Državno natjecanje iz fizike 2024./2025.
Srednje škole – 1. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita učenici se ne smiju koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.
KONSTANTE: Uzmite za ubrzanje slobodnoga pada $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$.

1. zadatak (15 bodova)

Vagon s čovjekom ukupne mase $m = 101.937\ \mathrm{kg}$ giba se u Dalmalandu po kružnom toboganu *Big Blue* skiciranome na slici desno. Zanemarite sile otpora i aproksimirajte da kružnica tobogana leži u vertikalnoj ravnini. Nacrtajte sile kojima vagon pritišće tobogan u najvišoj i najnižoj točki kružne putanje te odredite kako se te sile odnose. Komentirajte kako bi sile otpora utjecale na taj odnos.

2. zadatak (20 bodova)

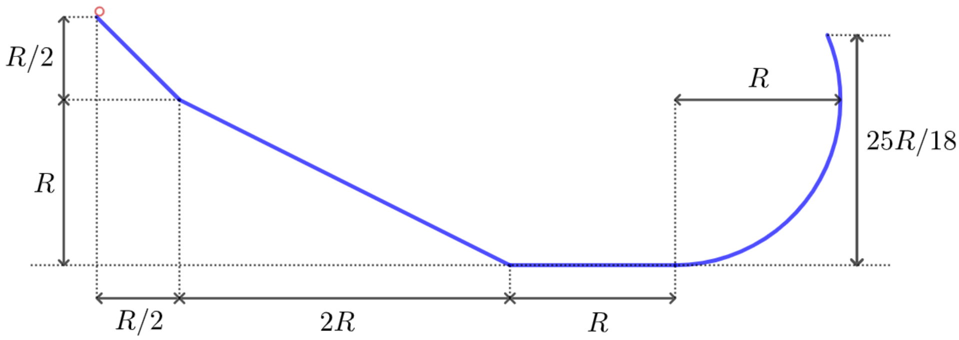
Čelična kuglica mase $m = 5\ \mathrm{g}$ ispuštena je iznad duge ravne čelične letve položene koso s obzirom na tlo. Kuglica se 3 puta elastično odbije od letve. Zanemarite sile otpora. Kako se odnose udaljenosti između točaka sudara?

3. zadatak (15 bodova)

LISA, planirani svemirski detektor gravitacijskih valova, sastoji se od 3 jednaka svemirska satelita A, B i C, međusobno udaljena 5 Gm, koji u svojoj ravnini, nagnutoj za 60° u odnosu na ravninu orbite Zemlje, efektivno tijekom jedne zvjezdane godine (365 d 6 h 9 min 9.76 s = 365.256363 d) naprave puni krug oko vlastitoga geometrijskog središta (točke jednako udaljene od A, B i C) koje zaostaje 50 Gm za orbitom Zemlje u prosjeku udaljene 149.6 Gm od Sunca, čiji je promjer 1.39 Gm. U odabranom trenutku i postavljenom koordinatnom sustavu u ravnini satelita ABC, prikažite vektorski (s jasno naznačenim kutovima s $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ili $\overline{AC}$) te izrazite algebarski: brzinu gibanja satelita $\vec{v}_B$, relativne brzine gibanja satelita $\vec{v}_{AB}$ (A u odnosu na B) i $\vec{v}_{CB}$ (C u odnosu na B). U kojem su odnosu $\vec{v}_{AB}$ i $\vec{v}_{BA}$?

4. zadatak (20 bodova)

Tijelo zanemarivih dimenzija pušteno je iz mirovanja s najvišeg vrha kosine te se giba niz neprekinute ravne podloge različitih nagiba koje na kraju prelaze u kružni luk radijusa $R = 1\ \mathrm{m}$ kao što je prikazano na slici. Zanemarite otpor zraka i trenje. Odredite maksimalnu visinu do koje dolazi kuglica nakon ulaska u kružni dio putanje.



Srednje škole, 1. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje kinetičkog trenja između niti i loptice

(30 bodova)

Pribor: uteg poznate mase m_1 pričvršćen na jednom kraju niti, loptica mase m_2 kroz koju prolazi nit, metar, zaporni sat (štoperica), kolotura

Zadatak

1) Prebacite nit preko koloture i postavite kraj niti za koji je pričvršćen uteg u gornji položaj, a ostatak niti i lopticu postavite na pod. Nakon toga pustite uteg i lopticu u gibanje. (**5 bodova)**
2) Nacrtajte dijagram sila posebno za uteg i posebno za lopticu za vrijeme gibanja **(5 bodova)**
3) Izvedite izraz za silu kinetičkog trenja između niti i kuglice. Izraz treba sadržavati samo poznate veličine i mjerene podatke. **(10 bodova)**
4) Napravite 10 mjerenja, odredite srednje vrijednosti i odstupanja od srednje vrijednosti za silu kinetičkog trenja između niti i kuglice **(10 bodova)**

Napomene

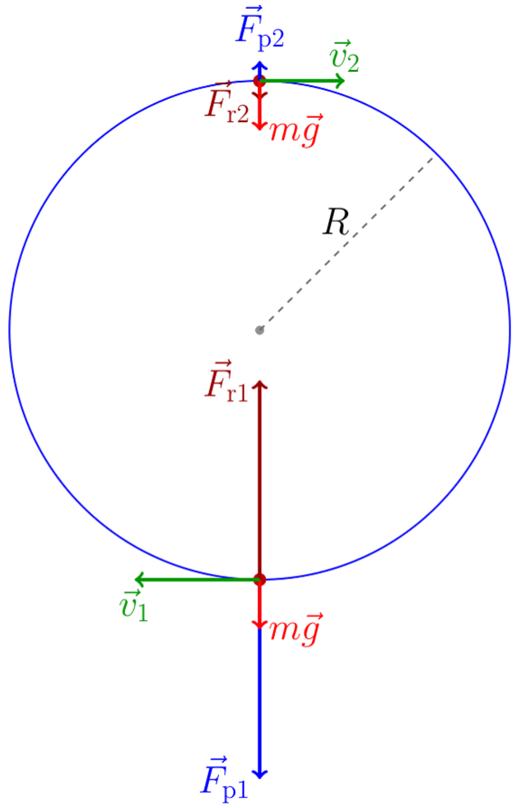
1) Zanemarite trenje u koloturi, masu niti i otpor zraka.
2) Nemojte pričvršćivati nit za lopticu, kuglica se treba slobodno gibati niz nit.

Državno natjecanje iz fizike 2024./2025.
Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

U smjernicama je naveden samo jedan mogući način rješavanja, a treba priznati i bilo koji drugi ispravan postupak. Boduju se i drugi zapisi ako su u skladu s odabranim referentnim sustavom i napisanim jednadžbama u mjernim jedinicama po slobodnom izboru. Ako su preskočene trivijalne linije koje se boduju, a jednadžbe u nastavku su dobre, priznaju se bodovi kao da je napisano sve. Ne boduju se formule u kojima je upisan kriv iznos neke fizičke veličine. Dodjeljuju se samo cjelobrojni bodovi. Svaka novouvedena veličina treba biti jasno definirana ili označena na skici.

1. zadatak (15 bodova)



Modeliramo vagon s čovjekom kao točkasto tijelo mase $m = 101.937\ \mathrm{kg}$ koje kruži po kružnici u vertikalnoj ravnini pod djelovanjem centripetalne sile koja je rezultat djelovanja gravitacijske sile i reakcije podloge (tračnica) kružnog tobogana *Big Blue* na tijelo (istaknute crvenkasto na slici).

[4 boda] Prema III. Newtonovu zakonu sile, kojima tijelo pritiska podlogu (plavu kružnicu) na dnu i vrhu, $\vec{F}_{p1,2}$ (istaknute plavim strelicama) suprotne su reakcijama podloga $\vec{F}_{r1,2} = -\vec{F}_{p1,2}$. Dakle, na dnu i vrhu prema II. Newtonovu zakonu vrijedi:

[1 bod] $F_{r1} - mg = mv_1^2/R,$ (1)

[1 bod] $-F_{r2} - mg = -mv_2^2/R.$ (2)

Iz zbroja (1) i (2) slijedi poveznica

[1 bod] $F_{r1} = F_{r2} + 2mg + m(v_1^2 - v_2^2)/R.$ (3)

Ako zanemarimo sile otpora, vrijedi zakon očuvanja energije, odnosno njihova jednakost na vrhu i dnu

[1 bod] $E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$ (4)

što za nultu razinu odabranu na dnu daje

[1 bod] $0.5mv_1^2 + 0 = 0.5mv_2^2 + 2mgR$

iz čega množeći s $2/R$ slijedi nepoznati član u (3)

[1 bod] $m(v_1^2 - v_2^2)/R = 4mg$ čijim uvrštavanjem u (3) dobivamo

[1 bod] $F_{r1} = F_{r2} + 2mg + 4mg = F_{r2} + 6mg.$

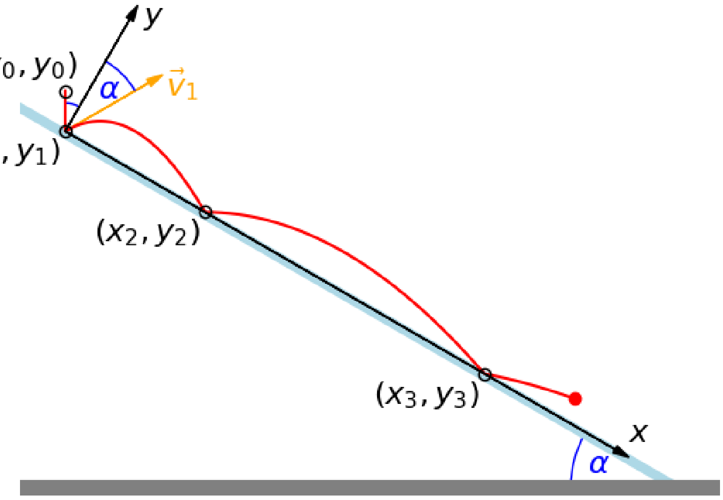
Zbog istih iznosa, $F_{p1} = F_{r1}$, $F_{p2} = F_{r2}$ vrijedi

[1 bod] $F_{p1} = F_{p2} + 6mg = F_{p2} + 6\ \mathrm{kN}.$

[3 boda] Kada sile otpora ne bi bile zanemarive, dio energije potrošio bi se na njihovo savladavanje te bi umjesto (4) vrijedila nejednakost $E_{k1} + E_{p1} > E_{k2} + E_{p2}$, odnosno $F_{p1} > F_{p2} + 6\ \mathrm{kN}$ pri uspinjanju, dok bi zbog gubitka energije pri povratku tijelo postiglo nešto manju brzinu v_1' pa bi prema (1) bilo $F_{r1}' < F_{r1}$, odnosno $F_{p1}' < F_{p1}$.

2. zadatak (20 bodova)

[1 bod] Neka je ishodište Kartezijeva koordinatnog sustava u (x_1, y_1), tj. u prvoj točki sudara s kosinom koja s tlom zatvara kut α, os x usmjerena niz kosinu, a os y okomita na kosinu kao na slici.



Na česticu cijelo vrijeme gibanja djeluje gravitacijska sila:

[3 boda] $\vec{F}_g = m\vec{g}$, čije su komponente

$\vec{F}_{gx} = mg \sin\alpha\, \hat{\imath}$ te

$\vec{F}_{gy} = -mg \cos\alpha\, \hat{\jmath}$ pa je ubrzanje čestice

[2 boda] $\vec{a}_x = \vec{F}_{gx}/m = g \sin\alpha\, \hat{\imath}$ te $\vec{a}_y = \vec{F}_{gy}/m = -g\cos\alpha\, \hat{\jmath}$. (1)

Čestica iz mirovanja na visini h iznad prve točke sudara slobodno pada do sudara u trenutku t_1 pri čemu postiže brzinu

[1 bod] $v_1 = \sqrt{2gh}$

te se elastično odbije pod istim kutom pod kojim je i upala s obzirom na okomicu na kosinu u točki sudara, što okrene predznak njezinoj komponenti u smjeru y. Dakle, nakon sudara

[2 boda] $\vec{v}_{1x} = v_1 \sin\alpha\, \hat{\imath}$, $\vec{v}_{1y} = v_1\cos\alpha\, \hat{\jmath}$. (2)

Daljnji dio gibanja analiziramo kao kosi hitac tijekom intervala $\Delta t_{21} = t_2 - t_1$ s početnom brzinom (2) i ubrzanjem (1), nakon čega se u trenutku t_2 kuglica ponovno elastično sudara s kosinom, pa vrijedi

[1 bod] $(y_2 = 0) = v_{1y} \cdot \Delta t_{21} + 0.5 \cdot a_y \cdot \Delta t_{21}^2$

$0 = v_1 \cos\alpha \cdot \Delta t_{21} - 0.5 \cdot g\cos\alpha \cdot \Delta t_{21}^2$ što možemo podijeliti s $\cos\alpha \cdot \Delta t_{21} \neq 0$ pa slijedi

[1 bod] $\Delta t_{21} = 2v_1/g$ tijekom kojega se čestica duž kosine pomakne za

[1 bod] $\Delta x_{21} = v_{1x} \cdot \Delta t_{21} + 0.5 \cdot a_x \cdot \Delta t_{21}^2 = v_1 \sin\alpha \cdot (2v_1/g) + 0.5 \cdot g \sin\alpha \cdot (2v_1/g)^2$

[1 bod] $\Delta x_{21} = (2v_1^2/g + 2v_1^2/g)\sin\alpha = (4v_1^2/g)\sin\alpha = 8h\sin\alpha$.

Sličan je nastavak gibanja, kosi hitac tijekom intervala $\Delta t_{32} = t_3 - t_2$ do trećeg sudara u trenutku t_3 s akceleracijom (1) i početnim brzinama na završetku prvog hitca, uz okretanje predznaka komponenti brzine u smjeru y zbog sudara

[1 bod] $v_{2x} = v_{1x} + a_x \cdot \Delta t_{21} = v_1 \sin\alpha + g\sin\alpha \cdot \left(\frac{2v_1}{g}\right) = 3v_1 \sin\alpha$,

[1 bod] $v_{2y} = -\left[v_{1y} + a_y \cdot \Delta t_{21}\right] = -\left[v_1\cos\alpha - g\cos\alpha \cdot \left(\frac{2v_1}{g}\right)\right] = v_1\cos\alpha$.

[1 bod] $(y_3 = 0) = v_{2y} \cdot \Delta t_{32} + 0.5 \cdot a_y \cdot \Delta t_{32}^2$

$0 = v_1\cos\alpha \cdot \Delta t_{32} - 0.5 \cdot g\cos\alpha \cdot \Delta t_{32}^2$ što možemo podijeliti s $\cos\alpha \cdot \Delta t_{32} \neq 0$ pa slijedi

[1 bod] $\Delta t_{32} = 2v_1/g$ tijekom kojega se čestica duž kosine pomakne za

[1 bod] $\Delta x_{32} = v_{2x} \cdot \Delta t_{32} + 0.5 \cdot a_x \cdot \Delta t_{32}^2 = 3v_1 \sin\alpha \cdot (2v_1/g) + 0.5 \cdot g\sin\alpha \cdot (2v_1/g)^2$

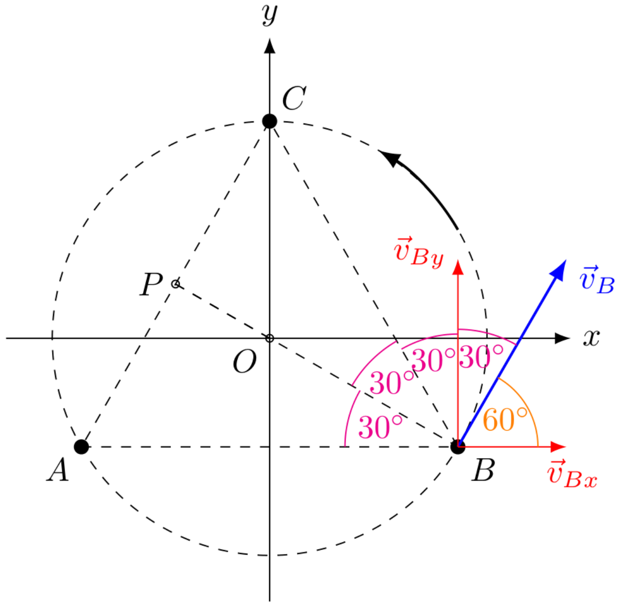
[1 bod] $\Delta x_{32} = (6v_1^2/g + 2v_1^2/g)\sin\alpha = (8v_1^2/g)\sin\alpha = 16h\sin\alpha$.

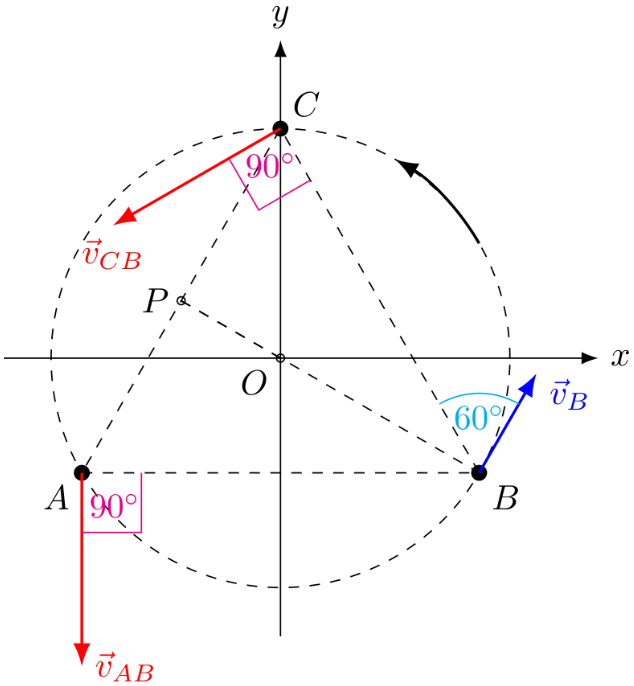
Dakle, udaljenosti između točaka sudara odnose se kao

[1 bod] $\Delta x_{32} : \Delta x_{21} = (8v_1^2/g)\sin\alpha : (4v_1^2/g)\sin\alpha = 16h\sin\alpha : 8h\sin\alpha = 2:1 \Rightarrow \Delta x_{32} = 2\Delta x_{21}$.

3. zadatak (15 bodova)

Modeliramo satelite kao točkasta tijela A, B, C međusobno udaljena za $L = |AB| = |AC| = |BC| = 5 \cdot 10^9$ m tako da tvore jednakostranični trokut ABC dok mu njihova putanja opisuje kružnicu promatrano iz ravnine u kojoj leži trokut (sustava koji se nagnut giba duž orbite Zemlje) kao na slikama dolje, pa je relevantno samo gibanje u ravnini.





Radijus kružnice opisane trokutu ABC možemo izraziti primjerice iz jednakostraničnog trokuta $O'OB$ gdje je O' osnosimetrična pravcu BC pa mu je visina polovica dužine $\overline{BC}$,

[1 bod] $L/2 = R\sqrt{3}/2 \Longrightarrow R = L/\sqrt{3}$.

Sateliti okruže opisanu kružnicu za

[1 bod] $T = 365\ \mathrm{d}\ 6\ \mathrm{h}\ 9\ \mathrm{min}\ 9.76\ \mathrm{s}\ = \ 365.256363\ \mathrm{d} = 31558149.76\ \mathrm{s}$

pa njihova kružna frekvencija

[1 bod] $\omega = 2\pi/T \approx 1.99099 \cdot 10^7\ \mathrm{s}^{-1}$

odnosno brzine iznose

[1 bod] $v = v_A = v_B = v_C = \omega R = \omega L/\sqrt{3} \approx 574.75\ \mathrm{m\ s}^{-1}$.

Brzinu satelita B rastavimo na komponente kao na lijevoj slici

[1 bod] $\vec{v}_B = v \cos 60°\,\hat{\imath} + v \sin 60°\,\hat{\jmath} = 0.5v\hat{\imath} + 0.5\sqrt{3}v\hat{\jmath} \approx 287\hat{\imath} + 498\hat{\jmath}$.

Slično dobijemo:

[1 bod] $\vec{v}_A = v \cos 60°\,\hat{\imath} - v \sin 60°\,\hat{\jmath} = 0.5v\hat{\imath} - 0.5\sqrt{3}v\hat{\jmath}$,

[1 bod] $\vec{v}_C = -v\hat{\imath}$.

Tada relativne brzine gibanja iznose

[1 bod] $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = -v\sqrt{3}\hat{\jmath} \approx 995{,}5\hat{\jmath}$,

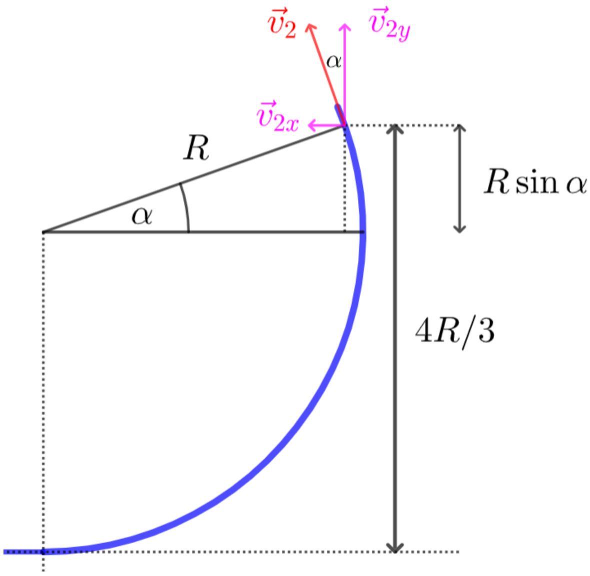
[1 bod] $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = -\vec{v}_{AB}$,

[1 bod] $\vec{v}_{CB} = \vec{v}_C - \vec{v}_B = -1.5v\hat{\imath} - 0.5\sqrt{3}v\hat{\jmath} \approx 862\hat{\imath} + 498\hat{\jmath}$.

