F_G}$.
Iskoristimo zakone statike krutog tijela. Za kruto tijelo u mirovanju vrijedi:

- Zbroj svih sila iščezava **(2 boda)**
- Zbroj svih momenata oko proizvoljne točke zakretanja iščezava **(2 boda)**

Pišemo zbroj svih sila:

$$\vec{F_D} + \vec{F_G} + \vec{G} = 0$$

Momente ćemo promatrati oko donje šarke. Iako je odabir točke zakretanja proizvoljan izbor moramo se odlučiti za neku. Logični odabiri su gornja i donja šarka i centar mase. **(2 boda)**

Zbroj svih momenata je:

$$\vec{h} \times \vec{F_G} + \vec{r} \times \vec{G} = 0$$

gdje je $\vec{h}$ vektor koji se proteže od donje do gornje šarke a $\vec{r}$ vektor od donje šarke do centra mase (slika). Raspis vektora po jediničnim vektorima je:

$$\vec{h} = (0, H - 2s)$$
$$\vec{r} = (\frac{D}{2}, \frac{H}{2} - s)$$

Ove dvije jednadžbe možemo raspisati po osima (prvu po $x$ i $y$, drugu po $z$), a tome dodati i podatak iz zadatka da je iznos vertikalne sile na donju šarku dvostruko veći od sile na gornju:

$$
\begin{aligned}
\hat{x} &:: \ F_{D\,x} + F_{G\,x} = 0 \\
\hat{y} &:: \ F_{D\,y} + F_{G\,y} - mg = 0 \\
\hat{z} &:: \ -h_y F_{G\,x} - r_x mg = 0 \\
P &:: \ F_{D\,y} = 2F_{G\,y}
\end{aligned}
$$

Rješavamo četiri jednadžbe s četiri nepoznanice: **(8 bodova)**
(za svaku komponentu 2 boda)

$$
\begin{aligned}
F_{D\,x} &= \frac{D\,mg}{2(H-2s)} \\
F_{D\,y} &= \frac{2}{3}mg \\
F_{G\,x} &= -\frac{D\,mg}{2(H-2s)} \\
F_{G\,y} &= \frac{1}{3}mg
\end{aligned}
$$

Na kraju se trebamo sjetiti da se traže sile na šarke, a ne sile na vrata. Po trećem Newtonovom zakonu, sila na gornju šarku je dakle: **(2 boda)**

$$\vec{F} = \left( \frac{D\,mg}{2(H-2s)}\,, -\frac{mg}{3} \right)$$

Izvrijednjeno $F_G = (33.33, 80)$ N. Sila na donju: **(2 boda)**

$$\vec{F} = \left( -\frac{D\,mg}{2(H-2s)}\,, -\frac{mg}{3} \right)$$

Izvrijednjeno: $F_D = (-33.33, 40)$ N.

**3. zadatak (19 bodova)**

Moment inercije diska dan je s $I = mR^2/2$. **(1 bod)**
Zapisujemo jednadžbe gibanja gornjeg diska. S obzirom da disk miruje, pišemo: **(1 bod)**

$$N = T + mg$$

gdje je $N$ sila osovine na koloturu (slika), a $T$ sila napetosti niti. Jednadžba za rotacijsko gibanje je: **(1 bod)**

$$I\alpha_1 = -RT$$

gdje smo uzeli da je kutna akceleracija $\alpha_1$ pozitivna u smjeru obrnutom od kazaljke na satu.

Za drugi disk jednadžbe su: **(2 boda)**

$$
\begin{aligned}
ma &= mg - T \\
I\alpha_2 &= RT
\end{aligned}
$$

gdje smo uzeli da je kutna akceleracija $\alpha_2$ pozitivna u smjeru obrnutom od kazaljke na satu.

Povezujemo još kutnu i pravocrtnu akceleraciju: **(2 boda)**

$$a = R\left(\alpha_2 - \alpha_1\right)$$

Oduzmemo li kutnu jednadžbu drugog valjka od kutne jednadžbe prvog:

$$I\frac{a}{R} = 2RT$$

Izrazimo $T$ iz jednadžbe za $a$:

$$T = mg - ma$$
$$\left(I + 2mR^2\right)a = 2R^2 mg$$

Konačni izraz: **(1 bod)**

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{2mR^2}}$$

iz čega je $x(t)$: **(2 boda)**

$$x(t) = \frac{gt^2}{2 + \frac{I}{mR^2}} + x_0$$

Napetost niti je: **(1 bod)**

$$T = mg - ma = mg\frac{1 + \frac{I}{2mR^2} - 1}{1 + \frac{I}{2mR^2}} = \frac{mg}{1 + \frac{2mR^2}{I}} = \frac{mg}{5}$$

$T = 9.81$ N. **(1 bod)**
Sila na osovinu: **(1 bod)**

$$N = T + mg = \frac{6}{5}mg$$

$N = 58.9$ N. **(1 bod)**

Da su oba diska zakočeni, ne bi bilo gibanja, tj. $x_0(t) = x_0$. **(1 bod)**
Napetost niti bi stoga bila $T = mg = 49.05$ N. **(2 boda)**
Sila na osovinu: $N = T + mg = 2mg = 98.1$ N. **(2 boda)**

**4. zadatak (14 bodova)**

Valna duljina vala frekvencije $f$ je $\lambda = \frac{c}{f} = 50.4$ cm. **(1 bod)**

Valni put koji prevali zvuk kroz polukružni dio dan je s $\Delta_1 = \pi R$. **(1 bod)**
Refleksijom o slobodan kraj ne dolazi do dodatnog faznog pomaka. **(1 bod)**
Put koji prevali zvuk kroz ravni dio je $\Delta_2 = 4R + \frac{\lambda}{2}$. **(1 bod)**
Refleksijom o čvrsti kraj dolazi do faznog pomaka za pola valne duljine. **(1 bod)**

Razlika u putevima ta dva zvuka dana je s $\Delta = (4 - \pi)R + \frac{\lambda}{2}$. **(1 bod)**

Da bismo dobili minimum zvuka mora doći do destruktivne interferencije, koja se događa za: **(1 bod)**

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} + n\lambda \,, n \in \mathbb{N}_0$$

Da bismo dobili maksimum mora doći do konstruktivne interferencije što vrijedi za: **(1 bod)**

$$\Delta = n\lambda \,, n \in \mathbb{N}_0$$

Uvrštavanjem, minimumi se događaju za: **(2 boda)**

$$(4-\pi)R + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} + n\lambda \Rightarrow R = \frac{n\lambda}{4-\pi}$$

Izvrijednjeno $R = \lambda/(4-\pi) = 58.8$ cm. **(1 bod)**
Rješenje $R = 0$ se ne prihvaća jer bi to značilo da na istom mjestu imamo i slobodni i čvrsti kraj, što nije fizikalno.