[3 boda] Na slici desno strelicama su prikazani vektori brzina $\vec{v}_B$, $\vec{v}_{AB}$ i $\vec{v}_{CB}$

[2 boda] s označenim kutovima 60° i 90° ili relevantnim drugim.

4. zadatak (20 bodova)



Promatramo točkasto tijelo čija je ukupna mehanička energija očuvana jer su sile otpora zanemarive. Kao nultu razinu za računanje potencijalne energije odabiremo najnižu točku putanje u razini tla. Tijelo u početnom trenutku ($t_0 = 0$) miruje ($v_0 = 0$), pa mu je ukupna energija jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji

[1 bod] na visini $h_0 = 1.5R$,

[1 bod] $E = mgh_0 = 1.5mgR$. (1)

Tijelo ubrzava niz kosine te se po ravnom dijelu staze giba maksimalnom brzinom v_1 (ukupna energija jednaka je kinetičkoj) nakon čega usporava duž kružne putanje (kinetička se energija pretvara u gravitacijsku potencijalnu) i odvaja se od kružne putanje u trenutku t_2, kao što je prikazano na slici kada reakcija podloge F_r iščezava, a brzinu tijela v_2 možemo odrediti iz centripetalne sile čiju ulogu igra komponenta gravitacijske sile usmjerena prema središtu kružnice:

[1 bod] $F_{cp} = (F_r = 0) + mg\sin\alpha$

[1 bod] $mv_2^2/R = mg\sin\alpha$

[1 bod] $v_2^2 = Rg\sin\alpha$. (2)

[2 boda] Kada se tijelo nalazi na visini $R + R\sin\alpha$ (slijedi iz pravokutnog trokuta na slici), ukupna energija (1) u trenutku t_2 iznosi

[1 bod] $mgh_0 = mgR(1 + \sin\alpha) + 0.5mv_2^2$

[1 bod] $v_2^2 = 2g[h_0 - R(1 + \sin\alpha)]$. (3)

Izjednačavanjem (2) i (3) eliminiramo brzinu

[1 bod] $Rg\sin\alpha = 2gh_0 - 2gR - 2gR\sin\alpha$

[1 bod] $3Rg\sin\alpha = 2g(h_0 - R)$

[1 bod] $\sin\alpha = 2(1.5R - R)/(3R) = 1/3$. (4)

Uvrštavanjem (4) u (2) slijedi kvadrat brzine

[1 bod] $v_2^2 = Rg/3$.

Iz zakona očuvanja energije možemo procijeniti visinu odvajanja

[1 bod] $mgh_0 = mgh_2 + 0.5mv_2^2 \implies h_2 = 3R/2 - R/6 \implies h_2 = 4R/3 = 1.\dot{3}R$

što potvrđuje da se tijelo odvaja prije završetka kružnog luka kao na gornjoj slici.

[1 bod] Dakle, tijelo se dalje giba kao u kosom hitcu, odnosno njegova se visina povećava dok ne iščezne vertikalna komponenta brzine pa u tom trenutku t_3 kinetičkoj energiji pridonosi samo horizontalna komponenta brzine $v_3 = v_{2x}$ koja se u odsutnosti otpora ne mijenja u odnosu na iznos u trenutku t_2 te

[2 boda] prema rastavu na slici njezin kvadrat iznosi

[1 bod] $v_3^2 = v_{2x}^2 = (Rg/3)\sin^2\alpha = Rg/27$.

Primjenom zakona očuvanja energije u trenutku t_0 (1) i t_3 slijedi maksimalna visina h_3

[1 bod] $mgh_0 = mgh_3 + 0.5mv_3^2$

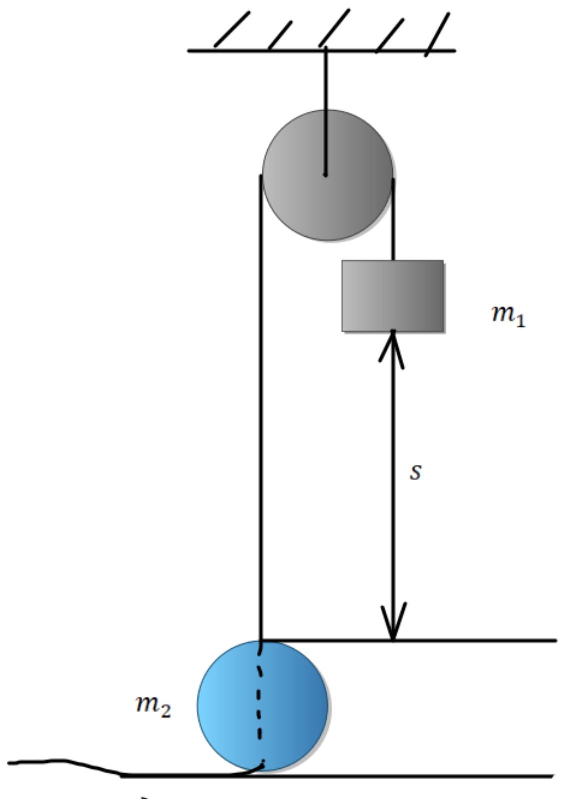
[1 bod] $h_3 = 3R/2 - R/54 = 40R/27 = 1.\dot{4}8\dot{1}R = 1.\dot{4}8\dot{1}$ m.

Srednje škole 1. skupina

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

1) Slaganje pribora

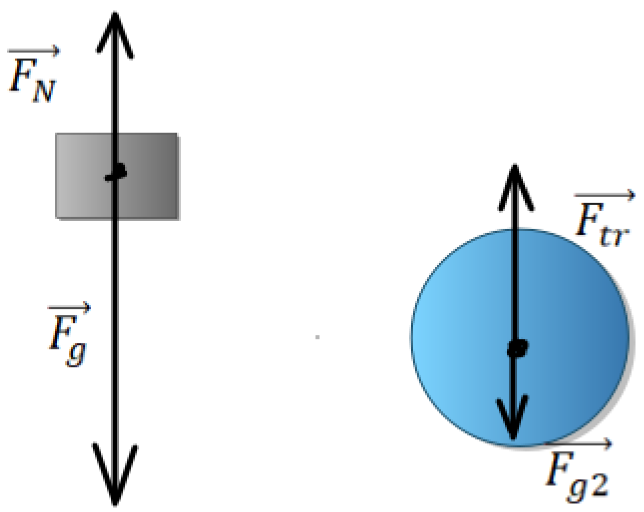
Pribor treba složiti prema slici:



U početnom trenutku loptica treba biti na podu. Tijekom gibanja kuglica i nit trebaju cijelo vrijeme biti u kontaktu. Dio niti mora viriti iz loptice. **(5 bodova)**

2) Dijagrami sila

Za vrijeme gibanja na uteg djeluju sila teža i napetost niti i uteg dobiva ubrzanje a_1 usmjereno prema dolje.



(5 bodova)

Na lopticu djeluje sila trenja usmjerena prema gore i sila teža usmjerena prema dolje te loptica dobiva ubrzanje a_2 usmjereno prema gore.

3) Izvod izraza za silu kinetičkog trenja

Vrijede jednadžbe:

$$m_1 a_1 = m_1 g - F_N$$ **(1 bod)**

$$m_2 a_2 = F_{tr} - m_2 g$$ **(1 bod)**

Primijetimo da tijela imaju različite akceleracije i po iznosu i smjeru.

Dalje, sila napetosti niti po iznosu je upravo jednaka sili trenja. Kad ne bi bilo trenja između loptice i niti, uteg bi slobodno padao, a napetost niti bila bi jednaka nuli.

Ako prvu jednadžbu pomnožimo s m_2 , a drugu s m_1 i zbrojimo jednadžbe, dobit će se:

$$m_1 m_2 (a_1 + a_2) = (m_1 - m_2) F_{tr}$$ **(1 bod)**

Odnosno,

$$F_{tr} = \frac{m_1 m_2 (a_1 + a_2)}{(m_1 - m_2)}$$ **(1 bod),**

pri čemu se koristi $F_N = F_{tr}$. **(1 bod)**

Da bismo odredili zbroj akceleracija $a_1 + a_2$, potrebno je metrom odrediti početnu udaljenost od utega do lopte s i štopericom odrediti vrijeme susreta lopte i utega od početka gibanja t.

Budući da se ubrzavaju jedno prema drugomu, vrijedi:

$$s = \frac{(a_1 + a_2) t^2}{2}$$ **(2 boda)**

$$(a_1 + a_2) = \frac{2s}{t^2}$$ **(1 bod)**

$$F_{tr} = \frac{2 s m_1 m_2}{t^2 (m_1 - m_2)}$$ **(2 boda)**

Mjerenjem početne udaljenosti s, vremena susreta t i iz poznatih masa tijela odredi se sila trenja iz gornje jednadžbe.

4) Mjerenja i račun srednje vrijednosti

Napravi se 10 mjerenja i odredi se srednja vrijednost te odstupanje od srednje vrijednosti.
(10 bodova)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6. svibnja 2025.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje se koristite kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smijete imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 19)

Promotrite pojednostavljeni model elektronskog topa s mogućnošcu usmjeravanja snopa na slici. Top se sastoji od dvaju kvadratnih pločastih kondenzatora, kojima je razlika potencijala između ploča 12 V. Duljina stranica ploča je, koristeći se oznakama slike, d = 5 cm, što je ujedno i udaljenost ploča drugog kondenzatora, te l = 3 cm i mete koja se nalazi na nekoj udaljenosti x od drugog kondenzatora. Udaljenost ploča prvog kondenzatora, D, nije poznata.

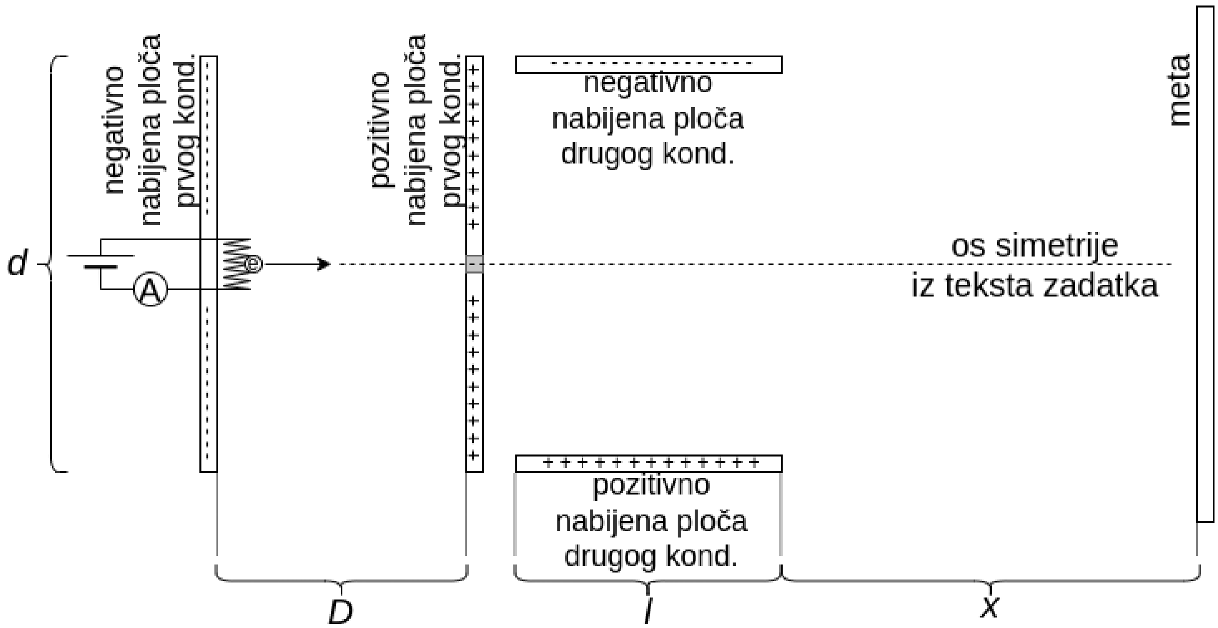
Elektroni se spontano odvajaju od zagrijane žice za koju možete pretpostaviti da se nalazi u centru i zanemarivo blizu kvadratne anode prvog kondenzatora. Električno polje toga kondenzatora ubrzava emitirane elektrone do njihova izlaska iz kondenzatora kroz mali otvor u katodi, kroz koji možemo pretpostaviti da elektroni prolaze neometano. Potom elektroni ulaze u električno polje drugog kondenzatora te konačno izlaskom iz tog polja oni se slobodno gibaju do trenutka kada se sudare s metom.

(a)
Promotrite gibanje jednog elektrona u ovom sustavu te odredite komponente brzine elektrona u trenutku kada se krene slobodno gibati i odredite pomak elektrona u tom trenutku od centralne osi simetrije, koja je prikazana isprekidanom crtom na slici. Potom, odredite vertikalni pomak elektrona od osi simetrije kao funkciju udaljenosti x kada on udari u metu.

Pretpostavite da je početna brzina elektrona zanemariva, da su električna polja kondenzatora savršeno homogena te da u potpunosti iščezavaju u prostoru koji se ne nalazi između njihovih ploča. Pretpostavite da je čitav postav u vakuumu te da je meta mnogo većih dimenzija od ostatka sustava tako da je elektroni uvijek pogode. Zanemarite gravitaciju.

(b)
Promotrite snop elektrona koji udara metu kao u prvom dijelu zadatka, pretpostavljajući pri tome da se elektroni gibaju posve neovisno jedan o drugome. Odredite koliko energije elektroni deponiraju u metu po jedinici vremena te koliki treba biti toplinski kapacitet mete ako se njezina temperatura poveća za 0.01 K svake sekunde od trenutka kada je elektroni počinju pogađati.

Pretpostavite da se sva kinetička energija elektrona pretvara u toplinu koju meta apsorbira pri udaru. Poznato je da elektroni koje žica emitira rezultiraju očitanjem struje od 2 miliampera na ampermetru A sa slike te da ta struja potječe isključivo od „nadomještanja” elektrona koji su otpušteni na žici.


negativno nabijena ploča prvog kond.
pozitivno nabijena ploča prvog kond.
negativno nabijena ploča drugog kond.
pozitivno nabijena ploča drugog kond.
meta
os simetrije iz teksta zadatka
d
A
e
D
l
x

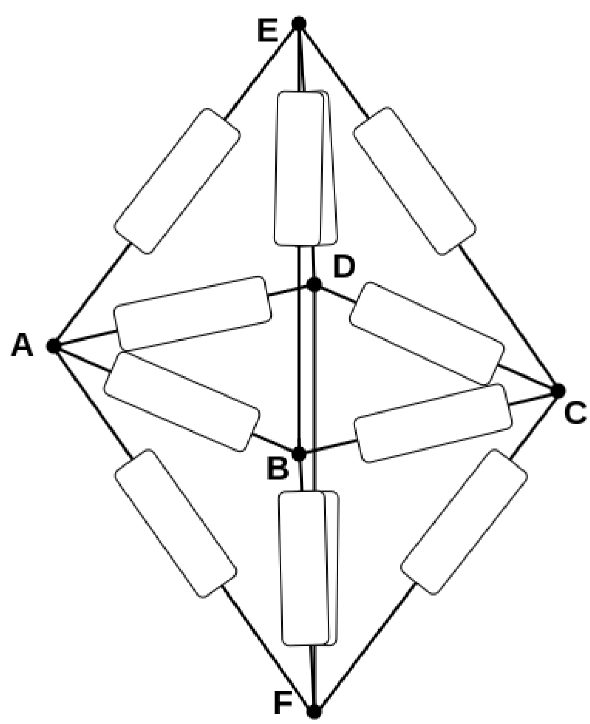
Zadatak 2. (ukupno bodova: 17)

Zadan je sustav identičnih otpornika otpora 2 Ω postavljen u obliku oktaedra kao na slici.

(a)
Ako u točku E spojimo jedan terminal, a u F spojimo drugi terminal naponskog izvora konstantnog napona 6 V, odredite ekvivalentni otpor sklopa.

(b)
Isti izvor napona spojimo na sljedeći način: na jedan terminal izvora spojimo (kao da spajamo paralelni sklop) točke A i C, dok na drugi spojimo točke E i F. Odredite ekvivalentni otpor.

Dodatno, odredite kolika je najveća ukupna snaga koju ovi sklopovi crpe iz izvora te kolika je najveća snaga koja se razvija na pojedinim otpornicima uzimajući u obzir oba sklopa. Pretpostavite da su sve spojne žice savršeni vodiči.



Zadatak 3. (ukupno bodova: 14)

Promotrite dvije posude ispunjene s po jednim kilogramom posebno pripremljenog termogela te dva beskonačno velika spremnika temperature 300 i 250 K. Poznato je da gel ima fazni prijelaz iz tekućine u krutinu (ili obratno) blizu sobne temperature. Oba su gela u početku u tekućem stanju te je temperatura jednog gela točno temperatura faznog prijelaza i iznosi 325 K, dok je temperatura drugog 350 K.

Odredite omjer maksimalnih ukupnih toplina koje topliji spremnik primi u sljedeća dva slučaja. Prvo, dopustimo da se posude međusobno i s toplijim spremnikom stave u izravan termalni kontakt bilo kojim redoslijedom. Potom, sustav vratimo u početno stanje te spojimo spremnike Carnotovim strojem koji konfiguriramo da radi kao toplinska pumpa.

U drugom slučaju isključivo se latentna toplina gela koristi za pogonjenje stroja. Pretpostavite da stroj prestaje s radom kada se sav gel ukruti. Odredite koliko vremena treba da Carnotov stroj prestane s radom ako on uzima 0.5 kJ topline od hladnijeg spremnika svake sekunde.

Latentna toplina skrućivanja gela jest 500 kJ/kg, dok je toplinski kapacitet njegove krute faze tri puta veći od kapaciteta njegove tekuće faze i iznosi 3 kJ/kgK. Zanemarite toplinski kapacitet posude u kojoj se gel nalazi. Zanemarite bilo kakav prijenos topline na okolinu te sve druge energijske gubitke.

Zadatak 4. (ukupno bodova: 20)

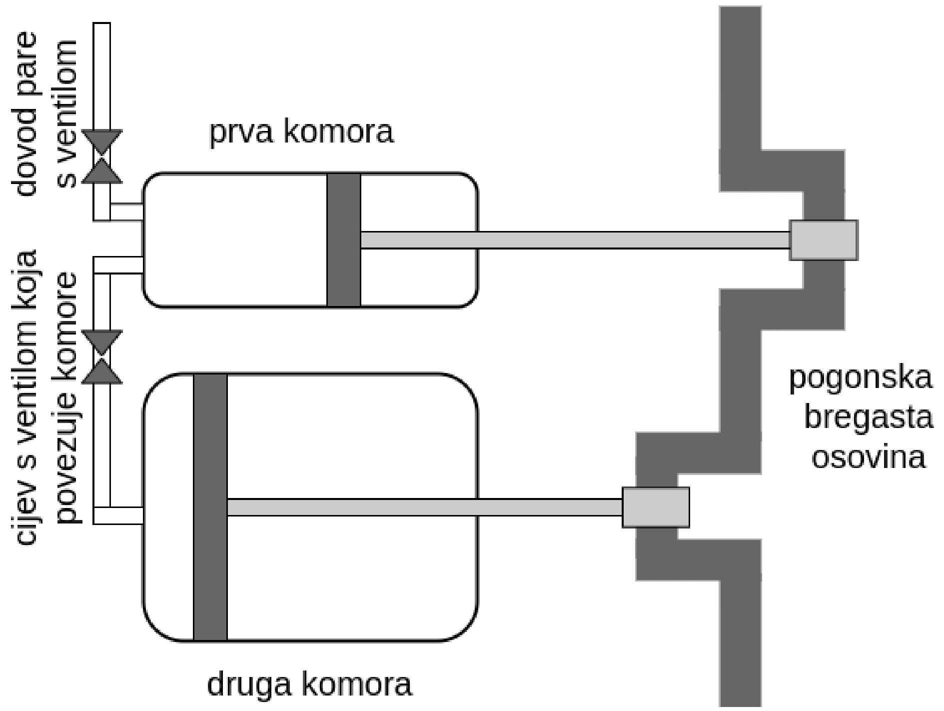
U povijesti razvoja parnih strojeva najnapredniji tipovi parnog stroja, koje je tek postupno za mijenila široka uporaba plinske turbine u 20. stoljeću, bili su takozvani višestruko-ekspandirajući parni strojevi. Ovdje ćemo promotriti pojednostavljen model jednog takvog stroja s dvije ekspanzijske komore čija je gruba skica prikazana na slici. Pri računu, jednostavnosti radi, pretpostavite da se para može opisati kao jednoatomni idealni plin, da su tlakovi u sustavu dovoljno veliki da ona nikada ne dođe do točke faznog prijelaza te da se sve ekspanzije događaju dovoljno brzo da se može uzeti da su to adijabatske promjene. Dodatno, pretpostavite da svi klipovi klize u komorama bez trenja te da su sve komore vakuumirane prije ubrizgavanja pare. Zanemarite gravitaciju i sve energijske gubitke. Zanemarite volumen spojnih cijevi sa skice.

U početku radnog ciklusa superzagrijana para temperature 120 ^{o}C pod tlakom od 300 atmosfera ubrizgava se u prvu ekspanzijsku komoru. Ta je komora oblika cilindra radijusa 15 cm koja je na jednom kraju zatvorena pomičnim klipom oblika diska. U početnom trenutku klip je udaljen 10 cm od druge strane komore. Pretpostavite da se ubrizgavanje odvija u tako malom vremenskom intervalu da se klip „ne stigne” početi kretati prije negoli se ventil za ubrizgavanje zatvori. Nakon zatvaranja ventila para pomiče klip do trenutka kada sila na klip ne padne na 80 % početne.

Kada sila na prvi klip padne na tu vrijednost, otvara se ventil prema drugoj komori. Druga je komora isto cilindrična, s pomičnim klipom oblika diska radijusa 30 cm. Klip u drugoj komori u trenutku ubrizgavanja pare nalazi se 5 cm od suprotne stijenke te komore. Pretpostavite ponovno da klipovi miruju dok se para preraspodjeljuje između dviju, sada spojenih, komora.