Maksimumi se događaju za: **(2 boda)**

$$(4-\pi)R + \frac{\lambda}{2} = n\lambda \Rightarrow R = \frac{(2n+1)\lambda}{8-2\pi}$$

Izvrijednjeno $R = 29.4$ cm. **(1 bod)**

**Državno natjecanje iz fizike**

**15. do 18. travnja 2024., Podgora**

# RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

**3. skupina**

## 1. dio

**a)** Kad je strujni krug zatvoren, ampermetar pokazuje jakost struje u zavojnici. Budući da je dioda spojena na zavojnicu u svojem nepropusnom smjeru, kroz dio kruga u kojem je dioda struja ne teče pa se kondenzator ne nabija. U trenutku kad se prekidačem prekine strujni krug u zavojnici se inducira elektromotorni napon i diodom poteče struja, koja nabija kondenzator. Najveći napon izmjeri se voltmetrom. Zatvori se strujni krug i izmjeri se jakost struje koja prolazi kroz zavojnicu.

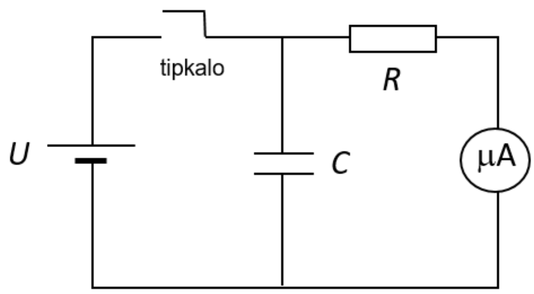
U ovom strujnom krugu dolazi do pretvorbe energije magnetskog polja zavojnice u električnu energiju kondenzatora. Ukoliko je poznat kapacitet kondenzatora moguće je odrediti nepoznati induktivitet zavojnice.

**3 boda**

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CU^2 \;\Rightarrow\; L = \left(\frac{U}{I}\right)^2 \cdot C$$

## 2. dio

**b)**




**2 boda**

Moguće su i drugačije izvedbe sklopa.

**d) t = 0.69 s** **1 bod**

**g)** Na isti način kao i struja, pokazivao bi eksponencijalnu ovidnost. **0,5 boda**

**h)** Nemogućnost da se istovremeno uključi zaporni sat i sklopka ili tipkalo. **0,5 boda**

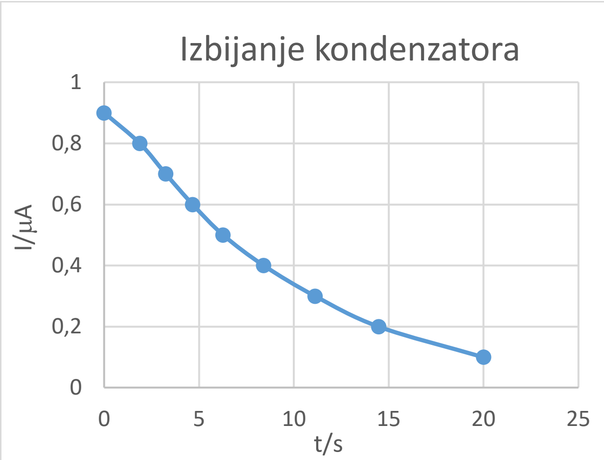
*Moguće je očitati vrijeme da struja od vrijednosti 9 $\mu$A prije isključivanja strujnog kruga, padne na vrijednost 8 $\mu$A, zatim vrijeme da nakon isključivanja padne na 7 $\mu$A i nastaviti tako u koracima po 1 $\mu$A sve dok struja od početne vrijednosti neposredno prije isključivanje ne padne na 1 $\mu$A. Svako mjerenje se može ponoviti 5 puta i dalje koristiti srednje vrijednosti pojedinih mjerenja.*

**1 bod**

**f)**

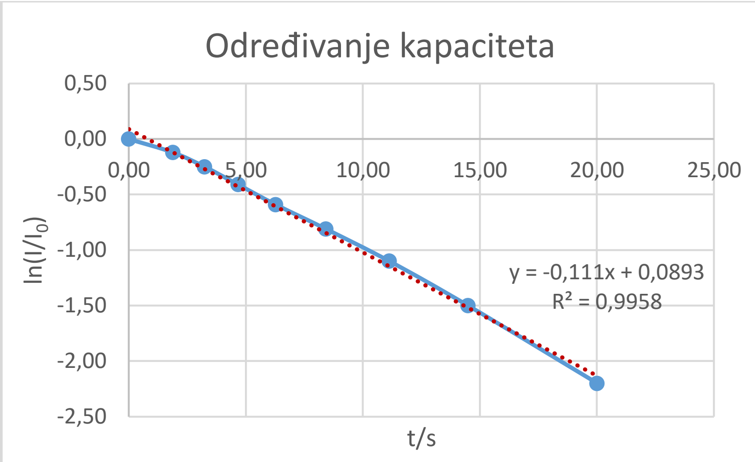
| $I$/μA | 1. serija $t$/s | 2. serija $t$/s | 3. serija $t$/s | 4. serija $t$/s | 5. serija $t$/s | sred.vr. $\bar{t}$/s | ln($I$/$I_0$) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,9** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **0** | 0,00 | **3 boda** |
| **0,8** | 1,97 | 1,98 | 1,97 | 1,91 | 1,55 | **1,88** | -0,12 | |
| **0,7** | 3,47 | 3,17 | 3,13 | 3,13 | 3,31 | **3,24** | -0,25 | |
| **0,6** | 5,13 | 4,53 | 4,37 | 4,57 | 4,73 | **4,67** | -0,41 | |
| **0,5** | 6,53 | 6,57 | 5,77 | 6,19 | 6,31 | **6,27** | -0,59 | |
| **0,4** | 8,53 | 8,37 | 8,19 | 8,53 | 8,47 | **8,42** | -0,81 | |
| **0,3** | 11,47 | 11,13 | 10,71 | 11,13 | 11,19 | **11,13** | -1,10 | |
| **0,2** | 14,43 | 14,13 | 14,43 | 14,31 | 15,13 | **14,49** | -1,50 | |
| **0,1** | 19,91 | 19,79 | 20,19 | 19,91 | 20,25 | **20,01** | -2,20 | |

**c)**




**2 boda**

**f)**




**2 boda**

$$\frac{I(t)}{I_0} = e^{-\frac{1}{RC}t} \qquad / \ln$$

$$\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) = -\frac{1}{RC}t$$ **1 bod**

$m$ ... nagib pravca, $$m = \frac{-2{,}20-0{,}09}{20{,}01s} = -0{,}11s^{-1}$$ **1 bod**

$$m = -\frac{1}{RC} \Rightarrow C = -\frac{1}{mR} = -\frac{1}{-0{,}11s^{-1}\cdot 10^{7}\Omega}$$ **1 bod**

$$\boldsymbol{C = 9{,}1\cdot 10^{-7}F}$$

$$C = 0{,}91\mu F$$ **1 bod**

$$\boldsymbol{C \approx 1\ \mu F}$$

Kako je najbliža standarna vrijednost komercijalnih kondenzatora 1 μF, rezultat se može zaokružiti na 1μF. Tolerancija proizvođača za korišteni kondenzator od 1 μF je ±10%.