Nakon što se raspodjela pare homogenizirala, počinje druga faza ekspanzije u kojoj se oba klipa kreću, prvi prema stijenci svoje komore, a drugi od stijenke svoje komore (pripazite, tijekom cijele druge faze komore su spojene!). Zahvaljujući tome da su oba klipa spojena na istu bregastu osovinu, iznos njihovih pomaka je jednak. Ova faza ekspanzije traje do trenutka kada se prvi klip nađe na udaljenosti od 5 cm od stijenke svoje komore.

Izračunajte omjer ukupnog rada koji se izvrši na klip u prvoj fazi ekspanzije (do trenutka otvaranja ventila prema drugoj komori) i ukupnog rada koji ovaj sustav izvrši na klipove, odnosno pogonsku osovinu koja ih spaja tijekom cijelog prethodno opisanog procesa. Možete li zaključiti zašto su se u parne strojeve počele dodavati dodatne ekspanzijske komore?


dovod pare
s ventilom
prva komora
cijev s ventilom koja
povezuje komore
pogonska i
bregasta
osovina
druga komora

Fizikalne konstante:

ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje:
$g = 9.81$ m/s^2

atmosferski tlak, odnosno tlak koji odgovara jednoj atmosferi:
$p_{atm} = 101300$ Pa

temperatura apsolutne nule:
$T_0 = -273.15$°C

plinska konstanta:
$R = 8.314$ J/Kmol

masa elektrona:
$m_e = 9.1094 \times 10^{-31}$ kg

elementarni naboj:
$q_e = 1.6021 \times 10^{-19}$ C.

Državno natjecanje iz fizike

Vodice, 5. – 8. svibnja 2025.

Eksperimentalni zadatak – 2. skupina

Mjerenje gustoće tijela

Zadatak: Koristeći se samo dostupnim priborom potrebno je izmjeriti gustoću komada drva i komada metala. Gustoća vode koja se koristi u eksperimentalnom zadatku iznosi 1000 kg/m^3.

Pribor:

- dvije papirnate čaše
- jedna manja plastična čašica
- medicinska šprica
- ravnalo
- kemijska olovka
- tanki konopac
- posuda s vodom
- papirnati ubrusi za eventualno brisanje radne površine

Tijekom rješavanja zadatka potrebno je:

1. Izmjeriti volumen uronjenog dijela drva i tekstualno opisati kako je izmjeren volumen uronjenog dijela tijela. **(5 bodova)**
2. Izmjeriti volumen cijelog komada drva i tekstualno opisati kako je izmjeren volumen cijelog komada drva. **(5 bodova)**
3. Izmjeriti volumen komada metala i tekstualno opisati kako je izmjeren volumen komada metala. **(5 bodova)**
4. Izmjeriti masu komada drva i tekstualno opisati kako je izmjerena masa komada drva. **(5 bodova)**
5. Izmjeriti masu komada metala i tekstualno opisati kako je izmjerena masa komada metala. **(5 bodova)**
6. Izračunati gustoću drva. **(3 boda)**
7. Izračunati gustoću metala. **(2 boda)**

Ukupno **30 bodova**

NAPOMENA: Ako vam je potrebno još vode za izvođenje pokusa ili papirnatih ubrusa za brisanje radne površine, obratite se dežurnom nastavniku.

DRŽVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 6. svibnja 2025.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

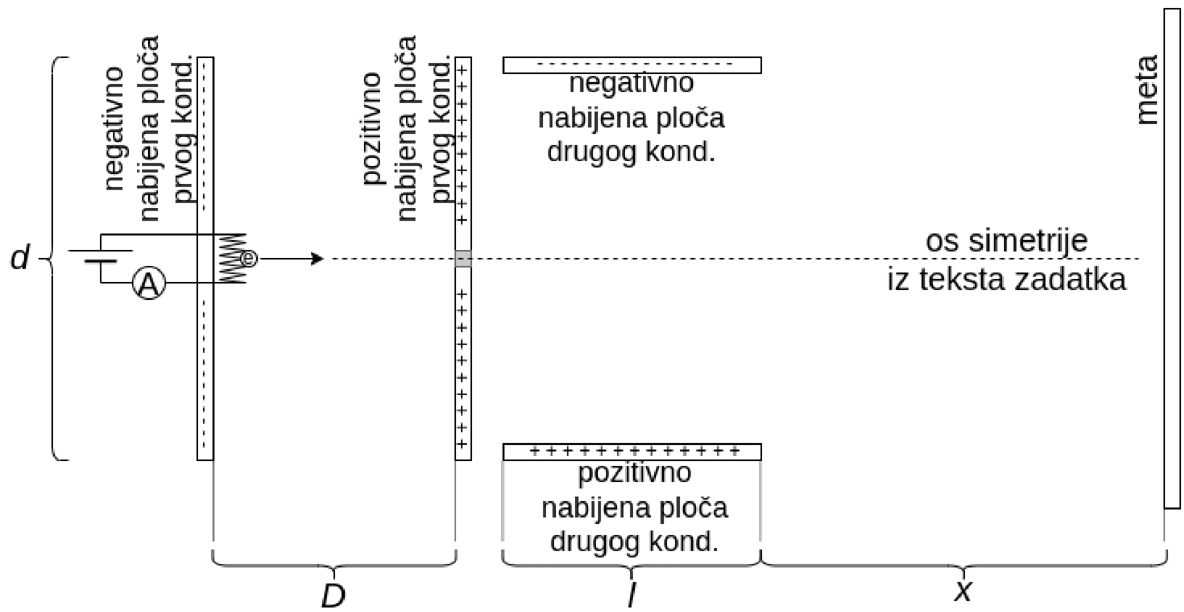
Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali. Najmanja jedinica bodova koja se dodjeljuje jest 1 bod.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 19)

Promotrite pojednostavljeni model elektronskog topa s mogućnošću usmjeravanja snopa na slici. Top se sastoji od dvaju kvadratnih pločastih kondenzatora, kojima je razlika potencijala između ploča 12 V. Duljina stranica ploča je, koristeći se oznakama sa slike, $d = 5$ cm, što je ujedno i udaljenost ploča drugog kondenzatora, te $l = 3$ cm i mete koja se nalazi na nekoj udaljenosti x od drugog kondenzatora. Udaljenost ploča prvog kondenzatora, D, nije poznata. Elektroni se spontano odvajaju od zagrijane žice za koju možete pretpostaviti da se nalazi u centru i zanemarivo blizu kvadratne anode prvog kondenzatora. Električno polje toga kondenzatora ubrzava emitirane elektrone do njihova izlaska iz kondenzatora kroz mali otvor u katodi, kroz koji možemo pretpostaviti da elektroni prolaze neometano. Potom elektroni ulaze u električno polje drugog kondenzatora te konačno izlaskom iz tog polja oni se slobodno gibaju do trenutka kada se sudare s metom.

(a) Promotrite gibanje jednog elektrona u ovom sustavu te odredite komponente brzine elektrona u trenutku kada se krene slobodno gibati i odredite pomak elektrona u tom trenutku od centralne osi simetrije, koja je prikazana isprekidanom crtom na slici. Potom, odredite vertikalni pomak elektrona od osi simetrije kao funkciju udaljenosti x kada on udari u metu.
Pretpostavite da je početna brzina elektrona zanemariva, da su električna polja kondenzatora savršeno homogena te da u potpunosti iščezavaju u prostoru koji se ne nalazi između njihovih ploča. Pretpostavite da je čitav postav u vakuumu te da je meta mnogo većih dimenzija od ostatka sustava tako da je elektroni uvijek pogode. Zanemarite gravitaciju.

(b) Promotrite snop elektrona koji udara metu kao u prvom dijelu zadatka, pretpostavljajući pri tome da se elektroni gibaju posve neovisno jedan o drugome. Odredite koliko energije elektroni deponiraju u metu po jedinici vremena te koliki treba biti toplinski kapacitet mete ako se njezina temperatura poveća za 0.01 K svake sekunde od trenutka kada je elektroni počinju pogađati. Pretpostavite da se sva kinetička energija elektrona pretvara u toplinu koju meta apsorbira pri udaru. Poznato je da elektroni koje žica emitira rezultiraju očitanjem struje od 2 miliampera na ampermetru A sa slike te da ta struja potječe isključivo od „nadomještanja” elektrona koji su otpušteni na žici.



Rješenje:

(a)
S obzirom na to da je električno polje po naputku homogeno, razlika potencijala ΔV odgovarat će umnošku udaljenosti između ploča i jačine polja **(1 bod za uspješno izvođenje sljedeće formule)**

$$E = \frac{\Delta V}{l} \,,$$

pri čemu je l udaljenost ploča. Za prolazak elektrona kroz polje prvog kondenzatora vrijedi **(1 bod za poznavanje rada i električne sile te 1 bod za izvođenje veze s električnim poljem/potencijalom)**

$$E_{kin} = W_{F_{el}} = q_e E_1 D = q_e \Delta V \,,$$

pri čemu je q_e iznos elementarnoga naboja, a ΔV je razlika potencijala na prvom kondenzatoru. Koristeći se formulom za kinetičku energiju, možemo dobiti brzinu elektrona u horizontalnom smjeru **(1 bod za fizikalno ispravni postupak izvođenja formule za brzinu, 1 bod za rezultat)**

$$v_{x,0} = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2q_e\Delta V}{m_e}} = 2054433 \text{ m/s} \,,$$

pri čemu je m_e masa elektrona. S obzirom na to da je jedina sila koja će na elektron djelovati nakon njegova izlaska iz prvog kondenzatora do sudara s metom sila od polja drugog kondenzatora te da je ta sila okomita na ovu komponentu brzine, zaključujemo da je ona konstanta **(1 bod za ovakav zaključak, bodovati pozitivno i kada je to implicitno napravljeno u postupku)**. Za prolazak elektrona kroz polje drugog kondenzatora trebat ćemo izračunati vrijeme potrebno da on prijeđe tu udaljenost **(1 bod za poznavanje/ispravno korištenje kinematičkih formula za jednoliko ubrzano gibanje)**

$$t_2 = \frac{l}{v_{x,0}} \,.$$

Akceleracija koja je posljedica tog polja iznosi **(1 bod za ispravno određenu akceleraciju)**

$$a_y = \frac{q_e E_2}{m_e} = \frac{q_e \Delta V}{m_e d} \,.$$

Konačna je brzina u smjeru osi y **(1 bod za ispravno određenu komponentu brzine)**

$$v_{y,kon} = a_y t_2 = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{q_e\Delta V}{2m_e}} = 616349 \text{ m/s} \,.$$

Put prijeđen u tom smjeru prije izlaska iz polja drugog kondenzatora je **(1 bod za ispravno određen put, tj. pomak)**

$$\Delta y(x=0) = \frac{a_y (t_2)^2}{2} = \frac{l^2}{4d} = 0.45 \text{ cm} \,.$$

Kako su brzine konstantne nakon izlaska elektrona iz polja drugog kondenzatora, vrijedi da će njihov omjer biti jednak omjeru prijeđenih putova **(1 bod za fizikalno smislen postupak određivanja funkcionalne ovisnosti, 1 bod za uzimanje u obzir početnog pomaka u smjeru y u formuli te 1 bod za točan rezultat. Pozitivno vrednovati i u slučaju kada su koeficijenti dani kao numeričke vrijednosti s ispravnim fizikalnim jedinicama)**

$$\frac{\Delta y(x) - \Delta y(x=0)}{x} = \frac{v_y}{v_{x,0}} \quad \Rightarrow \quad \Delta y(x) = \frac{l}{2d}x + \frac{l^2}{4d} \,.$$

(b)
Ako elektroni koji se odvajaju od žice izazivaju struju do 2 μA, to znači da svake sekunde **(1 bod za ispravno određen broj elektrona)**

$$N_e = \frac{I}{q_e} \cdot 1\,\mathrm{s} = 1,248 \cdot 10^{22}$$

elektrona bombardira metu. Po uputi zadatka, pretpostavljamo da se svaki elektron ponaša upravo kao u prethodnom računu, što znači da je njegova ukupna individualna kinetička energija jednaka **(1 bod za ispravan rezultat za energiju)**

$$E_{kin} = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{m_e(v_x^2 + v_y^2)}{2} = \frac{m_e}{2}\left(2 + \frac{l^2}{2d^2}\right)\frac{q_e \Delta V}{m_e} = q_e \Delta V \left(1 + \frac{l^2}{4d^2}\right).$$

Ukupna snaga koju snop elektrona deponira u metu tada je **(1 bod za zaključak da je snaga snopa umnožak broja elektrona po sekundi i njihove energije, 1 bod za točan rezultat za snagu)**

$$P_{\mathrm{snop}} = \frac{N_e E_{kin}}{1\,\mathrm{s}} = I\Delta V \left(1 + \frac{l^2}{4d^2}\right) = 0.0262\ \mathrm{W}.$$

Konačno, ako s $\Delta T/\Delta t$ označimo brzinu kojom se meta zagrijava, dolazimo do rezultata za toplinski kapacitet mete, C_m **(1 bod za manipulaciju izraza za toplinski kapacitet te 1 bod za ispravan konačni rezultat)**

$$C_m \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = P_{\mathrm{snop}} \quad \Rightarrow \quad C_m = \frac{P_{\mathrm{snop}}}{\Delta T/\Delta t} = 2.616\ \mathrm{J/K}.$$

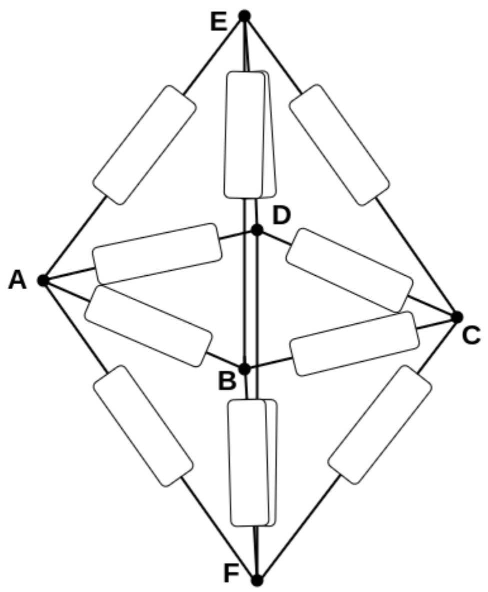
Zadatak 2. (ukupno bodova: 17)

Zadan je sustav identičnih otpornika otpora 2 Ω postavljen u obliku oktaedra kao na slici.

(a) Ako u točku E spojimo jedan terminal, a u F spojimo drugi terminal naponskog izvora konstantnog napona 6 V, odredite ekvivalentni otpor sklopa.

(b) Isti izvor napona spojimo na sljedeći način: na jedan terminal izvora spojimo (kao da spajamo paralelni sklop) točke A i C, dok na drugi spojimo točke E i F. Odredite ekvivalentni otpor.

Dodatno, odredite kolika je najveća ukupna snaga koju ovi sklopovi crpe iz izvora te kolika je najveća snaga koja se razvija na pojedinim otpornicima uzimajući u obzir oba sklopa. Pretpostavite da su sve spojne žice savršeni vodiči.



Rješenje:

(a)
U ovom slučaju, zbog simetrije problema, točke A, B, C i D nalaze se na istom potencijalu. **(1 bod za razmatranje potencijala, odnosno napona između točaka, 1 bod za zaključak o tome da su točke u tom prstenu na istom potencijalu)**. Zbog ovoga otpornicima koji ih spajaju struja ne teče te njih možemo zanemariti **(1 bod za ispravan zaključak ili ekvivalentnu shemu)**. Preostaju četiri paralelno spojene grane načinjene od po dva serijski spojena otpornika svaka. Serijski spoj daje **(1 bod za ispravno korištenje formule za serijski spoj otpornika)**

$$R_{\text{grana}} = R_1 + R_2 = 4\,\Omega\,.$$

Sveukupno imamo paralelni spoj 4 takve grane pa vrijedi **(1 bod za ispravno korištenje formule za paralelni spoj otpornika i 1 bod za točan konačni rezultat)**

$$R_a^{uk} = \frac{1}{4\frac{1}{R_{\text{grana}}}} = 1\,\Omega\,.$$

(b)
Napomena: u sljedećem odlomku skraćeno nazivamo struje koje teku između vrhova X i Y „strujom XY" te pretpostavljamo da točke A i C spojimo na pozitivan terminal izvora (u suprotnom, jednostavno obrnemo sve smjerove struja).

Zahvaljujući činjenici da je oktaedar simetričan na zrcaljenje preko ravnine AFCE, u stranicama AB i AD te BC i CD teče ista struja. S obzirom na simetriju na zrcaljenje preko ravnine DEBF, sve navedene struje (AB, AD, BC i CD) su zapravo istog iznosa. **(2 boda za ispravno pojednostavljivanje problema korištenjem simetrija)**

Analognim slijedom zaključivanja možemo dobiti i da su struje AE, CE, CF i AF jednakih iznosa te da su struje BF, DF, BE i DE jednakih iznosa. U skladu s time, uvodimo oznake

$$I_{AB} = I_{AD} = I_{BC} = I_{CD} = I_1\,,$$

$$I_{AE} = I_{AF} = I_{CE} = I_{CF} = I_2\,,$$

$$I_{BE} = I_{BF} = I_{DE} = I_{DF} = I_3\,,$$

pri čemu sve struje teku od točaka A i C prema točkama E i F.

No, po zakonu očuvanja naboja (i prvom Kirchhoffovom pravilu koje iz njega proizlazi) zbroj struja koje ulaze u jednu točku mora biti jednak zbroju struja koja izlaze iz nje. Primijenimo li ovo na točku B ili D, imamo **(1 bod za uspješnu eliminaciju jedne nepoznanice)**

$$2I_1 = 2I_3 \quad \Rightarrow \quad I_1 = I_3\,.$$

Promotrimo li bilo koju od stranica AE, CE, AF ili CF, možemo zaključiti

$$RI_2 = \Delta V_2 = \Delta V_{izvor}\,,$$

pri čemu je ΔV_{izvor} napon izvora. Stoga je $I_2 = \Delta V_{izvor}/R$. Istovremeno, pratimo li put ABE (ili bilo koji od njegovih simetrijskih ekvivalenata) slijedi

$$RI_1 + RI_3 = \Delta V_1 + \Delta V_3 = \Delta V_{A-E} = \Delta V_{izvor}\,.$$

Usporedimo li zadnje dvije jednadžbe i izjednačimo li napone izvora dolazimo do relacije **(1 bod za uspješnu eliminaciju druge nepoznanice te 1 bod za ispravno povezivanje veličina s onima koje su zadane u zadatku)**

$$RI_1 + RI_3 = 2RI_1 = \Delta V_{izvor} = RI_2 \quad \Rightarrow \quad 2I_1 = I_2\,.$$

Ukupna struja koja utječe u sklop je

$$I_{in,uk} = I_{in,A} + I_{in,C} = 2(2I_1 + 2I_2)\,,$$

uzmemo li u obzir sve formule koje imamo možemo povezati ukupnu struju s naponom izvora i konačno dobiti traženi otpor **(1 bod za točan rezultat za otpor)**

$$I_{in,uk} = 4I_1 + 4I_2 = 6I_2 = 6\Delta V_{izvor}/R \quad \Rightarrow \quad R_{uk} = \frac{R}{6} = \frac{1}{3}\,\Omega\,,$$

pri čemu smo na kraju prepoznali Ohmov zakon za cijeli strujni krug.

Vratimo se na zadatak. Za izvor fiksnog napona veću će snagu crpiti sklop manjeg ekvivalentnog otpora **(1 bod za ispravno argumentirani zaključak koji sklop crpi više energije)**. U našem problemu to je konfiguracija pod (b) te je tu snaga **(1 bod za točan rezultat za snagu)**

$$P_{b,uk} = UI = \frac{U^2}{R_b^{uk}} = 108\,\mathrm{W}\,.$$

U konfiguraciji pod (a) na svim se otpornicima razvija ista snaga i ona je jednaka

$$P_{a,R} = \frac{(U_a^R)^2}{R} = \left(\frac{U_{\mathrm{izvor}}}{2}\right)^2 \frac{1}{R} = 4.5\,\mathrm{W}\,,$$

U sklopu pod (b) moguće je, i zaista će tako i biti, da se ista snaga ne razvija na svim otpornicima. No, kako su svi oni identični, onda će otpornik s najvećim padom napona biti onaj s najvećom snagom. **(1 bod za ispravan zaključak koji otpornici imaju veću snagu u b sklopu)** Ovdje su to konkretno otpornici AE, CE, AF i CF jer na njima pad napona mora biti točno jednak naponu izvora, s obzirom na to da postoji izravna linija koja spaja ulaz i izlaz iz sklopa prolazeći kroz njih. Stoga je najveća snaga koja se razvija na otpornicima u drugoj konfiguraciji **(1 bod za točan rezultat za snagu)**

$$P_{b,Rmax} = \frac{(U_{\mathrm{izvor}})^2}{R} = 18\,\mathrm{W}\,.$$

Vidimo da smo dobili veći rezultat negoli u prvom slučaju te zaključujemo da se najveća snaga razvija na otpornicima AE, CE, AF i CF u (b) spoju oktaedra **(1 bod za točno navedena sva 4 otpornika s argumentacijom zašto oni imaju veću snagu)**.

Zadatak 3. (ukupno bodova: 14)

Promotrite dvije posude ispunjene s po jednim kilogramom posebno pripremljenog termogela te dva beskonačno velika spremnika temperature 300 i 250 K. Poznato je da gel ima fazni prijelaz iz tekućine u krutinu (ili obratno) blizu sobne temperature. Oba su gela u početku u tekućem stanju te je temperatura jednog gela točno temperatura faznog prijelaza i iznosi 325 K, dok je temperatura drugog 350 K.