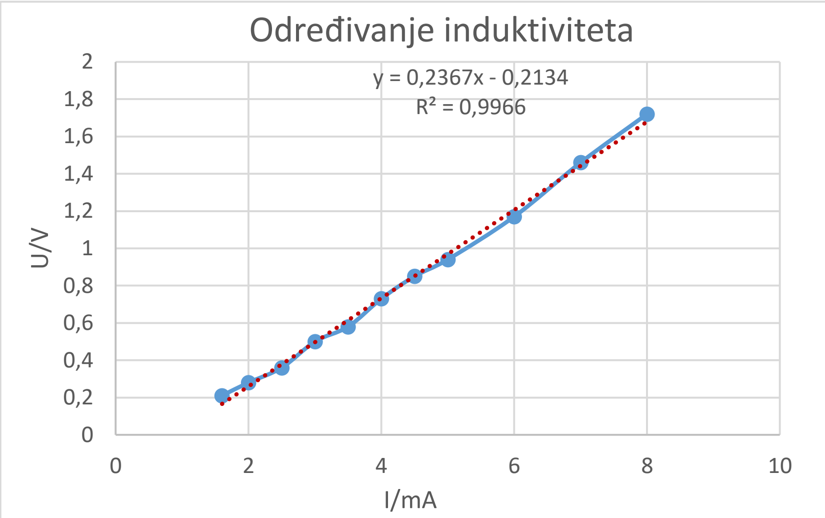
Napomena: pražnjenje kondenzatora je uobičajeno prikazati s negativnim vrijednostima struje!

## 3.dio

**i)**

| $I$/mA | $U$/V | $\|U\|/V$ |
|---|---|---|
| 1,6 | -0,21 | 0,21 |
| 2 | -0,28 | 0,28 |
| 2,5 | -0,36 | 0,36 |
| 3 | -0,5 | 0,5 |
| 3,5 | -0,58 | 0,58 |
| 4 | -0,73 | 0,73 |
| 4,5 | -0,85 | 0,85 |
| 5 | -0,92 | 0,92 |
| 6 | -1,12 | 1,12 |
| 7 | -1,46 | 1,46 |
| 8 | -1,72 | 1,72 |

**2 boda**




**2 boda**

Predznak napona na kondenzatoru je negativan (suprotno od izvora napona). **1 bod**

**j)** Ako se ne uzmu u obzir predviđeni gubitci, energija magnetskog polja zavojnice pretvara se u energiju električnog polja kondenzatora:

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CU^2$$

Za induktivitet zavojnice slijedi: $L = \left(\frac{U}{I}\right)^2 \cdot C$

Nagib pravca: $\frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1{,}51V}{6{,}4 \cdot 10^{-3}A} = 236\frac{V}{A}$ **1 bod**

$$\frac{L}{C} = \left(\frac{\Delta U}{\Delta I}\right)^2 = 55696\frac{H}{F} \Rightarrow L = 55696\frac{H}{F} \cdot 10^{-6}F$$ **1 bod**

$$L = 0{,}056H$$ **1 bod**

Uz gubitke energije od 50%, slijedi:

$$\boldsymbol{L = 0,11H}$$ **1 bod**

(Da se je za kapacitet kondenzatora uzela dobivena vrijednost iz mjerenja vrijednost induktiviteta uzevši u obzir gubitke iznosila bi 0,1 H).

Zavojnica koja je u zadatku korištena je strujno kompenzirajuća prigušnica, induktiviteta 0,1H (tolerancije ±30%).

**k)**

- Zavojnica ima feritnu jezgru, tako da ponašanje ne mora biti idealno (kao zračna zavojnica). Nije uvijek nužno da je induktivnost zavojnice konstantna. Zbog krivulje histereze eksperimenti sa indukcijom mogu biti zahtjevni. Zato se tražilo da struje imaju što manje vrijednosti kako bi se to izbjeglo.
- Zavojnica pretstavlja i omski otpor, te dolazi do zagrijavanja i gubitka energije.
- Dioda također predstavlja problem, posebno ako se radi o običnoj silicijevoj diodi. U ovom zadatku je korištena posebna vrsta diode (Schottkyjeva dioda) koja ima vrlo kratko vrijeme uključivanja i isključivanja. Isto tako ima znatno niži prag provođenja od običnih silicijevih dioda. Zbog tih svojstava u mjerenjima se ipak dobiva pretpostavljena linearna ovisnost.

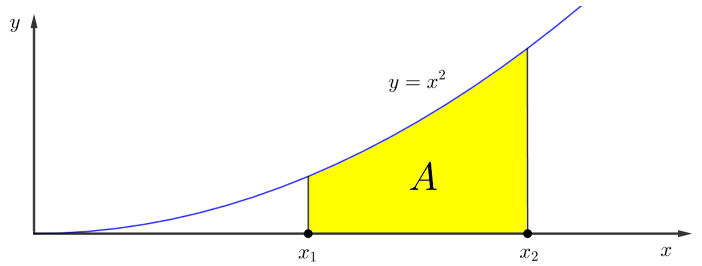
**2 boda**

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

**Srednje škole 4. grupa**

**VAŽNO**: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...).
Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

**1. zadatak** *(16 bodova)*
Svemirski teleskopi opremljeni detektorima koji mogu mjeriti zračenje u širokome spektru frekvencija visokom kutnom razlučivošću mogu se između ostaloga koristiti za proučavanje spektra zračenja zvjezdanih nakupina, ali i pojedinačnih zvijezda (u našoj galaksiji). Spektar zračenja zvijezda jako je dobra aproksimacija spektra zračenja crnoga tijela (uz dodatnu pojavu uskih apsorbcijskih ili emisijskih linija).
Teleskopom proučavamo plavu zvijezdu (plave zvijezde imaju površinsku temperaturu između 10 000 - 50 000 K) i uočavamo da ukupna snaga zračenja u frekvencijskome području od 2-10 THz iznosi samo $2 \times 10^{-5}$ % od ukupne snage zračenja zvijezde (na svim frekvencijama).
a.) Odredi temperaturu površine zvijezde.
b.) Mjerenjem na višim frekvencijama od 230-280 THz uočavaju se dvije vodikove spektralne linije razmaknute za 40.2234 THz. Odredi relativnu radijalnu brzinu $v$ (komponenta brzine duž spojnice zvijezde i teleskopa) između zvijezde i teleskopa. Pretpostavi $v \ll c$.



Slika 1

Korisne relacije:

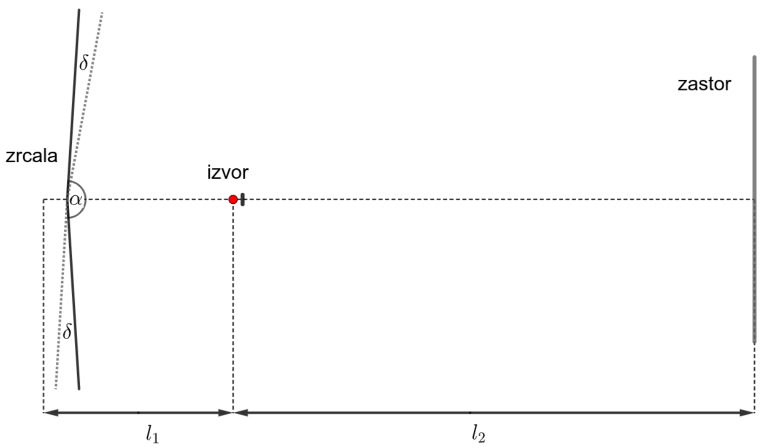
$$P(f) = \frac{8R^2\pi^2 h}{c^2} \frac{f^3}{\exp\left(\frac{hf}{k_B T}\right) - 1}, \tag{1}$$

$$\exp(x) \approx 1 + x, \; x \ll 1, \tag{2}$$

$$A = \frac{x_2^3 - x_1^3}{3}. \tag{3}$$

$P(f) \times \Delta f$ je snaga zračenja zvijezde radijusa $R$ za pojas jako male širine $\Delta f$ oko frekvencije $f$, a $A$ je površina ispod krivulje $y = x^2$ između $x_1$ i $x_2$ (slika 1).

**2. zadatak** *(17 bodova)*
Izvor monokromatskoga zračenja valne duljine $\lambda = 632\,\text{nm}$ usmjeren je na dva zrcala koja međusobno zatvaraju kut $\alpha = 179.5°$. Izvor je udaljen za $l_1 = 15\,\text{cm}$ od spojišta dvaju zrcala, te $l_2 = 3\,\text{m}$ od zastora do kojega monokromatsko zračenje može dospjeti samo indirektno, tj. nakon refleksije od zrcala.
a.) Odredi udaljenost uzastopnih maksimuma u interferencijskome uzorku na zastoru.
b.) Odredi koliko i u kojemu se smjeru središnji maksimum pomakne ako oba zrcala zarotiramo za kut $\delta = 0.2°$ u smjeru kazaljke na satu.
*Napomena*: Zaokruživanje vrijednosti u međukoracima može dovesti do značajnoga odstupanja u konačnome rezultatu.



Slika 2

**3. zadatak** *(18 bodova)*
Nuklearne reakcije u Suncu proizvode, između ostaloga, ogromnu količinu neutrina. Promotrimo reakciju:

$$\text{proton} + \text{proton} \rightarrow \text{deuterij} + \text{pozitron} + \text{neutrino}. \tag{4}$$

Pretpostavi da jedan proton miruje, a drugi ima kinetičku energiju od $6\,\text{keV}$.
a.) Kolika je količina gibanja protona?
b.) Odredi energiju neutrina (u keV) koji je produkt takvoga procesa. Pretpostavi da najmanje jedan produkt reakcije koji nije neutrino miruje (tj. ima jako malu kinetičku energiju), a da se drugi kreće nerelativističkom brzinom po istome pravcu kao i neutrino.
c.) Izračunaj brzinu produkta koji se kreće. Je li bilo opravdano smatrati ga nerelativističkim?

d.) Neutrino se može neizravno detektirati opažanjem zračenja elektrona koji se kao posljedica međudjelovanja s neutrinom giba brže od brzine svjetlosti u mediju u kojemu se nalazi. Kolika mora biti minimalna energija neutrina da ga na taj način možemo detektirati u spremniku vode ($n = 1.33$ za vodu)? Pretpostavi da neutrino preda svu energiju elektronu i zanemari energiju vezanja elektrona u molekuli vode.

**4. zadatak** *(19 bodova)*
Dvolomac je kristal koji ima takvo svojstvo da je za zraku koja je polarizirana u smjeru njegove optičke osi (ekstraordinarna) indeks loma jednak $n_1$, a za zraku koja je polarizirana u smjeru okomitome na njegovu optičku os (ordinarna) indeks loma jednak $n_2$.
a.) Odredi razliku u fazi $\delta$ između ekstraordinarne i ordinarne zrake zbog prolaska kroz dvolomac u ovisnost o $n_1$, $n_2$, valnoj duljini upadne svjetlosti $\lambda$ i debljini dvolomca $d$.
b.) Izvor linearno polarizirane svjetlosti intenziteta $I_0$ upada na dvolomac tako da smjer polarizacije upadne svjetlosti zatvara kut $\alpha$ s optičkom osi dvolomca. Svjetlost zatim dolazi na polarizator čija os polarizacije zatvara kut $\beta$ s optičkom osi dvolomca. Iza polarizatora nalazi se detektor koji bilježi intenzitet svjetlosti nakon prolaska kroz polarizator. Izvor svjetlosti i dvolomac imaju parametre iz a.) zadatka. Odredi intenzitet svjetlosti koja dolazi na detektor u ovisnosti o $\alpha$, $\beta$, $\delta$ i $I_0$.
c.) Os polarizacije polarizatora može se mijenjati. Koliki moraju biti kut $\alpha$ i minimalna debljina $d$ da je intenzitet svjetlosti koja upada na detektor jednaka za sve smjerove osi polarizacije polarizatora? Koliki je taj intenzitet? Uzmi $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$, $n_1 = 1.4215$, $n_2 = 1.4221$ i $I_0 = 50\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.
Korisne relacije: $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y, \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:

Brzina svjetlosti $c = 2.99792458 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Wienova konstanta $b = 2.89777196 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
Planckova konstanta $h = 6.62607015 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Boltzmannova konstanta $k_B = 1.380649 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67037442 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Rydberg $1Ry = 13.60569312\,\mathrm{eV}$
Naboj elektrona $e = 1.60217663 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Masa elektrona/pozitrona $m_e = 9.1093837 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \equiv 510\,998.95\,\mathrm{eV/c^2}$
Masa protona $m_p = 1.67262192 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} \equiv 938\,272\,088\,\mathrm{eV/c^2}$
Masa deuterija $m_d = 3.34358377 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} \equiv 1\,875\,612\,943\,\mathrm{eV/c^2}$

**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**
**Podgora, 8. – 11. svibnja 2023.**

**Srednje škole – 4. grupa**

**EKSPERIMENTALNI ZADATAK**

**Pribor:**

- ravnalo
- baterija 1,5 V
- bijeli papir
- karton
- škare
- selotejp
- drveno postolje
- šibice
- 8 lučica
- plastelin
- permanentni marker