Odredite omjer maksimalnih ukupnih toplina koje topliji spremnik primi u sljedeća dva slučaja. Prvo, dopustimo da se posude međusobno i s toplijim spremnikom stave u izravan termalni kontakt bilo kojim redoslijedom. Potom, sustav vratimo u početno stanje te spojimo spremnike Carnotovim strojem koji konfiguriramo da radi kao toplinska pumpa.

U drugom slučaju isključivo se latentna toplina gela koristi za pogonjenje stroja. Pretpostavite da stroj prestaje s radom kada se sav gel ukruti. Odredite koliko vremena treba da Carnotov stroj prestane s radom ako on uzima 0.5 kJ topline od hladnijeg spremnika svake sekunde.

Latentna toplina skrućivanja gela jest 500 kJ/kg, dok je toplinski kapacitet njegove krute faze tri puta veći od kapaciteta njegove tekuće faze i iznosi 3 kJ/kgK. Zanemarite toplinski kapacitet posude u kojoj se gel nalazi. Zanemarite bilo kakav prijenos topline na okolinu te sve druge energijske gubitke.

Rješenje:

Prvo odredimo koliko topline gel preda spremniku kada ih stavimo u izravan kontakt. Tu je nužno primijetiti da neovisno o postupku kojim stavljamo spremnik i posude u kontakt, nakon dovoljno dugo vremena, konačno je stanje uvijek isto: spremnik temperature 300 K (njemu se temperatura ne može promijeniti jer je beskonačnog kapaciteta) te dvije posude pune gel-krutine također temperature 300 K (**1 bod za ispravan zaključak koje je konačno stanje, 1 bod za argumentaciju da redoslijed spajanja nije bitan te 1 bod za zaključak da se temperatura beskonačnog spremnika ne može promijeniti**). Stoga, možemo samo izračunati energiju koja se oslobađa na putu od početnog do konačnog stanja te će to biti ukupna toplina koja je predana spremniku.

Topliji se gel mora ohladiti prije negoli može započeti s faznim prijelazom, što rezultira oslobađanjem **(1 bod za poznavanje formule za toplinu i toplinski kapacitet te 1 bod za točan rezultat za ovu toplinu)**

$$Q_h = mc_l \Delta T_h = 25\,\mathrm{kJ}$$

topline. Pri čemu smo s m označili masu gela u jednoj posudi. Sada sav gel prelazi u krutinu i to daje sljedeću latentnu toplinu **(1 bod za poznavanje formule za latentnu toplinu te 1 bod za točan rezultat za ovu toplinu)**

$$Q_L = 2mq_L = 1000\,\mathrm{kJ}\,,$$

pri čemu je q_L specifična latentna toplina gela. Konačno, oba se gela hlade do temperature spremnika što podrazumijeva transfer **(1 bod za točan rezultat za ovu toplinu)**

$$\Delta Q = 2mc\Delta T = 150\,\mathrm{kJ}\,,$$

topline, pa je sveukupno 1175 kJ topline predano toplijem spremniku. Ako bismo namjesto toga spojili Carnotov stroj, on bi, po naputku u zadatku, radio sve dok ne bi „potrošio" združenu latentnu toplinu Q_L koju smo prethodno izračunali. Znamo da za Carnotov stroj vrijedi **(1 bod za poznavanje formule za Carnotov stroj)**

$$\frac{T_>}{T_<} = \frac{Q_>}{Q_<}\,,$$

pri čemu su s indeksima znakova „veće od" i „manje od" označene temperature i topline koje se izmjenjuju s toplijim, odnosno hladnijim spremnikom. Imajući na umu da je naš stroj postavljen da radi kao toplinska pumpa te koristeći se zakonom očuvanja energije, možemo napisati **(1 bod za ispravno korištenje zakona očuvanja energije te 1 bod za ispravnu manipulaciju izraza za predanu toplinu)**

$$Q_> = Q_< + Q_{ext} = \frac{T_<}{T_>}Q_> + Q_{ext} \quad \Rightarrow \quad Q_> = \frac{T_>}{T_> - T_<}Q_{ext} = \frac{T_>}{T_> - T_<}Q_L = 6000\,\mathrm{kJ}\,,$$

pri čemu je Q_{ext} toplina koja izvana dolazi u stroj, što je u našem slučaju latentna toplina gela. Sveukupno, traženi omjer iznosi 0.19583 **(1 bod za točan rezultat za omjer)**.

Preuredimo sada prethodni izraz kako bismo povezali $Q_<$ i Q_{ext}

$$Q_{ext} = Q_> - Q_< = \frac{T_>}{T_<}Q_< - Q_< = \frac{T_> - T_<}{T_<}Q_<\,.$$

Podijelimo li sve s vremenom, dobivamo snagu $P_< = \Delta Q_< / \Delta t$ koja nam je zadana **(1 bod za ispravno povezivanje topline i snage)**. Sada lako dolazimo do traženog vremena **(1 bod za konačni rezultat)**

$$\Delta t = \frac{Q_L}{P_{ext}} = Q_L \left(\frac{T_> - T_<}{T_<} P_< \right)^{-1} = 10000\ \mathrm{s}\,.$$

Zadatak 4. (ukupno bodova: 20)

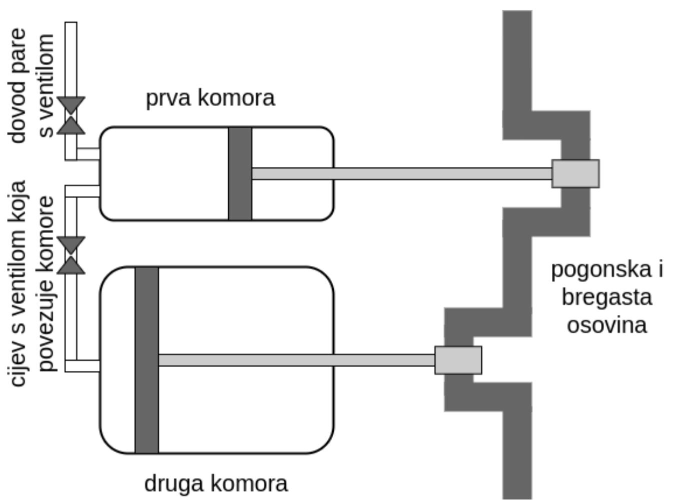
U povijesti razvoja parnih strojeva najnapredniji tipovi parnog stroja, koje je tek postupno zamijenila široka uporaba plinske turbine u 20. stoljeću, bili su takozvani višestruko-ekspandirajući parni strojevi. Ovdje ćemo promotriti pojednostavljen model jednog takvog stroja s dvije ekspanzijske komore čija je gruba skica prikazana na slici. Pri računu, jednostavnosti radi, pretpostavite da se para može opisati kao jednoatomni idealni plin, da su tlakovi u sustavu dovoljno veliki da ona nikada ne dođe do točke faznog prijelaza te da se sve ekspanzije događaju dovoljno brzo da se može uzeti da su to adijabatske promjene. Dodatno, pretpostavite da svi klipovi klize po komorama bez trenja te da su sve komore vakuumirane prije ubrizgavanja pare. Zanemarite gravitaciju i sve energetske gubitke. Zanemarite volumen spojnih cijevi sa skice.

U početku radnog ciklusa superzagrijana para temperature 120 °C pod tlakom od 300 atmosfera ubrizgava se u prvu ekspanzijsku komoru. Ta je komora oblika cilindra radijusa 15 cm koja je na jednom kraju zatvorena pomičnim klipom oblika diska. U početnom trenutku klip je udaljen 10 cm od druge strane komore. Pretpostavite da se ubrizgavanje odvija u tako malom vremenskom intervalu da se klip „ne stigne” početi kretati prije negoli se ventil za ubrizgavanje zatvori. Nakon zatvaranja ventila para pomiče klip do trenutka kada sila na klip ne padne na 80 % početne.

Kada sila na prvi klip padne na tu vrijednost, otvara se ventil prema drugoj komori. Druga je komora isto cilindrična, s pomičnim klipom oblika diska radijusa 30 cm. Klip u drugoj komori u trenutku ubrizgavanja pare nalazi se 5 cm od suprotne stijenke te komore. Pretpostavite ponovno da klipovi miruju dok se para preraspodjeljuje između dviju, sada spojenih, komora.

Nakon što se raspodjela pare homogenizirala, počinje druga faza ekspanzije u kojoj se oba klipa kreću, prvi prema stijenci svoje komore, a drugi od stijenke svoje komore (pripazite, tijekom cijele druge faze komore su spojene!). Zahvaljujući tome da su oba klipa spojena na istu bregastu osovinu, iznos njihovih pomaka je jednak. Ova faza ekspanzije traje do trenutka kada se prvi klip nađe na udaljenosti od 5 cm od stijenke svoje komore.

Izračunajte omjer ukupnog rada koji se izvrši na klip u prvoj fazi ekspanzije (do trenutka otvaranja ventila prema drugoj komori) i ukupnog rada koji ovaj sustav izvrši na klipove, odnosno pogonsku osovinu koja ih spaja tijekom cijelog prethodno opisanog procesa. Možete li zaključiti zašto su se u parne strojeve počele dodavati dodatne ekspanzijske komore?



Rješenje:

Počnimo tako da izračunamo početne uvjete nakon što je ubrizgavanje gotovo **(1 bod ukupno za konverziju svih varijabli u SI jedinice)**:

$$T_0 = 393.15\,\mathrm{K}\,, \quad p_0 = 30.39\,\mathrm{MPa}\,, \quad V = r_1^2 \pi h_1 = 0.0070686\,\mathrm{m}^3$$

Iz jednadžbe stanja idealnog plina možemo dobiti i količinu tvari pare, koja ostaje konstantna tijekom svih procesa **(1 bod poznavanje jednadžbe idealnog plina, 1 bod za točan rezultat za količinu tvari te 1 bod za zaključak da je ona konstanta)**,

$$n_0 = \frac{p_0 V_0}{R T_0} = 65.7195\,\mathrm{mol}\,.$$

Razmotrimo li početnu silu na klip možemo dobiti tlak pare pri kojemu se ventil prema drugoj komori otvori. S obzirom na to da je sila na klip izravno proporcionalna tlaku, uvjet na silu izravno se prenosi u uvjet na tlak **(1 bod za poznavanje veze između sile i tlaka te 1 bod za točan rezultat za tlak)**

$$p_1 = 0.8 p_0 = 24.312\,\mathrm{MPa}\,.$$

Po naputku zadatka možemo uzeti da je ekspanzija koja vodi do ovog stanja adijabatska, odnosno da je **(1 bod za poznavanje što znači adijabatska promjena)**

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma\,,$$

pri čemu je γ adijabatska konstanta koja za jednoatomni idealni plin iznosi 5/3. Volumen je stoga **(1 bod za kombinaciju izraza za adijabatsku promjenu i jednadžbe stanja te 1 bod za točan rezultat za volumen)**

$$V_1 = V_0 \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{3/5} = V_0 \left(\frac{1}{0.8}\right)^{3/5} = 0.00808\,\mathrm{m}^3\,.$$

Iz svega ovoga možemo dobiti konačnu temperaturu plina prije otvaranja ventila **(1 bod za točan rezultat za temperaturu)**

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{R n_0} = \frac{p_1 V_1 T_0}{p_0 V_0} = 0.8 \frac{V_1}{V_0} T_0 = 0.8 \left(\frac{1}{0.8}\right)^{3/5} T_0 = 359.579\,\mathrm{K}\,.$$

Kako nema energijskih gubitaka niti izmjene topline, cjelokupna promjena unutarnje energije idealnog plina pretvorena je u rad, odnosno **(1 bod za izvođenje izraza za rad te 1 bod za točan rezultat)**

$$\Delta W_1 = \Delta U_{0-1} = \frac{3}{2} n R \Delta T_{0-1} = 27.514\,\mathrm{kJ}\,.$$

Kada se ventil otvori, plin ima kratku slobodnu adijabatsku ekspanziju na kraju koje ispuni prostor u objema komorama. Kako pretpostavljamo da klipovi miruju te da je ekspanzija adijabatska, unutarnja energija plina mora ostati ista, što znači da se temperatura plina ne mijenja **(1 bod za točan zaključak za temperaturu)**. Volumen koji plin zauzme jednak je zbroju prethodnog volumena u prvoj komori i novog volumena iz druge komore

$$V_2 = V_1 + r_2^2 \pi h_2 = (0.00808 + 0.01414)\,\mathrm{m}^3 = 0.0222\,\mathrm{m}^3\,.$$

Kako bismo dobili konačno stanje sustava nakon druge ekspanzije, prvo trebamo odrediti koliko je prvi klip udaljen od stijenke svoje komore na početku te ekspanzije

$$h_1^{\text{druga exp}} = \frac{V_2}{r_1^2 \pi} = 0.1143\,\mathrm{m}\,.$$

Pomak tog klipa tijekom druge ekspanzije jednak je pomaku prvog klipa te iznosi **(1 bod za točan rezultat za pomak)**

$$\Delta h = (0.1143 - 0.05)\ \mathrm{m} = 0.06433\ \mathrm{m}\,.$$

Konačni volumen plina tada je **(1 bod za točan rezultat za konačni volumen)**

$$V_3 = r_1^2 \pi h_1^{\mathrm{kon}} + r_2^2 \pi h_2^{\mathrm{kon}} = (0.00353 + 0.0323)\ \mathrm{m}^3 = 0.03585\ \mathrm{m}^3\,.$$

Temperaturu na kraju druge ekspanzije možemo dobiti koristeći se jednadžbom stanja i činjenicom da je ovo adijabatski proces **(1 bod za fizikalno smislen izvod izraza za temperaturu te 1 bod za točan rezultat za temperaturu)**

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const.} \quad \Rightarrow \quad TV^{\gamma-1} = \mathrm{const.}\,,$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = 261.338\ \mathrm{K}\,.$$

Konačno, rad obavljen u drugoj ekspanziji jednak je promjeni unutarnje energije, koja je pak proporcionalna promjeni temperature **(1 bod za točan rezultat za rad)**

$$\Delta W_2 = \Delta U_{2-3} = \frac{3}{2} nR\Delta T_{2-3} = 80.517\ \mathrm{kJ}\,.$$

Traženi je omjer stoga **(1 bod za točan rezultat za omjer)**

$$\frac{\Delta W_1}{\Delta W_1 + \Delta W_2} = 0.2547\,.$$

Iz ovoga vidimo da se dodavanjem dodatnih ekspanzijskih komora može znatno povećati ukupni rad koji se dobiva iz dane količine pare, što vodi mnogo većoj efikasnosti. U ovom slučaju sustav je podešen tako da naglasi tu razliku, pa da bismo dobili omjer efikasnosti od približno 4! No, čak i u realnim strojevima, povećanje efikasnosti bilo je dovoljno značajno da su u konačnici trostruko ekspandirajući parni strojevi postali norma. **(1 bod za pokazano razumijevanje da se na ovaj način dobiva veći izlazni rad, odnosno da imamo veću efikasnost)**.

Fizikalne konstante:

ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje:

$g = 9.81 \text{m/s}^2$

atmosferski tlak, odnosno tlak koji odgovara jednoj atmosferi:

$p_{\text{atm}} = 101300$ Pa

temperatura apsolutne nule:

$T_0 = -273.15$ °C

plinska konstanta:

$R = 8.314$ J/Kmol

masa elektrona:

9.1094×10^{-31} kg

elementarni naboj:

1.6021×10^{-19} C.

Državno natjecanje iz fizike

Vodice, 5. – 8. svibnja 2025.

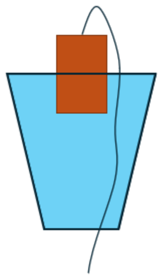
Eksperimentalni zadatak – 2. skupina

Mjerenje gustoće tijela – rješenja

Zadatak: S pomoću dostupnog pribora potrebno je izmjeriti gustoću komada drva i komada metala. Gustoća vode koja se koristi u eksperimentalnom zadatku iznosi 1000 kg/m^3.

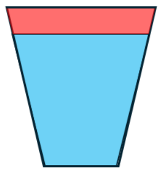
Rješenje: S pomoću ovoga jednostavnog pribora potrebno je odrediti gustoću dvaju ponuđenih tijela.

1. Kako biste izmjerili volumen uronjenog dijela drva, prvo je potrebno vezati taj komad drva konopcem. Potom stavite komad drva u praznu čašu i pažljivo nalijevajte vodu u čašu s komadom drva sve do vrha, kao što je prikazano na slici 1.



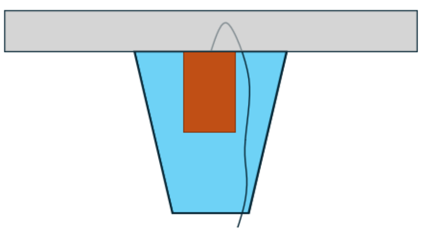
Slika 1.

Uz pomoć konopca pažljivo izvadite drvo iz vode. Razina vode u čaši će se spustiti, a onaj dio vode koji nakon vađenja drva iz čaše nedostaje nadomjestite s pomoću šprice. Na šprici pratite koliki ste volumen vode nadomjestili. Upravo taj volumen (slika 2) jest volumen uronjenog dijela tijela.



Slika 2.

2. Komad drva stavi se u praznu čašu i u tu se čašu pažljivo nalijeva voda sve do vrha. Okomito postavljenim ravnalom pridržava se komad drva kako bi bio potpuno pod vodom sve dok se voda ne nalije do samog vrha čaše, kao što je prikazano na slici 3.

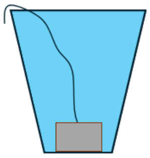


Slika 3.

Uz pomoć konopca pažljivo izvadite drvo iz vode. Razina vode u čaši će se spustiti, a onaj dio vode koji nakon vađenja drva iz čaše nedostaje nadomjestite pomoću šprice. Na šprici pratite koliki ste volumen vode nadomjestili. Volumen koji ste nadomjestili jednak je volumenu komada drva.

3. Volumen komada metala izmjerit ćete na sličan način kao u 2. zadatku. Metal će potonuti i nije ga potrebno pridržavati pod vodom, kao što je prikazano na slici 4. Za ovo mjerenje treba se

koristiti malom čašicom koja je ponuđena u priboru kako biste preciznije dobili volumen istisnute tekućine.



Slika 4.

Za određivanje volumena istisnute tekućine također se koristite medicinskom špricom.

4. Od ravnala treba napraviti vagu tako da kemijsku olovku stavimo na sredinu ravnala, a praznu plastičnu čašu na jedan kraj ravnala. Može se i na prazni kraj ravnala staviti druga prazna čaša, pa na taj način imamo još bolju ravnotežu, kao na slici 5.
   Namjestite oslonac s kemijskom tako da čaša (ili čaše ako se koristite dvjema čašama) bude u ravnoteži s praznom stranom ravnala (ili praznom čašom).

Slika 5.

Na praznu stranu ravnala (praznu čašu) stavite predmet, a u čašu na drugoj strani ravnala špricom dolijevajte vodu sve dok ne podignete tijelo na suprotnoj strani ravnala.
Na šprici pratite koliki ste volumen vode nadomjestili. Iz poznatog volumena koji ste nadomjestili izračunajte masu formulom $m = \rho \cdot V$, gdje je ρ gustoća vode koja je zadana u zadatku, a V je volumen vode koji ste špricom dodavali u čašu na vagi kako biste postigli ravnotežu.

5. Masu komada metala izvažite na isti način kao što ste izvagali drvo u 4. zadatku.

6. Gustoću drva možete dobiti na dva načina.
   Prvi način: koristite V_{udt} – volumen uronjenog dijela tijela i napišite jednadžbu:

$$F_u = F_g$$
$$\rho_{voda} g V_{udt} = mg$$
$$\rho_{voda} g V_{udt} = \rho_{drvo} V g$$
$$\rho_{drvo} = \frac{V_{udt}}{V} \rho_{voda}$$

Drugi način: izračunajte gustoću formulom:

$$\rho_{drvo} = \frac{m_{drvo}}{V_{drvo}}$$

7. Gustoću metala izračunajte formulom:

$$\rho_{metal} = \frac{m_{metal}}{V_{metal}}$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
3. SKUPINA ZADATAKA
ŠKOLSKA GODINA 2024./2025.

VAŽNO: Tijekom ispita učenici se ne smiju koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

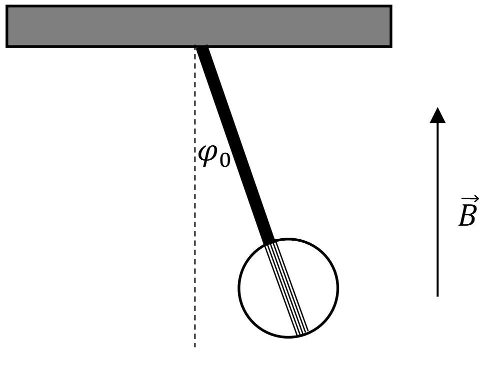
Zadatak 1. (19 bodova)

Homogena kugla mase $M_k = 20\ \mathrm{g}$ i polumjera $r = 5\ \mathrm{cm}$ visi na krutoj homogenoj šipci mase $m = 100\ \mathrm{g}$ i duljine $L = 20\ \mathrm{cm}$ zanemarujuće debljine. Oko opsega kugle (vidi sliku) namotano je 100 paralelnih, gusto namotanih zavoja bakrene žice mase $m_ž = 30\ \mathrm{g}$. Krajevi žice su spojeni tako da čine zatvorenu petlju. Kugla i šipka načinjeni su od izolatora.

Šipka je za strop pričvršćena tako da se može slobodno njihati u vertikalnom magnetskom polju jakosti $2\ \mathrm{T}$. Ukupni otpor 100 zavoja bakrene žice iznosi $4\ \Omega$. Šipku otklonimo za mali kut $\varphi_0 = 5°$ i pustimo da njiše.

a) Odredite period njihala.
b) Odredite srednju struju koja se inducira u bakrenoj žici u periodu od trenutka kada smo šipku otklonili i pustili da njiše do trenutka kada je šipka po prvi puta postigla najveću brzinu.
c) Odredite srednju struju koja se inducira u bakrenoj žici u periodu od trenutka kada smo šipku otklonili i pustili da njiše do trenutka $t = T/8$, gdje je T perioda njihala.

Primijenite aproksimaciju malih kutova $\sin\alpha \approx \alpha$



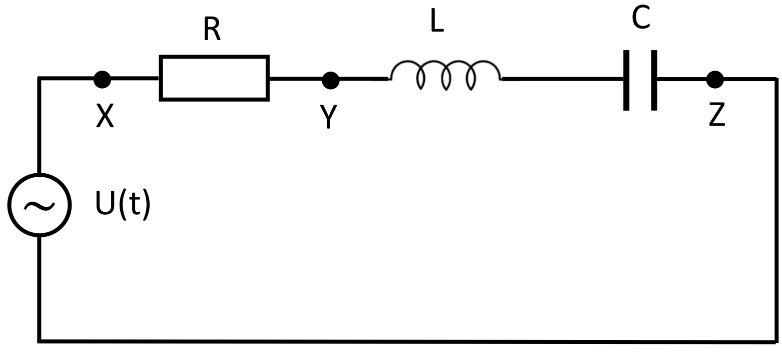
Zadatak 2. (16 bodova)

Trčite konstantnom brzinom 7.2 km/h uz rub ceste, te vas sustižu kola hitne pomoći s upaljenom sirenom. Pred vama se nalazi vertikalno brdo i ulaz u tunel. Osim što čujete zvuk sirene kola hitne pomoći frekvencije f_1, čujete i zvuk jeke sirene zbog odbijanja zvuka o brdo ispred vas, no nešto drugačije frekvencije f_2. Zbog bliskih frekvencija zvuka sirene f_1 i f_2 čujete udare frekvencije $f_u = |f_1 - f_2| = 8\ \mathrm{Hz}$. Prije ulaska u tunel, kola hitne pomoći vas preteknu i tada se udari više ne čuju, no čujete dva tona (zvuka) sirene čije se frekvencije razlikuju za 100 Hz. Pretpostavite da se vi i kola hitne pomoći gibate cijelo vrijeme konstantnom brzinom. Brzina zvuka u zraku iznosi 340 m/s. Odredite brzinu kola hitne pomoći i frekvenciju zvuka sirene koju biste čuli da mirujete i vi i kola hitne pomoći.

Zadatak 3. (19 bodova)
Serijski RLC krug se može koristiti kao uskopojasni propusan ili nepropusan elektronički filter. Elektronički filtri su sklopovi koji na izlaz sklopa propuštaju samo ulazne napone točno određenih frekvencija, i to tako da za takve frekvencije izlazni napon bude gotovo jednak ulaznom naponu. Ulazni napon je izvor izmjeničnog napona, na donjoj slici označen sa $U(t)$, a izlazni napon se može mjeriti na krajevima RLC elemenata sklopa između točaka X i Y ili Y i Z kako je prikazano na slici dolje.
Induktivitet zavojnice iznosi 300 mH, a omski otpor 60 Ω. Amplituda ulaznog napona iznosi 120 V.

a) Odredite ovisnost pada efektivnog napona između točaka X i Y, odnosno između točaka Y i Z u odnosu na efektivni ulazni napon U_{eff}.
b) Uskopojasni propusni elektronički filter na izlaz propušta samo ulazne napone točno određene frekvencije f_0, a ulazne napone ostalih frekvencija prigušuje. Na osnovu relacije izvedene pod a), odredite i obrazložite između kojih točaka (X i Y ili Y i Z) trebate mjeriti izlazni napon da bi serijski RLC krug djelovao kao uskopojasni propusni elektronički filtar? Ukoliko želite propustiti korisnu frekvenciju signala od 1.5 kHz, koliki mora biti kapacitet kondenzatora?
c) Uskopojasni nepropusni (zaustavni) filtar na izlazu maksimalno prigušuje samo ulazni napon točno određene frekvencije f_0, dok ulazne napone ostalih frekvencija propušta gotovo nepromijenjeno. Takav se filtar koristi kada iz korisnog signala želimo ukloniti signal šuma poput šuma gradske mreže pri frekvenciji 50 Hz. Na osnovu relacije izvedene pod a), odredite i obrazložite između kojih točaka (X i Y ili Y i Z) trebate mjeriti izlazni napon da bi serijski RLC krug djelovao kao uskopojasni nepropusni (zaustavni) elektronički filtar? Ukoliko želite ukloniti signal šuma gradske mreže, koliki mora biti kapacitet kondenzatora?
d) Prikažite grafički ovisnost izlaznog efektivnog napona o frekvenciji pod b) i c) tako da izračunate izlazne efektivne napone U_{XY} odnosno U_{YZ} za $f = f_0$, $f = 5f_0$ i $f = \frac{1}{5}f_0$

NAPOMENA: pod b) i c) pokažite koliko iznose izlazni naponi pri frekvencijama jednakim, puno manjim i puno većim od f_0

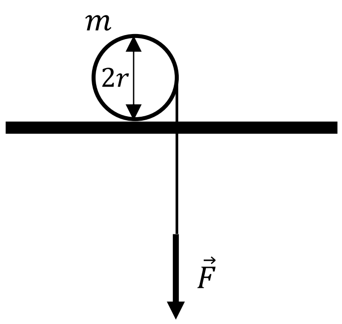


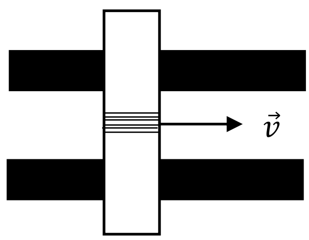
Zadatak 4. (16 bodova)

Homogeni puni valjak mase m i radijusa r miruje na dvije dugačke paralelne daske. Oko valjka namotana je nerastezljiva nit zanemarive mase čiji slobodan kraj potežemo konstantnom silom F vertikalno prema dolje zbog čega se valjak započinje kotrljati.

a) Odredite najveću silu F kojom možemo potezati nit u ovisnosti o koeficijentu trenja i masi valjka m prije nego što valjak počne proklizavati.
b) Odredite najveće ubrzanje središta valjka u ovisnosti o koeficijentu trenja za koji valjak još neće prokliziti.
c) Za koje vrijednosti koeficijenta trenja je moguće kotrljanje valjka bez proklizavanja, bez obzira na silu kojom potežemo nit?

Na donjoj slici je prikazan sustav sa strane i odozgo.





Državno natjecanje iz fizike

5. do 8. svibnja 2025., Vodice

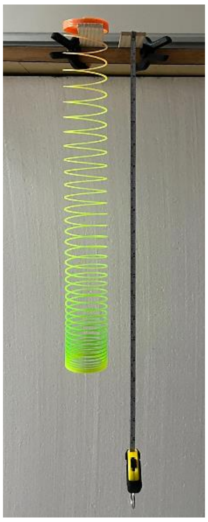
EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Zadatak: odredite konstantu elastičnosti ovješene slinky opruge.

Pribor: *slinky* (opruga), mjerna traka, stezaljke, letvice, milimetarski papir (4 lista), vaga, flomaster.

1. dio

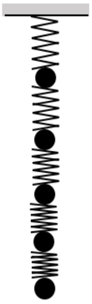


Opruga *slinky* privukla je pažnju od trenutka kad se 1943. godine pojavila na tržištu kao igračka. Zanimljiva je i fizičarima. Istraživale su se fizikalne zakonitost i modeli okomito ovješenih opruga u ravnotežnim stanjima, pri oscilacijama, rasprostiranju valova duž opruge, „hodanju“ opruge niz stepenice, što i zašto se to događa kad okomito ovješen *slinky* pustimo da slobodno pada…

Na slici je prikazan eksperimentalni postav.
Dana opruga ima oko 40 namotaja.

a) Ovjesite *slinky* oprugu te opišite i obrazložite svoja opažanja. **2 boda**

2. dio



Na slici lijevo prikazan je teorijski model opruge *slinky*. *Slinky* od n namotaja predočen je nizom od n opruga, gdje svaka od opruga nosi masu m_i.

b) Ovjesite *slinky* vertikalno, kao što je prikazano na slici. Mijenjajte broj namotaja koji je ovješen i izmjerite duljinu ovješenog dijela opruge.
Sva svoja mjerenja uvijek prezentirajte i tablično!
Prikažite grafičku ovisnost duljine opruge o broju namotaja koji su ovješeni. **2 boda**
O kakvom se grafičkom prikazu se ovdje radi? **1 bod**

c) Iz dobivenih mjerenja grafički prikažite ovisnost s pomoću koje ćete odrediti konstantu elastičnosti *slinky* opruge. **3 boda**

d) S pomoću dobivenog grafičkog prikaza i razmatranja koje uključuje spomenuti teorijski model, odredite konstantu elastičnosti *slinky* opruge. **5 bodova**

e) Prema spomenutom teorijskom modelu izrazite ukupno produljenje *slinky* opruge u ovisnosti o broju namotaja. **2 boda**

f) Ovo ukupno produljenje odgovara duljini opruge. Izrazite duljinu opruge o masi opruge i konstanti elastičnosti opruge. **1 bod**

g) Grafički prikažite ovisnost duljine opruge o kvadratu broja namotaja. Iz dobivenog grafa odredite konstantu elastičnosti opruge. **3 boda**

3. dio

h) Prema teorijskom modelu za *slinky* oprugu, period titranja opruge ovisi o akceleraciji sile teže i duljini vertikalno ovješene opruge:

$$T = \sqrt{\alpha \cdot \frac{l}{g}}$$

Ispod korijena skriven je broj koji trebate eksperimentalno odrediti.

Opišite koja ćete mjerenja provesti i kako ćete na osnovi mjerenja odrediti broj α. **2 boda**

Prikažite mjerenja tablično i grafički! Odredite α. **5 bodova**

i) Međutim, u duljini vertikalno ovješene opruge skrivena je ovisnost o masi i konstanti opruge.

S pomoću prethodnog izraza za period titranja *slinky* opruge i eksperimentalno određenog broja α izrazite period oscilacija pomoću mase opruge i konstante elastičnosti opruge. **2 boda**

Iz tog izraza i mjerenih podataka odredite konstantu elastičnosti opruge. **1 bod**

Usporedite dobiveni izraz s poznatim izrazom za period titranja harmonijskog oscilatora.

Obrazložite usporedbu. **1 bod**

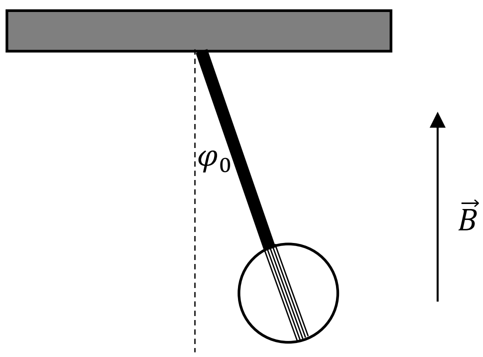
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
3. SKUPINA ZADATAKA
ŠKOLSKA GODINA 2024./2025.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, ali fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

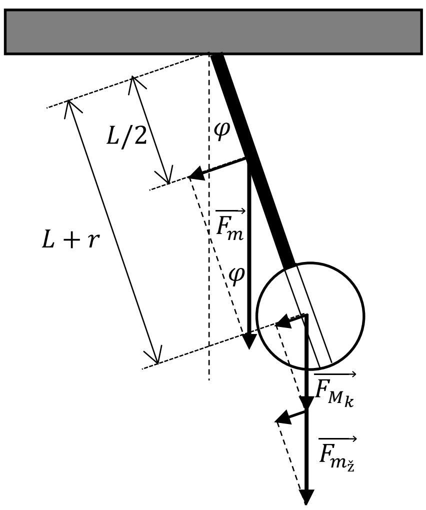
Zadatak 1. (19 bodova)
Homogena kugla mase $M_k = 20\ \mathrm{g}$ i polumjera $r = 5\ \mathrm{cm}$ visi na krutoj homogenoj šipci mase $m = 100\ \mathrm{g}$ i duljine $L = 20\ \mathrm{cm}$ zanemarujuće debljine. Oko opsega kugle (vidi sliku) namotano je 100 paralelnih, gusto namotanih zavoja bakrene žice mase $m_ž = 30\ \mathrm{g}$. Krajevi žice su spojeni tako da čine zatvorenu petlju. Kugla i šipka načinjeni su od izolatora.
Šipka je za strop pričvršćena tako da se može slobodno njihati u vertikalnom magnetskom polju jakosti $2\ \mathrm{T}$. Ukupni otpor 100 zavoja bakrene žice iznosi $4\ \Omega$.
Šipku otklonimo za mali kut $\varphi_0 = 5°$ i pustimo da njiše.

a) Odredite period njihala.
b) Odredite srednju struju koja se inducira u bakrenoj žici u periodu od trenutka kada smo šipku otklonili i pustili da njiše do trenutka kada je šipka po prvi puta postigla najveću brzinu.
c) Odredite srednju struju koja se inducira u bakrenoj žici u periodu od trenutka kada smo šipku otklonili i pustili da njiše do trenutka $t = T/8$, gdje je T perioda njihala.

Primijenite aproksimaciju malih kutova $\sin\alpha \approx \alpha$



Rješenje
Za odrediti period njihala, potrebno je pronaći sile i momente sila na štap, kuglu i prsten kojeg čini 100 paralelnih namotaja žice. Nacrtajmo sile koje djeluju na njihalo.



Sile koje na njih djeluju su sile teže:

$$F_m = mg$$
$$F_{M_k} = M_k g \qquad \text{1 bod}$$
$$F_{m_ž} = m_ž g$$

Za mali pomak šipke pod kutom φ, momenti sila oko ovjesišta su:

$$M_m = -mg\frac{L}{2}\sin\varphi \qquad \text{1 bod}$$
$$M_{M_k} = -M_k g(L+r)\sin\varphi \qquad \text{1 bod}$$
$$M_{m_ž} = -m_ž g(L+r)\sin\varphi \qquad \text{1 bod}$$

Ukupan moment sile uzrokuje rotaciju njihala kutnim ubrzanjem α:

$$I\alpha = M_{uk}$$
$$I\alpha = -mg\frac{L}{2}\sin\varphi - M_k g(L+r)\sin\varphi - m_ž g(L+r)\sin\varphi \qquad \text{1 bod}$$

Za male kutove otklona njihala vrijedi $\sin\varphi \approx \varphi$, što je približno točno i za $\varphi = 5°$:

$$I\alpha \approx -\left[mg\frac{L}{2} + (M_k + m_ž)g(L+r)\right]\varphi \qquad \text{1 bod}$$

Gornja jednadžba odgovara jednadžbi jednostavnog harmoničkog oscilatora:

$$\alpha = -\omega^2\varphi$$

gdje je:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mg\frac{L}{2} + (M_k + m_ž)g(L+r)}{I}} \qquad \text{1 bod}$$

Potrebno je još odrediti moment inercije njihala koji se sastoji od šipke, kugle i N prstena.

Moment inercije šipke (štapa) oko jednog od dva kraja:

$$I_m = \frac{1}{3}mL^2 = 1.333\cdot10^{-3}\ \text{kgm}^2 \qquad \text{1 bod}$$

Moment inercije kugle ($d = L + r$ je udaljenost središta kugle do ovjesišta):

$$I_{M_k} = \frac{2}{5}M_k r^2 + M_k d^2 = M_k\left[\frac{2}{5}r^2 + (r+L)^2\right] = 1.27\cdot10^{-3}\ \text{kgm}^2 \qquad \text{1 bod}$$

Moment inercije prstena bakrene žice ukupne mase $m_ž$ (svaki od 100 namotaja jednako doprinosi momentu inercije):

$$I_{m_ž} = \frac{1}{2}m_ž r^2 + m_ž d^2 = m_ž\left[\frac{r^2}{2} + (r+L)^2\right] = 1.9125\cdot10^{-3}\ \text{kgm}^2 \qquad \text{1 bod}$$

Ukupni moment inercije:

$$I = 4.5158\cdot10^{-3}\ \text{kgm}^2$$

Konačno je period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2 + M_k\left[\frac{2}{5}r^2 + (r+L)^2\right] + m_ž\left[\frac{r^2}{2} + (r+L)^2\right]}{mg\frac{L}{2} + (M_k + m_ž)g(L+r)}}$$
$$T = 0.8987\ \text{s} \qquad \text{1 bod}$$

Elektromotorni napon koji se inducira u N zavoja bakrene žice:

$$U = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ 1 bod

Magnetski se tok u vremenu t mijenja kao (mijenja se samo površina $A_\perp$ petlje bakrene žice kroz koju okomito prolazi magnetsko polje):

$$\Phi(t) = B \cdot A_\perp(t)$$

Okomita komponenta plohe prstenova žice kroz koju prolazi magnetsko polje mijenja se kao:

$$A_\perp(t) = r^2\pi \sin\varphi(t)$$ 1 bod

gdje je $\varphi(t)$ kut otklona šipke od ravnotežnog položaja, a koji se mijenja kao:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\frac{2\pi t}{T}$$ 1 bod

gdje je $\varphi_0 = 5°$

Srednja inducirana struja iznosi:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{N}{R}\frac{B\Delta\mathrm{A}_\perp}{\Delta t}$$ 1 bod

Šipka i njihalo postižu najveću brzinu gibanja kada je $\varphi(t) = 0$,odnosno u trenutku kada je $t = T/4$: 1 bod

$$I = \frac{U}{R} = \frac{N}{R}\frac{B|\mathrm{A}_\perp(\mathrm{T}/4) - \mathrm{A}_\perp(0)|}{\mathrm{T}/4}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{N}{R}\frac{4Br^2\pi\sin\varphi_0}{\mathrm{T}} \approx \frac{N}{R}\frac{4Br^2\pi\varphi_0}{\mathrm{T}}$$

$$I = 0.152\ \mathrm{A}$$ 1 bod

Slično, u c) dijelu zadatka:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{N}{R}\frac{B|\mathrm{A}_\perp(\mathrm{T}/8) - \mathrm{A}_\perp(0)|}{\mathrm{T}/8}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{N}{R}\frac{8Br^2\pi\left|\sin\left[\varphi_0\cos\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8}\right] - \sin\varphi_0\right|}{\mathrm{T}}$$

$$I = \frac{N}{R}\frac{8Br^2\pi\left|\sin\left[\varphi_0\cos\frac{\pi}{4}\right] - \sin\varphi_0\right|}{\mathrm{T}} \approx \frac{N}{R}\frac{8Br^2\pi\left|\varphi_0\cos\frac{\pi}{4} - \varphi_0\right|}{\mathrm{T}}$$

$$I \approx \frac{N}{R}\frac{8Br^2\pi\varphi_0\left|\cos\frac{\pi}{4} - 1\right|}{\mathrm{T}} = \frac{N}{R}\frac{8Br^2\pi\varphi_0\left|\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right|}{\mathrm{T}} = \frac{N}{R}\frac{4Br^2\pi\varphi_0\left(2 - \sqrt{2}\right)}{\mathrm{T}}$$

$$I = 0.089A$$ 2 boda

NAPOMENA: Rezultat za inducirani elektromotorni napon potrebno je uvažiti bez obzira na predznak

Zadatak 2. (16 bodova)
Trčite konstantnom brzinom 7.2 km/h uz rub ceste, te vas sustižu kola hitne pomoći s upaljenom sirenom. Pred vama se nalazi vertikalno brdo i ulaz u tunel. Osim što čujete zvuk sirene kola hitne pomoći frekvencije f_1, čujete i zvuk jeke sirene zbog odbijanja zvuka o brdo ispred vas, no nešto drugačije frekvencije f_2. Zbog bliskih frekvencija zvuka sirene f_1 i f_2 čujete udare frekvencije $f_u = |f_1 - f_2| = 8\ \mathrm{Hz}$. Prije ulaska u tunel, kola hitne pomoći vas preteknu i tada se udari više ne čuju, no čujete dva tona (zvuka) sirene čije se frekvencije razlikuju za 100 Hz. Pretpostavite da se vi i kola hitne pomoći gibate cijelo vrijeme konstantnom brzinom. Brzina zvuka u zraku iznosi 340 m/s. Odredite brzinu kola hitne pomoći i frekvenciju zvuka sirene koju biste čuli da mirujete i vi i kola hitne pomoći.