**Zadatak:**

1. Koristeći navedeni pribor pripremite Rumfordov i Riccijev optički fotometar tako da:
   a) definirate osnovni princip rada optičkog fotometra i navedete odgovarajući algebarski izraz; …………… 2 boda
   b) skicom i riječima objasnite sličnosti i razlike Rumfordova i Riccijeva optičkog fotometra; …………… 4 boda
   c) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se oba sastoje od samo jedne lučice; …………… 2 boda
   d) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od dvije lučice; …………… 2 boda
   e) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od tri lučice; …………… 2 boda
   f) eksperimentalni rad pod c), d) i e) zorno opišite riječima i skicom za oba fotometra; …………… 4 boda
   g) rezultate za minimalno tri mjerenja pod c), d) i e) za oba fotometra prikažite tablično; …………… 4 boda
   h) provedite račun pogreške koji uključuje određivanje srednje vrijednosti, odstupanja pojedinačnih mjerenja od srednje vrijednosti, apsolutne vrijednosti maksimalnog odstupanja, relativne maksimalne pogreške i zapis točnog rezultata; …………… 4 boda
   i) komentirajte dobivene relativne maksimalne pogreške; …………… 1 bod
   j) usporedite teorijske vrijednosti prema algebarskom izrazu pod a) s eksperimentalnim vrijednostima u tablicama pod g); …………… 2 boda
   k) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu ukratko navedite što sve utječe na preciznost mjerenja; …………… 1 bod
   l) odredite koliko biste ukupno kombinacija izvora svjetlosti mogli eksperimentalno provjeriti s dobivenim priborom? …………… 1 bod
   m) objasnite na koji biste način odredili jakost jedne lučice ako je drugi izvor žarulja poznatih vrijednosti otpora i napona. …………… 1 bod

---

**Ukupno:** ……………………………………………………………………….. **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2023/2024

**Srednje škole 4. grupa**

## Rješenja i upute za bodovanje

**VAŽNO:** Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

**1. zadatak** *(16 bodova)*

a.) U najgorem slučaju kada je frekvencija koju promatramo 10 THz, a temperatura zvijezde 10 000 K vrijedi $hf/k_BT = 0.04799$, pa možemo uz malu pogrešku koristiti:

$$P(f) = \frac{8R^2\pi^2 h}{c^2}\frac{f^3}{\exp\left(\frac{hf}{k_BT}\right) - 1} \approx \frac{8R^2\pi^2 k_B T}{c^2} f^2. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{1}$$

Ukupna snaga zračenja na intervalu od $f_1$ do $f_2$ je tada:

$$P([f_1,\, f_2]) = \frac{8R^2\pi^2 k_B T}{3c^2}(f_2^3 - f_1^3). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{2}$$

Ukupna snaga zračenja na svim frekvencijama:

$$P_{uk} = S\sigma T^4 = 4R^2\pi\sigma T^4. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{3}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi $P([f_1,\, f_2]) = \eta P_{uk},\ \eta = 2\times 10^{-7}$. Sređivanjem dobivamo:

$$T = \sqrt[3]{\frac{2\pi k_B}{3\eta\sigma c^2}(f_2^3 - f_1^3)} = 30\,417.50\,\mathrm{K} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{4}$$

b.) Prvo trebamo pronaći koje dvije vodikove linije se nalaze u danom intervalu. Znamo da je energija emitiranih fotona prijelazom iz $m$-te u $n$-tu razinu dana sa:

$$E^{nm} = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),\ E_0 = 13.60569312\,\mathrm{eV}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{5}$$

U ovom slučaju pogodnije nam je izračunati frekvencije u [THz]. Dakle, trebamo prvo energiju izraziti u [J], a zatim podijeliti sa $h$ (jer vrijedi $E = hf$). Slijedi:

$$f^{nm} = 3289.84195\,\mathrm{THz}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{6}$$

Spektar možemo podijeliti u serije $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, itd. Broj $m$ mora zadovoljavati $m > n$. Nije teško uočiti da je najmanja frekvencija u određenoj seriji $n = k$ ona za koju je $m = k + 1$.
Ako izračunamo najmanje frekvencije u prvije dvije serije, tj. ako gledamo $(n, m) = (1, 2),\ (2, 3)$ dobit ćemo vrijednost veću od gornje granice traženog intervala. Dakle, možemo zaključiti da se svi prijelazi u prve dvije serije javljaju izvan granica zadanog intervala. Uzimanjem $n = 3$ i $m = 4$ dobivamo manju vrijednost od donje granice intervala:

$$f^{34} = 3289.84195\,\mathrm{THz}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = 159.92287\,\mathrm{THz} \tag{7}$$

Dakle, postoji mogućnost da tražene linije pripadaju $n = 3$ seriji.

Računanjem za $(n, m) = (3, 5)$ i $(n.m) = (3, 6)$ dobivamo:

$$f^{35} = 3289.84195\,\mathrm{THz}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right) = 233.94432\,\mathrm{THz}, \tag{8}$$

$$f^{36} = 3289.84195\,\mathrm{THz}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36}\right) = 274.15350\,\mathrm{THz}. \quad [\mathbf{4\,boda}] \tag{9}$$

Ostale linije u $n = 3$ seriji javljaju se na frekvencijama višim od gornje granice intervala, a za serije $n > 3$ frekvencije su niže od donje granice intervala, tj. imamo točno dvije linije u zadanom intervalu. Razlika dobivenih frekvencija iznosi $\Delta f = 40.20918\,\mathrm{THz}$. Opažanje pomaka u razlici se može pripisati Dopplerovom efektu. Slijedi:

$$\Delta f_{exp} = \Delta f \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{10}$$

Preuređivanjem dobivamo:

$$v = \frac{\Delta f_{exp}^2 - \Delta f^2}{\Delta f_{exp}^2 + \Delta f^2}\, c \approx 106\,\mathrm{km\,s^{-1}} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{11}$$

Ovo su tipične relativne brzine u odnosu na zvijezde na krajevima galaksije.

**2. zadatak** *(17 bodova)*

Svako od dva zrcala efektivno stvara novi virtualni izvor zračenja čija pozicija se dobije refleksijom realnog izvora preko ravnina zrcala kao što je prikazano na donjoj skici. **[2 boda]**.

Ta dva virtualna izvora stvaraju interferencijsku sliku na zastoru. Dakle, trebamo odrediti udaljenost $d$, i horizontalnu udaljenost virtualnih izvora do zastora kako bi mogli odrediti razmake susjednih maksimuma. Vrijedi:

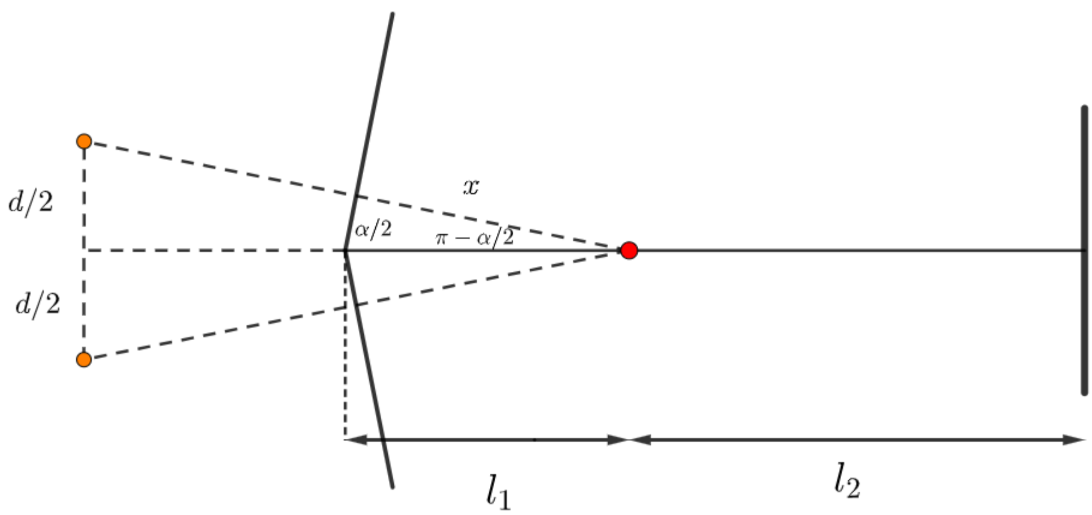
$$x = l_1 \sin(\alpha/2),\ l_1' = 2x\cos(\pi - \alpha/2) \ \Rightarrow\ l_1' = 2l_1 \sin^2(\alpha/2), \tag{12}$$