Rješenje.
Kada se kola hitne pomoći gibaju konstantnom brzinom v_{hp} i emitiraju zvuk sirene frekvencije f_0 i brzine v, promatrač koji se giba brzinom v_p čuje zvuk sirene frekvencije (promatrač i izvor zvuka se gibaju u istom smjeru:

$$f_1 = \frac{v - v_p}{v - v_{hp}} f_0$$ 2 boda

Zvuk emitiran iz vozila hitne pomoći dolazi do brda koje miruje kao opažač, pa je frekvencija zvuka koja se reflektira od brda jednaka:

$$f' = \frac{v}{v - v_{hp}} f_0$$ 2 boda

Brdo je sada izvor zvuka frekvencije f' prema kojem se giba promatrač brzinom v_p. Frekvencija zvuka jeke sirene kojeg čuje promatrač je:

$$f_2 = \frac{v + v_p}{v} f' = \frac{v + v_p}{v} \cdot \frac{v}{v - v_{hp}} f_0$$ 1 bod

$$f_2 = \frac{v + v_p}{v - v_{hp}} f_0$$ 1 bod

Udari koje čuje promatrač (trkač) imaju frekvenciju:

$$f_u = |f_1 - f_2| = \left| \frac{v - v_p}{v - v_{hp}} f_0 - \frac{v + v_p}{v - v_{hp}} f_0 \right| = \frac{2v_p}{v - v_{hp}} f_0$$ 1 bod

Kada kola hitne pomoći preteknu promatrača (trkača), izvor zvuka sirene giba se od promatrača. Promatrač stoga sada čuje frekvenciju zvuka sirene:

$$f_1' = \frac{v + v_p}{v + v_{hp}} f_0$$ 2 boda

Frekvencija zvuka jeke sirene kojeg čuje promatrač (trkač) i dalje je nepromijenjena:

$$f_2' = f_2 = \frac{v + v_p}{v - v_{hp}} f_0$$ 1 bod

Promatrač sada čuje dva tona (zvuka) sirene čije se frekvencije razlikuju za:

$$\Delta f = |f_1' - f_2'| = \left| \frac{v + v_p}{v + v_{hp}} f_0 - \frac{v + v_p}{v - v_{hp}} f_0 \right|$$

$$\Delta f = \left|\frac{(v + v_p)(v - v_{hp} - v - v_{hp})}{v^2 - v_{hp}^2}\right| f_0 = \frac{2v_{hp}(v + v_p)}{v^2 - v_{hp}^2} f_0$$ 2 boda

Ako podijelimo relacije za f_u i Δf, dobijemo:

$$\frac{f_u}{\Delta f} = \frac{v_p}{v_{hp}} \frac{v + v_{hp}}{v + v_p}$$

Riješimo po brzini kola hitne pomoći (izvor zvuka):

$$v_{hp} = \frac{v_p v}{\frac{f_u}{\Delta f} v - v_p \left(1 - \frac{f_u}{\Delta f}\right)}$$ 2 boda

$$v_{hp} = 26.81 \text{ m/s} = 96.53 \text{ km/h}$$

Frekvenciju zvuka sirene možemo dobiti iz relacija za f_u ili Δf:

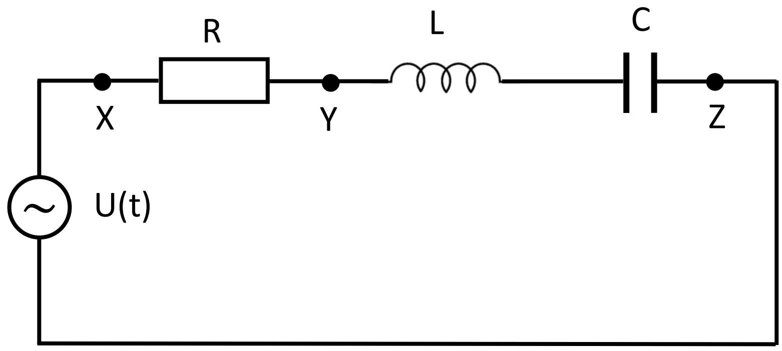
$$f_0 = \frac{v - v_{hp}}{2v_p} f_u$$ 2 boda

$$f_0 = 626.38 \text{ Hz}$$

Zadatak 3. (19 bodova)
Serijski RLC krug se može koristiti kao uskopojasni propusan ili nepropusan elektronički filter. Elektronički filtri su sklopovi koji na izlaz sklopa propuštaju samo ulazne napone točno određenih frekvencija, i to tako da za takve frekvencije izlazni napon bude gotovo jednak ulaznom naponu. Ulazni napon je izvor izmjeničnog napona, na donjoj slici označen sa $U(t)$, a izlazni napon se može mjeriti na krajevima RLC elemenata sklopa između točaka X i Y ili Y i Z kako je prikazano na slici dolje.
Induktivitet zavojnice iznosi 300 mH, a omski otpor 60 Ω. Amplituda ulaznog napona iznosi 120 V.

a) Odredite ovisnost pada efektivnog napona između točaka X i Y, odnosno između točaka Y i Z u odnosu na efektivni ulazni napon U_{eff}.
b) Uskopojasni propusni elektronički filter na izlaz propušta samo ulazne napone točno određene frekvencije f_0, a ulazne napone ostalih frekvencija prigušuje. Na osnovu relacije izvedene pod a), odredite i obrazložite između kojih točaka (X i Y ili Y i Z) trebate mjeriti izlazni napon da bi serijski RLC krug djelovao kao uskopojasni propusni elektronički filtar? Ukoliko želite propustiti korisnu frekvenciju signala od 1.5 kHz, koliki mora biti kapacitet kondenzatora?
c) Uskopojasni nepropusni (zaustavni) filtar na izlazu maksimalno prigušuje samo ulazni napon točno određene frekvencije f_0, dok ulazne napone ostalih frekvencija propušta gotovo nepromijenjeno. Takav se filter koristi kada iz korisnog signala želimo ukloniti signal šuma poput šuma gradske mreže pri frekvenciji 50 Hz. Na osnovu relacije izvedene pod a), odredite i obrazložite između kojih točaka (X i Y ili Y i Z) trebate mjeriti izlazni napon da bi serijski RLC krug djelovao kao uskopojasni nepropusni (zaustavni) elektronički filtar? Ukoliko želite ukloniti signal šuma gradske mreže, koliki mora biti kapacitet kondenzatora?
d) Prikažite grafički ovisnost izlaznog efektivnog napona o frekvenciji pod b) i c) tako da izračunate izlazne efektivne napone U_{XY} odnosno U_{YZ} za $f = f_0, f = 5f_0$ i $f = \frac{1}{5}f_0$

NAPOMENA: pod b) i c) pokažite koliko iznose izlazni naponi pri frekvencijama jednakim, puno manjim i puno većim od f_0



Rješenje.

a) Impedancija sklopa zapisana u kompleksnoj ravnini za sva tri serijski spojena elementa iznosi:

$$Z = iR + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Odnosno:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \text{1 bod}$$

Efektivni pad napona između točaka X i Y u odnosu na efektivni ulazni napon $U_{\text{eff,in}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ možemo dobiti ako uočimo da se elementi između točaka X i Y (R) ponašaju kao djelitelj napona u odnosu na sve elemente kruga (RLC):

$$U_{XY} = \frac{R}{|Z|}\frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$U_{XY} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad \text{3 boda}$$

Slično, efektivni pad napona između točaka Y i Z možemo odrediti ako uočimo da se kondenzator i zavojnica ponašaju kao djelitelji napona u odnosu na sve elemente kruga (R, L i C):

$$U_{YZ} = \frac{\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|}{|Z|}\frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$U_{YZ} = \frac{\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad \text{3 boda}$$

b) Kada je frekvencija ulaznog signala jednaka rezonantnoj frekvenciji $\omega_0 = 2\pi f_0$, tada su induktivne i kapacitivne reaktancije jednake

$$X_L + X_C = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

pa je stoga i pad napona (efektivni) između točaka X i Y jednak:

$$U_{XY} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad \text{1 bod}$$

Efektivni napon između točaka X i Y je maksimalan i jednak efektivnom ulaznom naponu pri rezonantnoj frekvenciji.

Povećamo li ili smanjimo frekvenciju ulaznog napona, nazivnik postaje veći od R pa je:

$$\omega < \omega_0 \text{ ili } \omega > \omega_0 \quad \Rightarrow \quad U_{XY} < \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

odnosno za frekvencije $\omega < \omega_0$ ili $\omega > \omega_0$ imamo smanjenje (gušenje) izlaznog napona u odnosu na ulazni napon.
Za vrlo niske ili vrlo visoke frekvencije nazivnik postaje vrlo velik pa U_{XY} teži k nuli. Stoga ovaj sklop djeluje kao propusni elektronički filtar. 2 boda

c) Kada je frekvencija ulaznog signala jednaka rezonantnoj frekvenciji $\omega_0 = 2\pi f_0$, pad napona između točaka Y i Z postaje:

$$U_{YZ} = 0\ \mathrm{V}$$ 1 bod

Povećamo li ili smanjimo frekvenciju ulaznog napona, brojnik postaje veći od 0 pa je:

$$\omega < \omega_0 \text{ ili } \omega > \omega_0 \quad \Rightarrow \quad U_{YZ} > 0$$

Za vrlo velike frekvencije $\omega \gg \omega_0$ imamo:

$$U_{YZ} \approx \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (R/\omega L)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Za vrlo niske frekvencije $\omega \ll \omega_0$ imamo:

$$U_{YZ} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C R)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Za vrlo niske ili vrlo visoke frekvencije, izlazni napon U_{YZ} teži k ulaznom naponu, a za frekvenciju jednaku rezonantnoj, teži k nuli. Stoga ovaj sklop djeluje kao nepropusni (zaustavni) elektronički filtar. 2 boda

b) Želimo li popuštati samo frekvenciju $f_0 = 1.5\ \mathrm{kHz}$, potrebno je izabrati kondenzator kapaciteta:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L}$$

$$C = 37.52\ \mathrm{nF}$$ 1 bod

c) Želimo li prigušiti samo frekvenciju gradske mreže $f_0 = 50\ \mathrm{Hz}$, potrebno je izabrati kondenzator kapaciteta:

$$C = 33.77\ \mu\mathrm{F}$$ 1 bod

d) Za $f = 5f_0$ i $f = \frac{1}{5}f_0$ u slučaju b) dobijemo:

$$U_{XY}(5f_0) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(5\omega_0 L - \frac{1}{5\omega_0 C}\right)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0.375\ \mathrm{V}$$

$$U_{XY}(f_0) = 84.85\ \mathrm{V}$$ 1 bod

$$U_{XY}\left(\frac{1}{5}f_0\right) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega_0 L}{5} - \frac{5}{\omega_0 C}\right)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0.375\ \mathrm{V}$$

Za $f = 5f_0$ i $f = \frac{1}{5}f_0$ u slučaju c) dobijemo:

$$U_{YZ}(5f_0) = \frac{\left|5\omega_0 L - \frac{1}{5\omega_0 C}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(5\omega_0 L - \frac{1}{5\omega_0 C}\right)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 84.116 \text{ V}$$

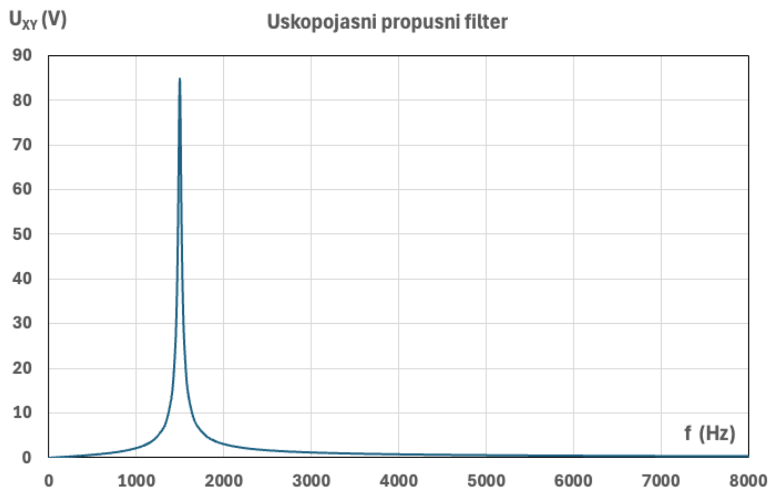
$$U_{YZ}(f_0) = 0 \text{ V}$$

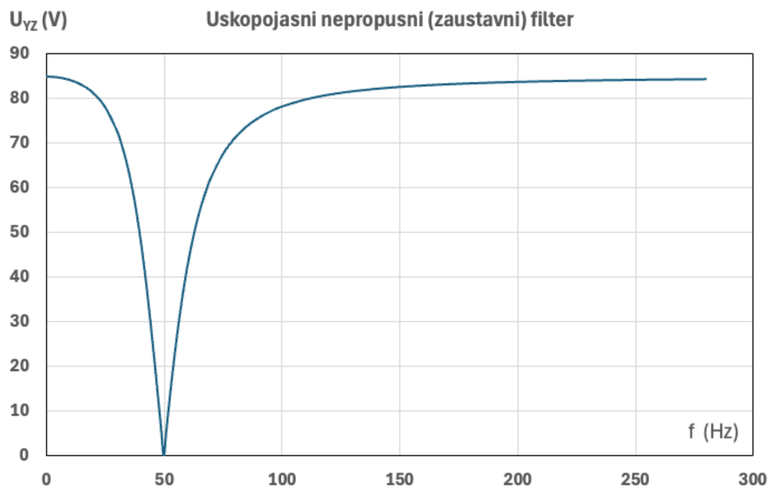
1 bod

$$U_{YZ}\left(\frac{1}{5}f_0\right) = \frac{\left|\frac{\omega_0 L}{5} - \frac{5}{\omega_0 C}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega_0 L}{5} - \frac{5}{\omega_0 C}\right)^2}} \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 84.116 \text{ V}$$

Grafički prikaz za uskopojasni propusni filtar 1 bod

Grafički prikaz za uskopojasni nepropusni (zaustavni) filtar 1 bod



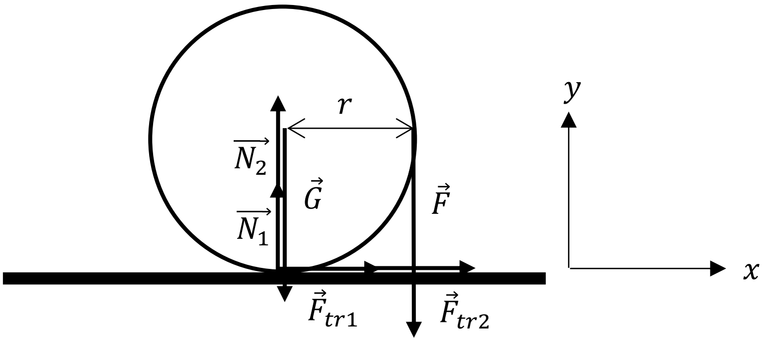


Zadatak 4. (16 bodova)
Homogeni puni valjak mase m i radijusa r miruje na dvije dugačke paralelne daske. Oko valjka namotana je nerastezljiva nit zanemarive mase čiji slobodan kraj potežemo konstantnom silom F vertikalno prema dolje zbog čega se valjak započinje kotrljati.

a) Odredite najveću silu F kojom možemo potezati nit u ovisnosti o koeficijentu trenja i masi valjka m prije nego što valjak počne proklizavati.
b) Odredite najveće ubrzanje središta valjka u ovisnosti o koeficijentu trenja za koji valjak još neće prokliziti.
c) Za koje vrijednosti koeficijenta trenja je moguće kotrljanje valjka bez proklizavanja, bez obzira na silu kojom potežemo nit?

Na donjoj slici je prikazan sustav sa strane i odozgo.

Rješenje
Ucrtajmo sile koje djeluju na valjak: sila teža valjka (G), vertikalna sila kojom potežemo nit (F), sila trenja na svaku od dvije daske (F_{tr1} i F_{tr2}), sila reakcije podloge na valjak (N_1 i N_2)



1 bod

Valjak se može ubrzavati samo u smjeru x-osi, te ne mijenja položaj u smjeru y-osi. Newtonov zakon primijenjen na valjak u smjeru x i y osi glasi:

$$\text{x-os:} \quad am = F_{tr1} + F_{tr2}$$ 1 bod

$$\text{y-os:} \quad 0 = N_1 + N_2 - G - F$$ 1 bod

Sile reakcije podloge na valjak su jednake i iznose:

$$N_1 = N_2 = N$$

Valjak rotira oko z-osi uslijed djelovanja momenta sila trenja i težine utega m:

$$M = rF - r(F_{tr1} + F_{tr2}) \qquad \text{1 bod}$$
$$M = I\alpha$$

Moment inercije valjka:

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \qquad \text{1 bod}$$

Ukoliko imamo samo kotrljanje, tada vrijedi:

$$a = \alpha r \qquad \text{1 bod}$$

I konačno:

$$\frac{1}{2}mr^2\frac{a}{r} = rF - r(F_{tr1} + F_{tr2}) \qquad \text{1 bod}$$
$$\frac{1}{2}ma = F - (F_{tr1} + F_{tr2})$$
$$\frac{1}{2}ma = F - ma$$
$$F = \frac{3}{2}ma \qquad \text{1 bod}$$

Valjak neće proklizavati kada vrijedi:

$$F_{tr1} + F_{tr2} \le \mu(N_1 + N_2) \qquad \text{1 bod}$$
$$F_{tr1} + F_{tr2} \le \mu(G + F)$$
$$am \le \mu\left(G + \frac{3}{2}ma\right)$$
$$am\left(1 - \frac{3\mu}{2}\right) \le \mu mg$$
$$a \le \frac{2\mu}{2 - 3\mu}g \qquad \text{2 boda}$$

Najveće ubrzanje središta valjka za koji valjak još ne proklizava iznosi

$$a_{max} = \frac{2\mu}{2 - 3\mu}g \qquad \text{1 bod}$$

Maksimalna sila F za koju još nema proklizavanja dobijemo kao:

$$a = \frac{2F}{3m}$$
$$\frac{2F}{3m} \le \frac{2\mu}{2 - 3\mu}g$$
$$F \le \frac{3\mu}{2 - 3\mu}mg \qquad \text{2 boda}$$

Vidljivo je da su fizikalna netrivijalna rješenja moguća samo za

$$2 - 3\mu > 0$$
$$0 < \mu < \frac{2}{3} = 0.667 \qquad \text{2 boda}$$

Državno natjecanje iz fizike

5. do 8. svibnja 2025., Vodice

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

3. skupina

1. dio

a) Kad se *slinky* opruga ovjesi, gledajući odozgo prema gore, razmaci između dvaju susjednih namotaja sve su veći i veći. Razmak između namotaja nije jednak.

Ova je pojava uvjetovana time što su gornji dijelovi više opterećeni od donjih dijelova ovakve opruge.

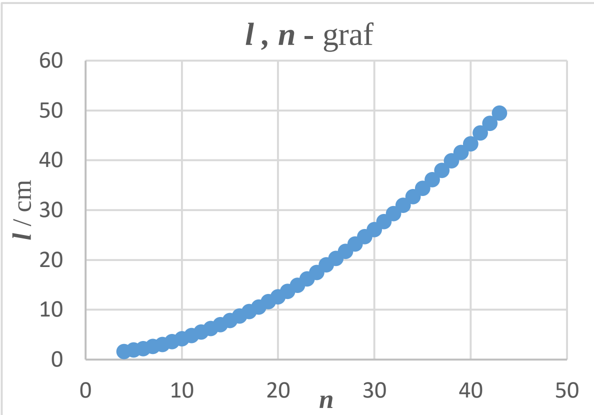
Kod obične se opruge pretpostavljaju jednaki razmaci između namotaja kad je takva opruga opterećena.

Za razliku od obične opruge, gdje se masa same opruge u pokusima i razmatranjima ne uzima u obzir, kod *slinky* opruge masa se opruge ne može zanemariti!

2 boda

2. dio

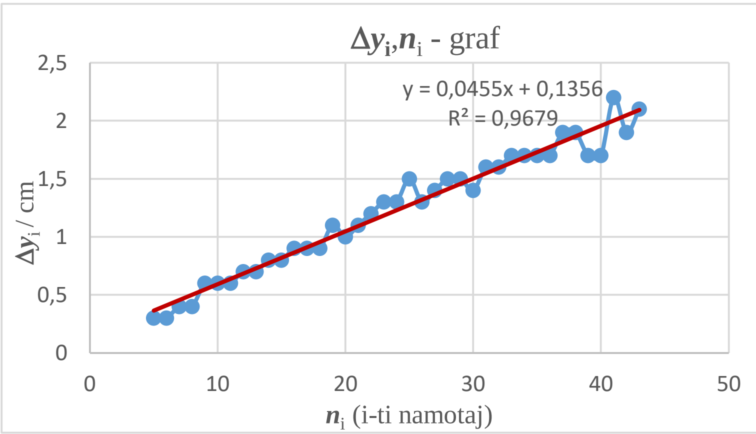
b)



1 bod

Krivulja dobivena u traženom grafičkom prikazu jest parabola. **1 bod**

c) **2 boda**



Grafički prikaz ovisnosti produljenja opruge između i-tog i (i-1)-tog namotaja.

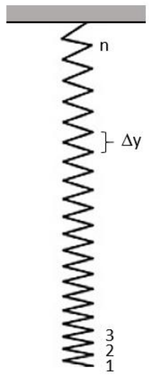
Ovdje su produljenja određena iz niza mjerenja duljina opruga u ovisnosti o broju ovješenih namotaja. Kao razlike duljina između dva susjedna mjerenja (za broj namotaja *n* i *n*-1, *n*-1 i *n*-2…).