gdje je $l_1'$ horizontalna udaljenost virtualnih od realnog izvora. Dakle, udaljenost virtualnih izvora do zastora je:

$$L = l_1' + l_2 = 2l_1 \sin^2(\alpha/2) + l_2 \approx 3.3\,\mathrm{m}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{13}$$

Za udaljenost virtualnih izvora vrijedi:

$$d/2 = 2x\sin(\pi - \alpha/2) \ \Rightarrow\ d = 2l_1 \sin\alpha = 2.618 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{14}$$




Očito je udaljenost virtualnih izvora puno manja od udaljenosti virtualnih izvora do zastora, pa možemo koristiti standardni uvjet za konstruktivnu interferenciju dviju pukotina:

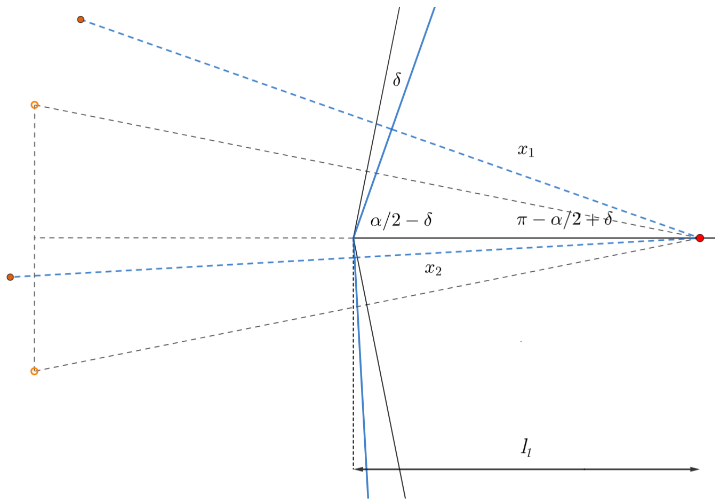
$$d \sin\theta_n = n\lambda, \quad \sin\theta \approx s_n/L, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{15}$$

gdje je $s_n$ pozicija n-tog maksimuma na zastoru. Slijedi da je udaljenost uzastopnih maksimuma jednaka:

$$\Delta s = s_{n+1} - s_n = \lambda L/d = 7.966 \times 10^{-4}\,\mathrm{m} \approx 0.8\,\mathrm{mm} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{16}$$

b.) Ako zrcala zarotiramo mijenjamo pozicije virtualnih izvora (kao što je prikazano na donjoj skici). Označimo li horizontalne udaljenosti virtualnih izvora do realnog izvora sa $a_1$ i $a_2$, a vertikalne pomake sa $y_1$ i $y_2$ dobivamo:

$$a_1 = 2l_1 \sin^2(\alpha/2 - \delta) = 0.2999814949\,\mathrm{m} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{17}$$
$$a_2 = 2l_1 \sin^2(\alpha/2 + \delta) = 0.2999997715\,\mathrm{m} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{18}$$
$$y_1 = l_1 \sin(\alpha - 2\delta) = 2.356097597 \times 10^{-3}\,\mathrm{m} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{19}$$
$$y_2 = l_1 \sin(\alpha + 2\delta) = 2.617992549 \times 10^{-4}\,\mathrm{m} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{20}$$




Pozicija središnjeg maksimuma na zastoru je ona koja je jednako udaljena od virtualnih izvora **[2 boda]**.
Očito će onda pomak na zastoru biti prema dolje, i ako ga označimo sa $\Delta$ vrijedi:

$$(y_1 + \Delta)^2 + (a_1 + l_2)^2 = (y_2 - \Delta)^2 + (a_2 + l_2)^2, \tag{21}$$

iz čega slijedi:

$$\Delta = \frac{(a_2 + l_2)^2 - (a_1 + l_2)^2 + y_2^2 - y_1^2}{2(y_1 + y_2)} = 2.2\,\mathrm{cm} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{22}$$

**3. zadatak** *(18 bodova)*

a.) Možemo primjetiti da je kinetička energija protona puno manja od njegove energije mirovanja ($6\,\mathrm{keV} \ll 938\,\mathrm{MeV}$), pa količinu gibanja protona možemo odrediti nerelativistički:

$$p_p = \sqrt{2m_p E_{kp}} = 3.35548 \times 10^6\,\mathrm{eV/c}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{23}$$

b.) Korisno je odrediti ukupnu energiju koju bi neutrino mogao imati kada ostala dva produkta miruju:

$$E_{max} = E_{kp} + c^2(2m_p - m_d - m_e) = 426\,234.05\,\mathrm{eV} \tag{24}$$

Tada bi njegova količina gibanja bila jednaka $p_\nu = 4.2623 \times 10^5\,\mathrm{eV/c}$, tj. manja od količine gibanja protona, pa navedeni proces nije moguć. Dakle, neki dio energije treba otići i na jedan od ostala dva produkta, te je očito da se taj produkt mora gibati u istom smjeru kao i neutrino kako bi zakon količine gibanja mogao biti ispunjen. **[2 boda]**
Označimo s $m_1$ masu produkta koji se giba, a s $m_2$ masu produkta koji miruje (te slično i ostale fizikalne veličine). Tada iz zakona očuvanja energije i količine gibanja vrijedi:

$$p_p = p_1 + p_\nu \;\Rightarrow\; p_1 = p_p - p_\nu, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{25}$$
$$\frac{p_p^2}{2m_p} + 2m_p c^2 = (m_1 + m_2)c^2 + \frac{p_1^2}{2m_1} + p_\nu c. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{26}$$

Uvrštavanjem (25) u (26) dolazimo do:

$$\left(\frac{1}{2m_1}\right)p_\nu^2 + \left(c - \frac{p_p}{m_1}\right)p_\nu + \left[\frac{p_p^2}{2}\left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_p}\right) + (m_1 + m_2 - 2m_p)c^2\right] = 0. \tag{27}$$

Vrijedi $E_\nu = p_\nu c$, pa slijedi:

$$\left(\frac{1}{2m_1c^2}\right)E_\nu^2 + \left(1 - \frac{p_p}{m_1c}\right)E_\nu + \left[\frac{p_p^2}{2}\left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_p}\right) + (m_1 + m_2 - 2m_p)c^2\right] = 0. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{28}$$

Isprobavanjem $m_1 = m_e$ i $m_2 = m_d$ može se vidjeti da nema rješenja, tj. deuterij se mora gibati, a pozitron mirovati. Uvrštavanjem $m_1 = m_d$ i $m_2 = m_e$ i rješavanjem jednadžbe dobivamo:

$$E_\nu = 423.943\,\mathrm{keV}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{29}$$

c.) Kinetička energija deuterija je razlika ukupne dostupne energije $E_{max}$ i energije neutrina $E_\nu$. Dakle, slijedi:

$$E_{kd} = E_{max} - E_\nu = 2.291\,\mathrm{keV}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{30}$$

Uspoređujući vrijednost s energijom mirovanja deuterija ($\approx 1876\,\mathrm{MeV}$) vidimo da je bilo opravdano koristiti nerelativističke izraze. [**1 bod**]. Brzina iznosi:

$$v = \sqrt{\frac{2E_{kd}}{m_d}} = 1.563 \times 10^{-3}c = 4.686 \times 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{31}$$

d.) Kada je brzina elektrona veća od $c/n$ kinetička energija mora biti veća od kritične vrijednosti koja je dana sa:

$$E_k = m_ec^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} - 1\right) = 264.063\,\mathrm{keV}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{32}$$

Dakle, energija neutrina mora biti veća od 264.063 keV.

**4. zadatak** *(19 bodova)*

a.) Razlika optičkih puteva dviju zraka je jednostavno $\Delta x = d(n_1 - n_2)$, pa je razlika u fazi $\delta$:

$$\delta = \frac{2\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{33}$$

b.) Kada svjetlost upada na dvolomac zračenje možemo opisati električnim poljem kao:

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t)\,\hat{n}, \quad I_0 = E_0^2 \tag{34}$$

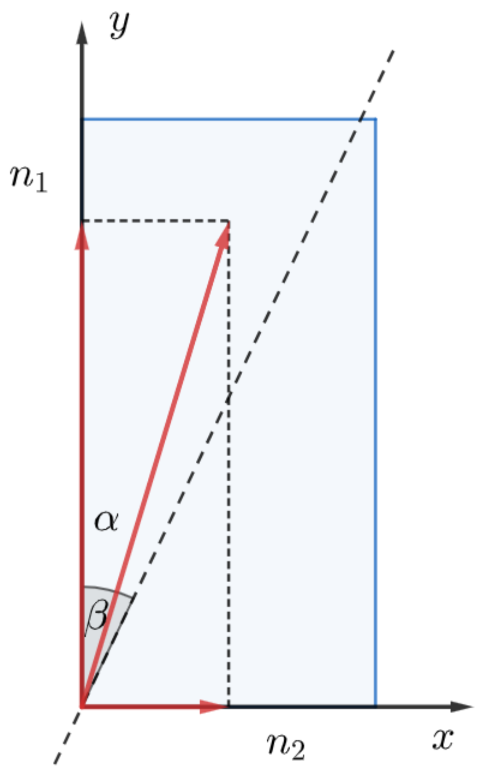
gdje je $\hat{n}$ jedinični vektor u smjeru koji zatvara kut $\alpha$ sa optičkom osi dvolomca. Električno polje možemo rastaviti na komponentu okomitu na optičku os dvolomca te komponentu paralelnu s optičkom osi dvolomca. Nakon prolaska kroz dvolomac između te dvije zrake se javlja razlika u fazi $\delta$, pa slijedi da je nakon prolaska kroz dvolomac električno polje dano sa (do na proizvoljni fazni faktor koji je nebitan za krajnji intenzitet):

$$\vec{E} = E_0[\cos\alpha \sin(\omega t + \delta)\,\hat{y} + \sin\alpha \sin(\omega t)\,\hat{x}]. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{35}$$

Zatim upadom na polarizator preživljavaju samo komponente paralelne s osi polarizacije polarizatora. Slijedi:

$$\vec{E} = E_0[\cos\alpha\cos\beta\sin(\omega t + \delta) + \sin\alpha\sin\beta\sin(\omega t)]\,\hat{n'}, \tag{36}$$

gdje je $\hat{n'}$ jedinični vektor u smjeru koji zatvara kut $\beta$ sa optičkom osi dvolomca [**2 boda**].




Raspisivanjem dobivamo:

$$\vec{E} = E_0[(\cos\alpha\cos\beta\cos\delta + \sin\alpha\sin\beta)\sin(\omega t) + \cos\alpha\cos\beta\sin\delta\cos(\omega t)]\,\hat{n'} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{37}$$

Kako bi odredili intenzitet treba odrediti amplitudu električnog polja. Vidimo da imamo sumu $\cos(\omega t)$ i $\sin(\omega t)$ različitih amplituda. Vrijedi:

$$A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin(\omega t) + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos(\omega t)\right) \tag{38}$$

Ako definiramo npr. $\sin\phi = A/\sqrt{A^2+B^2}$, onda je $B/\sqrt{A^2+B^2} = \cos\phi$, pa slijedi:

$$A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = \sqrt{A^2+B^2}\cos(\omega t - \phi). \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{39}$$

Napokon slijedi:

$$I = E_0^2[(\cos\alpha\cos\beta\cos\delta + \sin\alpha\sin\beta)^2 + (\cos\alpha\cos\beta\sin\delta)^2]. \tag{40}$$

Sređivanjem izraza dobivamo:

$$I = I_0(\cos^2\alpha\cos^2\beta + \sin^2\alpha\sin^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta\cos\delta). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{41}$$

c.) Cilj nam je odabrati takve $\alpha$ i $\delta$ da je intenzitet neovisan o $\beta$. Očito je to nemoguće kad je svjetlost linearno polarizirana nakon prolaska kroz dvolomac. Također, intenzitet ne bi ovisio o $\beta$ kada bi zračenje nakon prolaska kroz dvolomac bilo nepolarizirano, no i to je očito nemoguće.