U grafičkom prikazu uočava se linearnost.

n	l/cm	Δy/cm	n^2
4	1,6	-	16
5	1,9	0,3	25
6	2,2	0,3	36
7	2,6	0,4	49
8	3	0,4	64
9	3,6	0,6	81
10	4,2	0,6	100
11	4,8	0,6	121
12	5,5	0,7	144
13	6,2	0,7	169
14	7	0,8	196
15	7,8	0,8	225
16	8,7	0,9	256
17	9,6	0,9	289
18	10,5	0,9	324
19	11,6	1,1	361
20	12,6	1	400
21	13,7	1,1	441
22	14,9	1,2	484
23	16,2	1,3	529
24	17,5	1,3	576
25	19	1,5	625
26	20,3	1,3	676
27	21,7	1,4	729
28	23,2	1,5	784
29	24,7	1,5	841
30	26,1	1,4	900
31	27,7	1,6	961
32	29,3	1,6	1024
33	31	1,7	1089
34	32,7	1,7	1156
35	34,4	1,7	1225
36	36,1	1,7	1296
37	38	1,9	1369
38	39,9	1,9	1444
39	41,6	1,7	1521
40	43,3	1,7	1600
41	45,5	2,2	1681
42	47,4	1,9	1764
43	49,5	2,1	1849

2 boda

d)



Na namotaj pri dnu ovješene opruge nema opterećenja, te je produljenje jednako nuli:

$$\Delta y_1 = 0\ \mathrm{cm}$$

Na drugi je namotaj ovješen samo 1 namotaj, mase m_{nam}, te je njegovo produljenje jednako:

$$\Delta y_2 = \frac{m_{nam} g}{k_{nam}}$$

gdje je k_{nam} konstanta jednog namota opruge. Analogno, za treći namotaj vrijedi:

$$\Delta y_3 = \frac{2 m_{nam} g}{k_{nam}}$$

I tako dalje… Uočava se da za svaki idući namotaj imamo povećanje produljenja za $\frac{m_{nam} \cdot g}{k_{nam}}$. **1 bod**

Iz mjernih podataka odredimo masu jednog namotaja:

n = 40
m_{opr} = 24 g … masa cijele opruge

$$m_{nam} = \frac{m_{opr}}{n} = \frac{24\mathrm{g}}{40} \Rightarrow m_{nam} = 0{,}6\ \mathrm{g}$$ **1 bod**

Iz nagiba pravca moguće je odrediti konstantu elastičnosti po produljenju jednog namotaja (i-tog) i vrijedi:

$$k_{nam} = \frac{m_{nam} \cdot g}{\Delta y_{nam}} \Rightarrow k_{nam} = \frac{6 \cdot 10^{-4}\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\mathrm{ms}^{-2}}{4{,}6 \cdot 10^{-2}\mathrm{m}} \Rightarrow k_{nam} = 12{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$ **1 bod**

Kako je opruga niz serijski spojenih namotaja slijedi:

$$k_{opr} = \frac{k_{nam}}{n} \Rightarrow k_{opr} = \frac{12{,}8}{40}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \Rightarrow \boldsymbol{k_{opr} = 0{,}32\,\frac{N}{m}}$$ **2 boda**

e) Ukupno produljenje:

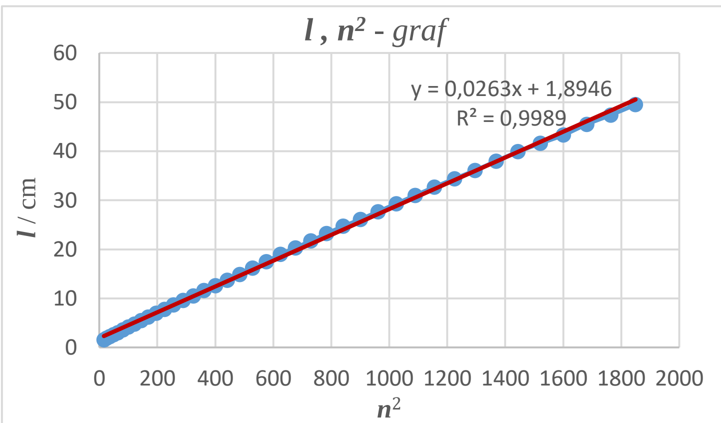
$$\Delta y_{uk} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1) m_{nam} \cdot g}{k_{nam}} = \frac{m_{nam} \cdot g}{k_{nam}} \sum_{i=1}^{n} (i-1)$$

$$\Delta y_{uk} = \frac{m_{nam} \cdot g}{k_{nam}} (0 + 1 + 2 + 3 + \cdots + n - 1) = \frac{m_{nam} \cdot g}{k_{nam}} \cdot \left[\frac{(n-1)n}{2}\right]$$

$$\boldsymbol{\Delta y_{uk} \approx \frac{m_{nam} g}{k_{nam}} \cdot \frac{n^2}{2}}$$ **2 boda**

f) Stoga, duljinu opruge možemo izraziti kao: $l = \Delta y_{uk} = \frac{m_{nam} \cdot n}{\frac{k_{nam}}{n}} \cdot \frac{g}{2} \Rightarrow \boldsymbol{l = \frac{m_{opr} \cdot g}{2 k_{opr}}}$ **1 bod**

g)



1 bod

Dobivena je linearna ovisnost: $\boldsymbol{l = \beta N^2}$

Nagib pravca određen je koeficijentom: $\boldsymbol{\beta} = 0{,}026\ \text{cm} = \mathbf{2{,}6 \cdot 10^{-4}\ m}$

Iz prethodnog razmatranja slijedi da je: $\beta = \dfrac{m_{nam} g}{2k_{nam}} \Rightarrow k_{nam} = \dfrac{m_{nam} g}{2\beta} = \dfrac{0{,}6 \cdot 10^{-3}\text{kg} \cdot 9{,}81\text{ms}^{-2}}{2 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{m}}$

$$k_{nam} = 11{,}32\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow k_{opr} = \frac{k_{nam}}{n} = \frac{11{,}32\text{N/m}}{40} \Rightarrow \boldsymbol{k_{opr} = 0{,}28\ \text{N/m}}$$

2 boda

3. dio

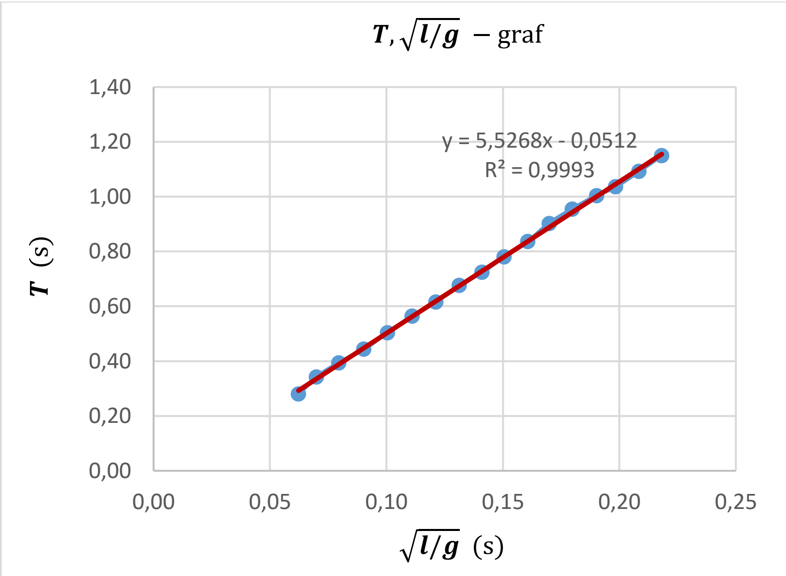
h) Prema danom izrazu očekivana je linearna ovisnost između perioda titranja *T slinky* opruge i $\sqrt{l/g}$.

Treba izvesti niz mjerenja ovisnosti perioda titranja za različite duljine (različiti broj namotaja) ovješene opruge.

Nakon što izmjerimo duljinu ovješene opruge, povučemo je nekoliko centimetara iz ravnotežnog položaja i pustimo da titra. Izmjerimo vrijeme za 5 ili 10 titraja i odredimo period titranja za danu duljinu opruge. Mjerenja prikažemo tablično i izračunamo za svaki niz mjerenja vrijednost $\sqrt{l/g}$. **2 boda**

n	10T/s	T/s	l /cm	$\sqrt{l/g}$ / s
8	2,8	0,28	3,8	0,06
10	3,42	0,34	4,8	0,07
12	3,94	0,39	6,2	0,08
14	4,44	0,44	8	0,09
16	5,04	0,50	9,9	0,10
18	5,64	0,56	12,1	0,11
20	6,16	0,62	14,4	0,12
22	6,76	0,68	16,9	0,13
24	7,24	0,72	19,5	0,14
26	7,8	0,78	22,2	0,15
28	8,36	0,84	25,3	0,16
30	9,02	0,90	28,3	0,17
32	9,55	0,96	31,7	0,18
34	10,04	1,00	35,5	0,19
36	10,36	1,04	38,6	0,20
38	10,92	1,09	42,6	0,21
40	11,5	1,15	46,7	0,22

2 boda



2 boda

Iz nagiba pravca odredimo $\sqrt{\alpha}$. $\sqrt{\alpha} = 5{,}53 \Rightarrow \alpha = 30{,}6 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 31}$ **1 bod**

Period titranja *slinkyja* približno možemo izraziti: $T = \sqrt{31 \cdot \frac{l}{g}}$

(Teorijski očekivani rezultat je $T = \sqrt{32 \cdot \frac{l}{g}}$)

$$T = \sqrt{31 \cdot \frac{l}{g}} = \sqrt{31 \cdot \frac{\frac{m_{opr} g}{2k_{opr}}}{g}} = \sqrt{15{,}5 \cdot \frac{m_{opr}}{k_{opr}}} \approx \sqrt{16 \cdot \frac{m_{opr}}{k_{opr}}} \Rightarrow \boldsymbol{T = 4 \cdot \sqrt{\frac{m_{opr}}{k_{opr}}}}$$

2 boda

i) m_{opr} = 24 g, T = 1,15 s:

$$k_{opr} = \frac{16}{T} \cdot m_{opr} = \frac{16}{1{,}15\text{s}} \cdot 0{,}024\text{kg} \Rightarrow \boldsymbol{k_{opr} = 0{,}29\ \frac{N}{m}}$$

1 bod

Dobiveni su približno jednaki rezultati za konstantu elastičnosti slinkyja, oko 0,3 N/m.

Izraz za period titranja harmonijskog oscilatora, $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ nije jednak. Kod harmonijskog oscilatora zanemarujemo masu opruge, a masa *m* u izrazu je masa tereta ovješena o oprugu. **1 bod**

Državno natjecanje iz fizike, šk. god. 2024./2025.
Srednja škola, 4. skupina

(6. 5. 2025.)

ZADATCI

VAŽNO: Tijekom ispita učenici ne smiju imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. (18 bodova) Foton se raspršuje na slobodnom elektronu pod kutom θ.
a) Nađite izraz za energiju upadnog fotona u ovisnosti o kutu θ (uz $\theta \neq 0$) i kinetičkoj energiji T koju elektron dobije pri raspršenju. U traženom izrazu ne smije preostati ovisnost o energiji ili količini gibanja fotona nakon raspršenja. Izvrijednite izraz za slučaj $\theta = 120°$ i $T = 0.45\,\mathrm{MeV}$.
b) Je li izvrijednjena energija fotona dovoljna za stvaranje para elektron-pozitron?
c) Koliki je radijus kružne putanje raspršenog elektrona iz zadatka a) u magnetskom polju jakosti $B = 0.12\,\mathrm{T}$ ako pretpostavimo da se on giba okomito na smjer polja? U ovom dijelu zadatka količinu gibanja elektrona i njegovu kinetičku energiju povežite nerelativistički.

2. (19 bodova) U Bohrovu modelu atoma elektronima su dopuštene kružne orbite takve da za radijuse r_n i količine gibanja p_n vrijedi $r_n p_n = n\hbar$, $n \in \mathbb{N}$. Osim za vodikov atom, ovaj je model prilično dobra aproksimacija i za ione s jednim elektronom.
a) Koristeći se Newtonovim zakonima i gornjim uvjetom kvantizacije, pokažite da je energija n-tog stanja iona s atomskim brojem Z i jednim elektronom dana s

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2}\frac{Z^2}{n^2}\,.$$

Uputa: prvo nađite dopuštene radijuse r_n i brzine v_n.
b) Zračenje iona litija ($Z = 3$) s jednim elektronom okomito upada na difrakcijsku rešetku širine $6.6\,\mathrm{mm}$. Emisijska linija koja odgovara prijelazu iz stanja $n = 100$ u osnovno stanje blizu je razlučivosti (u smislu Rayleighova kriterija) na kutu difrakcije θ. Nađite θ. Uputa: promotrite razliku inverza valnih duljina za dva susjedna prijelaza u osnovno stanje, λ_n i λ_{n+1}, uz $n \gg 1$. Također uzmite da za $\delta\lambda = \lambda_n - \lambda_{n+1}$ vrijedi $\delta\lambda/\lambda_n \ll 1$. Koristan izraz: $(1+x)^n \approx 1+nx$ ako $x \ll 1$.

3. (18 bodova) a) Ion helija 4 u mirovanju emitira foton koji odgovara prijelazu ovog iona iz drugog pobuđenog stanja u osnovno stanje. Koliku brzinu pritom dobije ovaj ion? Računajte nerelativistički. Za mase protona i neutrona uzmite u.

b) Optička melasa jest tehnika optičkog hlađenja atoma (ili iona). Duž osi kojom se gibaju atomi su obasjani laserskom svjetlošću iz oba smjera. Frekvencija lasera postavljena je tako da pobuđuje elektronski prijelaz u određeno više stanje za atome koji putuju *prema* laseru. Važno je uočiti da ovi atomi percipiraju uvećanu frekvenciju u odnosu na njezinu stvarnu vrijednost (zašto?). Oni će apsorbirati fotone iz lasera i pritom dobiti izvjesnu brzinu u smjeru suprotnom početnoj brzini.

Recimo da na ovaj način želimo usporiti (ohladiti) ion helija brzine $v = 10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ koji se nalazi u osnovnom stanju. Kolika mora biti (linearna) frekvencija lasera prema kojemu putuje da bi on apsorbirao foton koji ga pobuđuje u treće pobuđeno stanje? Radi jednostavnosti, računajte nerelativistički! Kolika je brzina iona nakon apsorpcije 1000 ovakvih fotona? Promatrajte svaki foton kao ekvivalentan prethodnome, tj. zanemarite promjenu u percipiranoj frekvenciji uslijed apsorpcije pojedinog fotona.

c) Neka su frekvencije obaju lasera na osi postavljene na vrijednost koju ste pronašli u zadatku b). Koliku će frekvenciju ion iz zadatka b) percipirati za laser od kojeg se udaljava? Usporedite razliku percipiranih frekvencija za laser kojemu se približava i laser od kojega se udaljava s prosječnom širinom linije elektronskih stanja od $100\,\mathrm{MHz}$. Pridonosi li laser od kojega se ion udaljava njegovu hlađenju? Zašto? Za potrebe ovog pitanja pretpostavite da je prijelaz iz b) jedini u spektru ovog iona.

d) Nakon nekog vremena od apsorpcije fotona iz b), ion će se relaksirati u osnovno stanje i, u skladu sa zadatkom a), dobiti izvjesnu brzinu kao posljedicu emisije fotona. Bez računa kratko komentirajte zašto ovaj proces ne onemogućava hlađenje opisanom metodom.

4. (15 bodova) Uzmimo da tipična nuklearna elektrana ima iskoristivost 1/3 te proizvodi električnu snagu 1000 MW. Do fisije urana dolazi tako što jezgra ^{235}U apsorbira spori neutron.
a) Napišite jednadžbu reakcije pri kojoj fisijom urana nastaje jezgra ^{140}Xe, još jedna jezgra te dva brza neutrona kinetičke energije 1 MeV. Zanemarujući početnu brzinu apsorbiranog neutrona, izračunajte energiju oslobođenu u jednoj reakciji. Za mase uzmite $m(^{235}\mathrm{U}) = 235.04\,u$, $m(^{140}\mathrm{Xe}) = 139.92\,u$ te $m(X) = 93.92\,u$, gdje je X druga jezgra nastala u ovoj reakciji. Za masu neutrona uzmite u. Vrijeme poluraspada mnogo je dulje od godine dana.
b) Nakon apsorpcije sporog neutrona, a prije raspada na gore opisan način, jezgra ^{235}U mijenja se i postaje pobuđena. Kolika je energija pobuđenja novonastale jezgre ako je njezina masa u osnovnom stanju jednaka $236.033\,u$? Koja je to jezgra?
c) Jezgra ^{140}Xe nije stabilna, već se uzastopnim β^--raspadima prevodi do određenog izotopa Ce. Napišite jednadžbe ovih raspada. Nakon fisije svake jezgre ^{235}U oslobađa se još ukupno 15 MeV energije pri nizu ovih β^--raspada. Dok je fisiju urana moguće kontrolirati i zaustaviti ubacivanjem kontrolnih šipki koje apsorbiraju neutrone, ove β^--raspade nije moguće zaustaviti. Kolika se ukupna snaga oslobađa nakon zaustavljanja fisije urana?
d) Kolika se masa urana godišnje potroši u ovoj elektrani?

Neke konstante i korisne veličine:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \quad \text{(Planckova konstanta)}$$
$$c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}} \quad \text{(brzina svjetlosti u vakuumu)}$$
$$u = 1.66 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 931.5\,\mathrm{MeV}/c^2 \quad \text{(unificirana atomska jedinica mase)}$$
$$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \quad \text{(masa elektrona)}$$
$$e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \quad \text{(elementarni naboj)}$$
$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2\,s^4\,kg^{-1}\,m^{-3}} \quad \text{(permitivnost vakuuma)}$$

$$E_1^{(H)} = -13.6\,\mathrm{eV} \quad \text{(energija osnovnog stanja vodika)}$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vodice, 5. – 8. svibnja 2025.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:
- 2 žele bombona
- 5 pribadača
- konac
- stiropor
- milimetarski papir
- kutomjer
- papirnata maramica

Zadatak:

1. S pomoću navedenog pribora odredite brzinu svjetlosti kroz žele smjesu tako da:

   a) koristeći se kutomjerom kao priborom za crtanje nacrtate skicu prolaska zrake svjetlosti kroz žele smjesu s označenim svim veličinama bitnima za daljnji rad ………………………………………………… 4 boda

   b) riječima i algebarskim izrazima opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ………………………………………… 4 boda

   c) navedete korake u radu: postavljanje eksperimentalnog seta i mjerenje ……………………………………………………. 4 boda

   d) tablično prikažete rezultate za pet mjerenja ……………………...... 3 boda

   e) pet milimetarskih papira sa zapisom rada priložite uz ovaj izvještaj 5 bodova

   f) provedete račun pogreške koji uključuje srednju vrijednost dobivene brzine svjetlosti, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, zapis točnog rezultata i maksimalnu relativnu pogrešku 4 boda

   g) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu navedete što je utjecalo na preciznost rezultata …………………………………... 2 boda

   h) analizirate eksperimentalni rezultat tako da usporedite dobivenu vrijednost s poznatom vrijednošću za brzinu svjetlosti i ukratko komentirate rezultat …………………………………….............. 2 boda

   i) zaključno ponovite prema kojemu je algebarskom izrazu i fizikalnoj zakonitosti moguće odrediti brzinu svjetlosti u ovom eksperimentu 2 boda

---

Ukupno: ……………………………………………………………………. **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

Državno natjecanje iz fizike, šk. god. 2024./2025.
Srednja škola, 4. skupina
(6. 5. 2025.)

RJEŠENJA I SMJERNICE ZA BODOVANJE

Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici zadatak riješe na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. a) Iz zakona očuvanja energije imamo

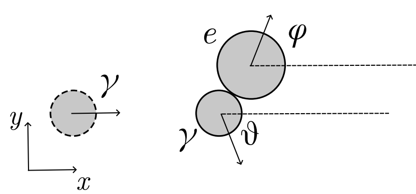
$$E_0 + m_e c^2 = E + T + m_e c^2 \quad \Rightarrow \quad E = E_0 + T\,, \quad (2 \text{ boda}) \tag{1}$$

gdje su E_0 i E redom energije fotona prije i nakon raspršenja, a T kinetička energija elektrona nakon sudara. Zakon očuvanja količine gibanja pak kaže

$$x: \quad \frac{E_0}{c} = p\cos\phi + \frac{E}{C}\cos\theta \tag{2}$$

$$y: \quad 0 = p\sin\phi - \frac{E}{c}\sin\theta\,, \quad (3 \text{ boda ukupno}) \tag{3}$$

pri čemu smo koordinatni sustav orijetnirali i kutove definirali kao na priloženoj skici, p je količina gibanja elektrona nakon raspršenja te smo iskoristili da za foton općenito vrijedi $p_f = E_f/c$.