Jedino moguće rješenje je ono kada je svjetlost kružno polarizirana nakon prolaska kroz dvolomac. To možemo postići kada je $\delta = (2k+1)\pi/2$, $k \in \mathbb{Z}$ i $\alpha = \pi/4$. [**3 boda**] Tada je intenzitet jednostavno:

$$I = I_0/2 = 25\,\mathrm{W\,m^{-2}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{42}$$

Debljina dvolomca preuređivanjem (32) iznosi:

$$d = \frac{\lambda\delta}{2\pi(n_1 - n_2)}. \tag{43}$$

Kako je $n_1 < n_2$ minimalna debljina se dobije za $\delta = -\pi/2$ i iznosi:

$$d = \frac{\lambda}{4(n_2 - n_1)} = 0.208\,\text{mm}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{44}$$

**DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA**
**Podgora, 15. – 18. travnja 2024.**

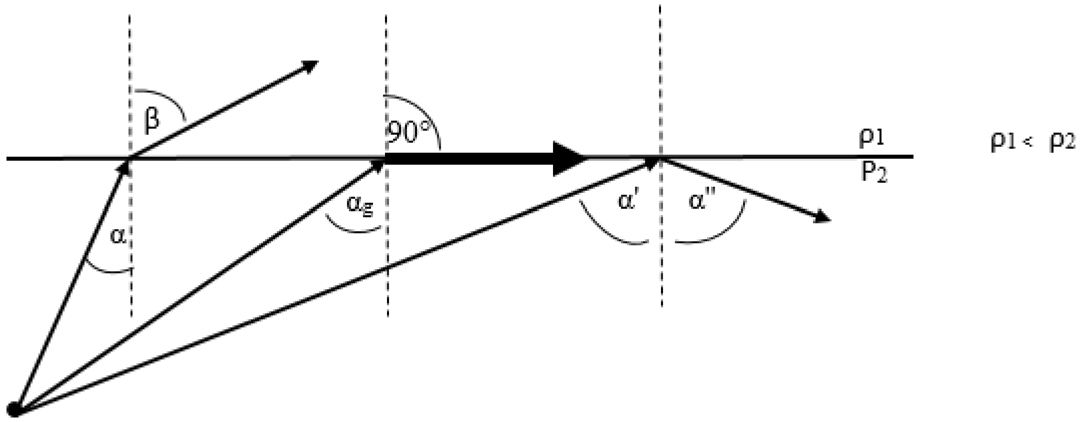
**Srednje škole – 4. grupa**

**Eksperimentalni zadatak – rješenje**

**1. Koristeći navedeni pribor odredite granični kut totalne refleksije i indeks loma vode tako da:**

**a) pomoću skice prikažete totalnu refleksiju i označite granični kut ……. 3 boda**

Na skici treba biti jasno prikazan ravni dioptar (1 bod), granični kut $\alpha_g$ (1 bod) i kut od 90° (1 bod):




**b) iz osnovnog izraza izvedete izraz za indeks loma kod totalne refleksije..3 boda**

Osnovni izraz (1 bod), uvrštavanje kuta od 90° (1 bod), konačni izraz koji povezuje granični kut i indeks loma (1 bod):

$n = \sin\beta / \sin\alpha = \sin 90° / \sin\alpha_g = 1 / \sin\alpha_g$

**c) ukratko opišete postupak pripreme eksperimentalnog seta …………….. 3 boda**

Na tepisonu pomoću markera označimo oblik čaše – debljina markera omogućava da tepison bude dovoljno veći od ruba čaše kako bi stabilno stajao na čaši i zatim izrežemo taj oblik ili kvadratni oblik dimenzija prilagođenih veličini čaše (1 bod). Čašu do vrha napunimo vodom i na čašu i vodu stavimo tepison (1 bod). Kroz sredinu tepisona provučemo šivaću iglu i lagano je pomičemo gore-dolje dok ne iščezne njezin vrh koji je u vodi (1 bod).

**d) ukratko opišete postupak mjerenja i način računanja graničnog kuta ... 3 boda**

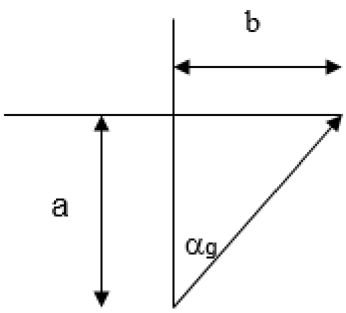
Pomoću mjerne skale na kutomjeru ili trokutom mjerimo udaljenost šivaće igle od ruba čaše (b – 1 bod) i duljinu dijela igle koji je uronjen u vodu (a – 1 bod).

Granični kut $\alpha_g$ odredimo prema:

$\mathrm{tg}\,\alpha_g = b/a$ (1 bod)

**e) nacrtate skicu na kojoj su jasno označene veličine koje mjerite ……….. 3 boda**

Na skici trebaju biti označene veličine a (1 bod), b (1 bod) i $\alpha_g$ – oznaka koja se odnosi na granični kut (1 bod).



**f) rezultate minimalno 7 mjerenja prikažete tablično ………………………… 3 boda**

Primjer tabličnog prikaza:

| Redni broj mjerenja | a/m | b/m | $\alpha_g$/° |
|---|---|---|---|
| | | | |

Unesene vrijednosti za a i b minimalno 7 puta …… 2 boda
Određen granični kut ……………………… 1 bod

**g) prema rezultatima mjerenja i dobivenim vrijednostima graničnog kuta odredite indeks loma vode uz prikaz jednog računa …………………… 3 boda**

Zorno iskazano 7 vrijednosti za izračunat indeks loma (2 boda) uz primjer računa primjenom izraza navedenog pod b) (1 bod).

**h) provedete račun pogreške koji uključuje određivanje srednje vrijednosti, odstupanja pojedinačnih mjerenja od srednje vrijednosti, apsolutne vrijednosti maksimalnog odstupanja, relativne maksimalne pogreške i zapis točnog rezultata ………………………………… 5 bodova**

Po (1 bod) za zoran zapis svake od 5 komponenti računa pogreške:
Određivanje srednje vrijednosti: $n$ (srednje) = $\Sigma\, n_i / N$ , N – broj mjerenja
Pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti: $\Delta n = n_i - n$ (srednje)
Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja: $|\Delta n_{max}|$
Relativna maksimalna pogreška: $r_m = [\, (\, |\Delta n_{max}| / n_{srednje}\,) \cdot 100\,]\ \%$
Zapis točnog rezultata: $n = n_{srednje} \pm \Delta n_{max}$

**i) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu u ovom zadatku ukratko komentirate što je najviše utjecalo na preciznost mjerenja ....…………… 2 boda**

Za 2 boda potrebno je navesti i jasno obrazložiti navod za dva segmenta eksperimentalnog postupka za koje je primiječen najveći utjecaj na preciznost mjerenja (npr. pomicanje igle u konačni položaj u kojem nije vidljiva i o čemu to sve ovisi, je li pri mjerenju duljine dijela igle koji je bio uronjen u vodu podignut tepison s iglom i zatim izvršeno mjerenje ili je to rađeno preko čaše, koliko od ruba čaše je tepison i kako je izvršeno mjerenje udaljenosti b od ruba prepreke do igle koja u zraku viri iz tepisona, i slično.

**j) usporedite eksperimentalno dobiveni indeks loma za vodu s teorijski poznatom vrijednosti indeksa loma vode i brojčano iskažete razliku između dobivene i poznate vrijednosti ...………………………………………………. 2 boda**

Apsolutni indeks loma za vodu za valnu duljinu od 576 nm: n = 1,33 (1 bod).
Izražena vrijednost razlike n (eksperimentalno) – n (teorijski) (1 bod).

**Ukupno: ……………………………………………………………………… 30 bodova**