Slijedi

$$p^2\sin^2\phi = \left(\frac{E}{c}\right)^2 \sin^2\theta \tag{4}$$

$$p^2\cos^2\phi = \left(\frac{E_0}{c} - \frac{E}{c}\cos\theta\right)^2 . \tag{5}$$

Zbrajanjem i množenjem s c^2 imamo

$$p^2c^2 = E_0^2 - 2E_0E\cos\theta + E^2\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{6}$$

S druge strane, vrijedi

$$E^2 = (m_ec^2)^2 + p^2c^2 = (m_ec^2 + T)^2 = (m_ec^2)^2 + 2m_ec^2T + T^2 \quad \Rightarrow \quad p^2c^2 = 2m_ec^2T + T^2\,. \quad (2 \text{ boda}) \tag{7}$$

Usporedbom zadnjih dvaju izraza te iskorištavanjem (1) slijedi

$$E_0^2(1-\cos\theta) - E_0T(1-\cos\theta) - m_ec^2T = 0\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{8}$$

Budući da promatramo kutove $\theta \neq 0$, jednadžbu možemo podijeliti s $(1-\cos\theta)$ te dobivamo rješenja

$$E_0 = \frac{T}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{m_ec^2T}{1-\cos\theta}}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{9}$$

Za postojeći foton vrijedi $E_0 > 0$ pa zadržavamo samo rješenje

$$E_0 = \frac{T}{2} + \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 + \frac{m_ec^2T}{1-\cos\theta}}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{10}$$

U ovaj izraz uvrštavamo zadane vrijednosti $\theta = 120^\circ$ i $T = 0.45\,\text{MeV}$ te dobivamo

$$E_0 \approx 0.677\,\text{MeV}\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{11}$$

b) Granična energija za stvaranje para elektron-pozitron (nazovimo ju E_0^*) odgovara njihovu nastajanju u mirovanju, tj.

$$E_0^* = 2m_e c^2\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{12}$$

Budući da je

$$\frac{E_0}{E_0^*} \approx 0.662 < 1\,, \quad (1\text{ bod}) \tag{13}$$

zaključujemo da energija fotona iz a) dijela zadatka nije dovoljna za stvaranje para.
c) U zadatku je rečeno da ovdje količinu gibanja i kinetičku energiju elektrona možemo povezati nerelativistički, tako da je

$$p = \sqrt{2m_e T}\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{14}$$

U vanjskom magnetskom polju jakosti B na elektron djeluje Lorentzova sila, čiji je iznos u slučaju polja okomitog na smjer brzine v jednak $Bv|e|$. Ova sila služi kao centripetalna sila pri kružnom gibanju pa imamo

$$\frac{m_e v^2}{r} = Bv|e|\,, \quad (1\text{ bod}) \tag{15}$$

gdje je r traženi radijus. Uz $p = m_e v$ slijedi

$$r = \frac{p}{B|e|} = \frac{\sqrt{2m_e T}}{B|e|}\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{16}$$

Uvrštavanjem $T = 0.45\,\text{MeV}$, $B = 0.12\,\text{T}$ te konstanti, dobivamo

$$r \approx 1.89\,\text{cm}\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{17}$$

2. a) Izjednačavamo privlačnu kulonsku silu između jezgre naboja $Z|e|$ i elektrona naboja e s centripetalnom silom:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}\,, \tag{18}$$

gdje je r_n radijus dopuštene kružne orbite, a v_n brzina elektrona na toj orbiti. Slijedi da je

$$m_e v_n^2 r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\,, \quad (2\text{ boda}) \tag{19}$$

a, s druge strane,

$$m_e v_n^2 r_n = (m_e v_n r_n) v_n = (r_n p_n) v_n = n\hbar v_n\,, n \in \mathbb{N}\,, \tag{20}$$

gdje smo u posljednjem koraku iskoristili zadani uvjet kvantizacije. Konačno imamo

$$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar\, n}\,. \quad (2\text{ boda}) \tag{21}$$

Dalje slijedi

$$r_n = \frac{n\hbar}{m_e v_n} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}\frac{n^2}{Z}\,. \quad (1\text{ bod}) \tag{22}$$

Energija je dana kao zbroj potencijalne energije

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{(Ze^2)^2 m_e}{(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2 n^2} \quad (1 \text{ bod}) \tag{23}$$

i kinetičke energije

$$T = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{(Ze^2)^2 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2 n^2}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{24}$$

Konačno imamo

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2}\frac{Z^2}{n^2}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{25}$$

Primijetite da ako stavimo $Z = 1$ i $n = 1$, imamo energiju osnovnog stanja vodika pa gornji izraz možemo elegantnije pisati kao

$$E_n = E_1^{(H)}\frac{Z^2}{n^2}\,. \tag{26}$$

b) Iz gore pronađenog izraza slijedi da je valna duljina λ_n fotona emitiranog pri prijelazu iz n-tog u osnovno stanje dana s

$$\frac{hc}{\lambda_n} = Z^2 I_H\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\,, \quad (1 \text{ bod}) \tag{27}$$

gdje je $I_H = -E_1^{(H)}$. Iz toga zaključujemo da su valne duljine dvaju susjednih prijelaza povezane preko

$$\frac{hc}{\lambda_{n+1}} - \frac{hc}{\lambda_n} = Z^2 I_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right)\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{28}$$

Izraz u zagradi s desne strane možemo pojednostaviti na sljedeći način:

$$\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \overset{n\gg 1}{\approx} \frac{2}{n^3}\,, \tag{29}$$

pa imamo

$$\frac{1}{\lambda_{n+1}} - \frac{1}{\lambda_n} = \frac{2Z^2 I_H}{hc}\frac{1}{n^3}\,. \quad (2 \text{ boda}) \tag{30}$$

Ako definiramo da je

$$\delta\lambda = \lambda_n - \lambda_{n+1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{n+1} = \lambda_n - \delta\lambda\,, \tag{31}$$

gornji izraz prelazi u

$$\frac{1}{\lambda_{n+1}} - \frac{1}{\lambda_n} = \frac{1}{\lambda_n}\left(\frac{1}{1 - \delta\lambda/\lambda_n} - 1\right) \approx \frac{1}{\lambda_n}\left(1 + \frac{\delta\lambda}{\lambda_n} - 1\right)\,, \tag{32}$$

gdje smo u posljednjem koraku iskoristili $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$. Usporedbom s (30) imamo

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda_n^2} = \frac{2Z^2 I_H}{hcn^3}\,. \quad (2 \text{ boda}) \tag{33}$$

tj.

$$\frac{\lambda_n^2}{\delta\lambda} = \frac{hcn^3}{2Z^2 I_H}\,. \tag{34}$$

S druge strane, razlučivost difrakcijske rešetke dana je s

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN\,, \quad (2 \text{ boda}) \tag{35}$$

gdje je k red difrakcije, a N broj pukotina. To možemo raspisati na sljedeći način:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = k\frac{l}{d} = k\lambda \cdot \frac{l}{d\lambda} = d\sin\theta \cdot \frac{l}{\lambda d} \quad \Rightarrow \quad \theta = \arcsin\left(\frac{\lambda^2}{l\,\delta\lambda}\right)\,, \quad (2 \text{ boda}) \tag{36}$$

gdje je l širina rešetke, a d konstanta rešetke, tj. udaljenost između susjednih pukotina. U našem slučaju vrijedi izraz (34) pa je

$$\theta = \arcsin\left(\frac{1}{l} \cdot \frac{hcn^3}{2Z^2 I_H}\right)\,. \tag{37}$$

Uvrštavanjem $Z = 3$, $l = 6.6\,\text{mm}$, $n = 100$ te konstanti dobivamo

$$\theta \approx 50^\circ\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{38}$$

3. a) Iz zakona očuvanja količine gibanja imamo

$$m(^4\text{He})\,v_a = p_f\,, \quad p_f = \frac{E_f}{c}\,. \quad (2 \text{ boda}) \tag{39}$$

Energija fotona odgovara prijelazu iz osnovnog stanja ($n = 1$) u drugo pobuđeno stanje ($n = 3$), što uz $Z = 2$ daje:

$$E_f = 4I_H(1 - 1/9) = \frac{32}{9}I_H\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{40}$$

Budući da jezgra helija 4 ima četiri nukleona, $m(^4\text{He}) \approx 4u$ pa slijedi

$$v_a = \frac{32}{9}\frac{I_H}{4uc}\,, \quad (1 \text{ bod}) \tag{41}$$

tj.

$$v_a \approx 3.89\,\text{m}\,\text{s}^{-1}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{42}$$

b) Ion koji putuje prema laseru frekvencije f_S uslijed Dopplerova pomaka vidi frekvenciju (u uputi zadatka rečeno je da problem promatramo nerelativistički)

$$f_V = \left(1 + \frac{v_b}{c}\right) \cdot f_S\,, \quad (2 \text{ boda}) \tag{43}$$

gdje je v_b brzina iona. Ta frekvencija pobuđuje prijelaz iz osnovnog u treće pobuđeno stanje ($n = 4$), tako da je

$$f_V = \frac{4I_H}{h}(1 - 1/16) = \frac{15I_H}{4h}\,. \quad (2 \text{ boda}) \tag{44}$$

Slijedi da je stvarna frekvencija lasera

$$f_S = \frac{15I_H}{4h}\left(1 + \frac{v_b}{c}\right)^{-1}\,. \tag{45}$$

Uvrštavanjem $v_b = 10^5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$ imamo

$$f_S \approx 1.233 \times 10^{16}\,\text{Hz}\,. \quad (1 \text{ bod}) \tag{46}$$

Preostalo nam je naći brzinu iona nakon apsorpcije $N_f = 1000$ ovakvih fotona. U principu svaka apsorpcija malo usporava ion pa će se i Dopplerov pomak mijenjati. Međutim, u zadatku je rečeno da to zanemarimo pa, analogno zadatku a), imamo

$$v_b' = v_b - \frac{N_f h f_V}{m(^4\mathrm{He})c} = v_b - \frac{15 N_f I_H}{16uc} \,. \quad \text{(2 boda)} \tag{47}$$

Uvrštavanjem imamo

$$v_b' \approx 95\,900\,\mathrm{m\,s^{-1}} \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{48}$$

c) Ako se ion udaljava od lasera, Dopplerov je pomak u suprotnom smjeru pa ion vidi frekvenciju

$$f_{V2} = f_S \left(1 - \frac{v_b}{c}\right) . \quad \text{(1 bod)} \tag{49}$$

U našem slučaju taj iznos je

$$f_{V2} \approx 1.232 \times 10^{16}\,\mathrm{Hz} \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{50}$$

Za tipičnu širinu linije $\Delta f = 100\,\mathrm{MHz}$ vrijedi

$$\frac{f_V - f_{V2}}{\Delta f} \approx 10^5 \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{51}$$

Zaključujemo da laser od kojeg se ion udaljava ne pridonosi hlađenju jer je njegova percipirana frekvencija mnogo linija udaljena od frekvencije prijelaza pa ne dolazi do apsoprcije (1 bod).
d) Naknadna emisija ne onemogućava hlađenje opisanom metodom jer se fotoni emitiraju u nasumičnom smjeru pa je prosječna brzina koju ion dobije jednaka nuli (1 bod).

4. a) Reakcija glasi

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + n \rightarrow {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{94}_{38}\mathrm{Sr} + 2n \,. \quad \text{(2 boda)} \tag{52}$$

Energiju oslobođenu u reakciji, Q, računamo iz razlike masa reaktanata i produkata,

$$Q = [m(^{235}\mathrm{U}) + m_n - m(^{140}\mathrm{Xe}) - m(^{94}\mathrm{Sr}) - 2m_n]c^2 \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{53}$$

Uz aproksimaciju $m_n \approx u$, uvrštavanjem zadanih masa jezgara imamo

$$Q \approx 190\,\mathrm{MeV} \approx 3 \times 10^{-11}\,\mathrm{J} \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{54}$$

b) Apsorpcija neutrona odgovara reakciji

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + n \rightarrow {}^{236}_{92}\mathrm{U}^* \,, \quad \text{(1 bod)} \tag{55}$$

gdje $*$ označava da je nastala jezgra u pobuđenom stanju. Energija pobuđenja jezgre dana je s

$$\Delta E^* = [m(^{235}\mathrm{U}) + m_n - m(^{236}\mathrm{U})]c^2 \,, \quad \text{(1 bod)} \tag{56}$$

gdje je $m(^{236}\mathrm{U})$ masa nepobuđenog stanja. Uvrštavanjem slijedi

$$\Delta E^* \approx 1.0458 \times 10^{-12}\,\mathrm{J} \approx 6.53\,\mathrm{MeV} \,. \quad \text{(1 bod)} \tag{57}$$

c) Odgovarajući lanac β^--raspada je

$$^{140}_{54}\mathrm{Xe} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{55}\mathrm{Cs} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{56}\mathrm{Ba} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{57}\mathrm{La} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{58}\mathrm{Ce} \,. \quad \text{(2 boda)} \tag{58}$$

Energija oslobođena u jednom ovakvom lancu prema uvjetima zadatka jednaka je $Q_\beta = 15\,\mathrm{MeV}$. Omjer snage oslobođene u β^--raspadima i ukupne oslobođene snage tada je dan s

$$\eta_\beta = \frac{Q_\beta}{Q + Q_\beta}\,. \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{59}$$

Ukupna oslobođena snaga P_O dana je omjerom korisne snage $P_K = 1000\,\mathrm{MW}$ i korisnosti elektrane $\eta = 1/3$,

$$P_O = P_K/\eta\,. \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{60}$$

Slijedi da je ukupna snaga oslobođena nakon zaustavljanja fisije, tj. ukupna snaga oslobođena u β^--raspadima, jednaka

$$P_\beta = \frac{Q_\beta}{Q + Q_\beta}\frac{P_K}{\eta}\,, \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{61}$$

što uvrštavanjem daje

$$P_\beta \approx 220\,\mathrm{MW}\,. \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{62}$$

d) Broj jezgara urana raspadnutih u $\Delta t = 1\,\mathrm{god}$ jednak je

$$N = \frac{P_O \Delta t}{Q + Q_\beta}\,. \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{63}$$

Ukupna masa utrošenog urana time je

$$m = Nm(^{235}\mathrm{U}) \approx 1125\,\mathrm{kg}\,. \quad (1\ \mathrm{bod}) \tag{64}$$

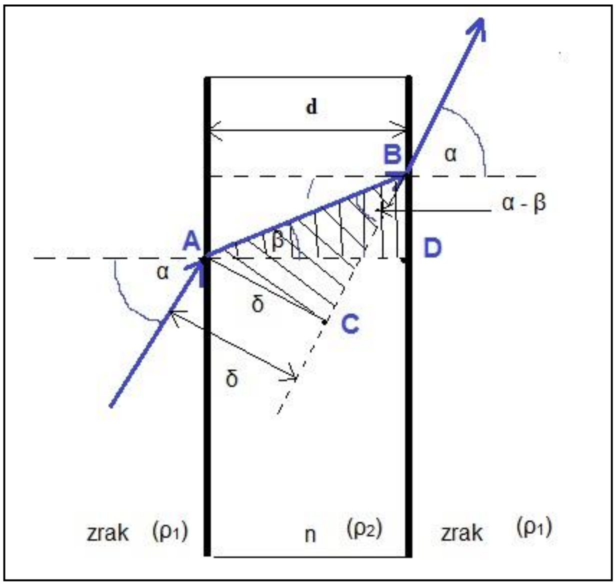
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vodice, 4. – 8. svibnja 2025.

Srednje škole – 4. skupina

Eksperimentalni zadatak – rješenje

1. S pomoću navedenog pribora odredite brzinu svjetlosti kroz žele smjesu tako da:

a) koristeći se kutomjerom kao priborom za crtanje, nacrtate skicu prolaska zrake svjetlosti kroz žele smjesu s označenim svim veličinama bitnima za daljnji rad ………… 4 boda



Kao što je navedeno u zadatku, skica treba biti nacrtana s pomoću geometrijskog pribora. (1 bod)

Na skici trebaju biti jasno i precizno označena: dva paralelna ravna dioptra (granice planparalelne ploče koju u zadatku predstavlja žele bombon), sredstva različite gustoće (zrak – žele smjesa – zrak), put zrake svjetlosti kroz sredstvo veće gustoće s dva puta ucrtanim upadnim i lomljenim kutom, debljina ploče i pomak zrake svjetlosti. (3 boda)

Slika 1. Pomak zrake svjetlosti na planparalelnoj ploči

b) riječima i algebarskim izrazima opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ……….. 4 boda

Planparalelnu ploču čine dva međusobno paralelna ravna dioptra, razmaknuta za udaljenost d.
Ravni dioptar predstavlja granicu između dvaju optički prozirnih homogenih sredstava različitih indeksa loma n_1 i n_2, međusobno odvojenih ravninom (npr. zrak i voda, zrak i žele smjesa).
Na dioptrijskoj plohi koja dijeli dva optički različita sredstva (ρ_1 i ρ_2) svjetlost mijenja pravac širenja. Tu pojavu nazivamo lom ili refrakcija svjetlosti (jedan od četiri osnovna zakona geometrijske optike). Lomljena zraka također leži u upadnoj ravnini i zatvara s okomicom na dioptrijsku plohu kut β. Omjer sinusa upadnog kuta α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n, što je poznato kao Snelliusov zakon loma (nizozemski matematičar Willebrord Snellius, 1580. – 1626.):

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \qquad (1)$$

Indeks loma n fizikalna je veličina koja opisuje međudjelovanje svjetlosti i optičkog sredstva, odnosno koliko svjetlost usporava prilikom prolaska kroz određeni materijal u odnosu na brzinu svjetlosti u vakuumu. Definira se kao omjer brzine svjetlosti u vakuumu c i brzine svjetlosti u sredstvu v (1). Što je indeks loma veći, to svjetlost više usporava i više se lomi prilikom ulaska u sredstvo gustoće ρ. Ako svjetlost prelazi iz rjeđeg u gušći medij (npr. iz zraka ili vakuuma u sredstvo), usporava i lomi se prema okomici, a ako prelazi iz gušćeg u rjeđi medij (npr. iz sredstva u zrak ili vakuum), ubrzava i lomi se od okomice.
Ako je prvo sredstvo vakuum, tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n. Prema definiciji apsolutni je indeks loma vakuuma jedan. Kad svjetlosna zraka upada iz vakuuma u bilo koje prozirno sredstvo, lomi se prema okomici, odnosno kut loma β uvijek je manji od upadnog kuta α, što znači da je apsolutni indeks loma broj koji je uvijek veći od jedan ($n > 1$). Optički gušće sredstvo optički ima veći apsolutni indeks loma.
Ako se lom zrake svjetlosti događa između dvaju sredstava od kojih ni jedno nije vakuum, tada se indeks loma između tih dvaju prozirnih sredstava naziva relativnim indeksom loma drugog sredstva u odnosu na prvo ($n_{2,1}$).
Relativni indeks loma jednak je omjeru apsolutnih indeksa loma:

$$n_{2,1} = n_2 / n_1 \qquad (2)$$

Zakon loma možemo napisati i na ovaj način:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \qquad (3)$$

Upadna i lomljena zraka leže u istoj ravnini koja je okomita na graničnu dioptrijsku plohu, pri čemu je n_1 apsolutni indeks loma sredstva kroz koju svjetlost upada, a n_2 apsolutni indeks loma sredstva u kojemu se svjetlost lomi.
Zraka svjetlosti koja pod nekim kutom dolazi na prvi ravni dioptar iz optički rjeđeg sredstva, lomi se prema okomici, dolazi do drugog ravnog dioptra i tada se ponovno lomi, ovaj put, zbog prelaska iz optički gušćeg u rjeđe sredstvo, prema okomici, pri čemu su ulazna i izlazna zraka međusobno paralelne i pomaknute za veličinu δ.
Prema Slici 1 za planparalelnu ploču uočljivo je da se radi o posebnom slučaju, kada dva sredstva s obiju strana ploče imaju isti indeks loma, pri čemu nakon dvostrukog loma zraka svjetlosti nakon izlaska iz ploče ostaje sama sebi paralelna, ali translatirana za vrijednost δ.
Iz pravokutnog trokuta ABC (slika 1) proizlazi:

$$\delta = AB \sin(\alpha - \beta) \qquad (4)$$

Iz pravokutnog trokuta ABD (slika 2) slijedi:

$$AB = \frac{d}{\cos\beta} \qquad (5)$$

Uvrštavanjem izraza (5) za AB u izraz (4) dobijemo izraz za pomak zrake svjetlosti kroz planparalelnu ploču prema Slici 1:

$$\delta = d\,\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} \qquad (6)$$

Kut loma β i upadni kut α međusobno su povezani Snelliusovim zakonom loma:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \qquad (7)$$

Za pomak zrake svjetlosti nakon trigonometrijskih transformacija vrijedi sljedeći konačan izraz u kojemu je sadržan i zakon loma:

$$\delta = d \sin\alpha \left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right) \qquad (8)$$

Po 1 bod dodjeljuje se za točno definiranje planparalelne ploče i zakona loma, te izraza za Snelliusov zakon loma (1) koji u sebi sadržava omjer sinusa upadnog i lomljenog kuta i omjer brzina svjetlosti u vakuumu/zraku i sredstvu veće gustoće.

c) navedete korake u radu: postavljanje eksperimentalnog seta i mjerenje

……….. 4 boda

Eksperimentalni set pripremimo na sljedeći način:

- na papirnatoj maramici pripremimo žele bombon kao planparalelnu ploču tako da petom pribadačom, ravnim rubom kutomjera ili koncem odrežemo paralelno dvije nasuprotne stranice
- postupak ponovimo s drugim žele bombonom i zatim za daljnji eksperiment izaberemo onaj koji u svim točkama ima istu širinu, što znači da su mu dvije nasuprotne stranice paralelne i ravne
- tako pripremljenom žele bombonu izmjerimo širinu i na svih 5 milimetarskih papira u sredini nacrtamo dvije paralelne crte međusobno odvojene za širinu odabranog i pripremljenog žele bombona koje će predstavljati dva ravna dioptra, tj. dvije paralelne stranice žele bombona
- na ravnu podlogu stola postavimo stiropor i zatim na njega prvi milimetarski papir
- na milimetarski papir između dvaju nacrtanih pravaca postavimo žele bombon tako da njegove dvije pripremljene prozirne stranice budu na pravcima
- zatim pristupimo viziranju tako da prvo s jedne strane žele bombona kroz milimetarski papir u stiropor zabodemo dvije pribadače koje tako čine pravac (zraku svjetlosti) koja do ravnog dioptra dolazi pod kutom α
- s druge strane žele bombona, iza drugog paralelnog ravnog dioptra, u stiropor zabodemo još dvije pribadače tako da viziranjem kroz jedno oko dobijemo potpuno preklapanje svih četiriju pribadača (dvije ispred i dvije iza žele bombona)
- zatim maknemo žele bombon i pribadače, skinemo milimetarski papir sa stiropora i s pomoću kutomjera na milimetarskom papiru nacrtamo put zrake svjetlosti kroz žele bombon s dvostrukim lomom
- na milimetarskom papiru označimo kutove i izmjerimo ih s pomoću kutomjera – vrijednosti upišemo u tablicu
- postupak ponovimo za još četiri milimetarska papira.

d) tablično prikažete rezultate za pet mjerenja ……….. 3 boda

Tablica treba sadržavati:

- redni broj mjerenja
- mjerene veličine za upadni kut i kut loma (1 bod)
- izračunate vrijednosti za indeks loma i za brzinu svjetlosti (2 boda)

- zbog praktičnosti može se uvrstiti u tablicu ili napisati u drugačijem obliku vrijednost svakog pojedinačnog odstupanja dobivenog rezultata u odnosu na srednju vrijednost (točka f)
- također se može zapisati i dobiveni pomak zrake svjetlosti, ali ta vrijednost nije nužna za cilj praktičnog zadatka te se ne boduje.

e) pet milimetarskih papira sa zapisom rada priložite uz ovaj izvještaj .... 5 bodova

Papiri trebaju sadržavati oznaku dvaju ravnih dioptara, put zrake svjetlosti kroz točke od uboda pribadača s dvostrukim lomom i označene kutove – oznake kutova trebaju biti usklađene s tablicom pod d).

f) provedete račun pogreške koji uključuje srednju vrijednost dobivene brzine svjetlosti, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, zapis točnog rezultata i maksimalnu relativnu pogrešku .... 4 boda

Srednja vrijednost: $\mathbf{v^*} = \Sigma\, v_i / N$, N – broj mjerenja (9)

Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja:

$|\Delta v_{max}|$ ~ prema: $\Delta v = v_i - v^*$ (10)

Relativna maksimalna pogreška: $r_m = [\,(\,|\Delta v_{max}| / v^*\,) \cdot 100\,]\ \%$ (11)

Zapis točnog rezultata: $v = (\,v^* \pm \Delta v_{max}\,)$ (12)

Po 1 bod za svaki točan zapis, s pripadajućom mjernom jedinicom.

g) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu navedete što je utjecalo na preciznost rezultata .... 2 boda

Očekuje se kratak osvrt na način viziranja, mjerenje kutova, oblik pripremljenog žele bombona.

h) analizirate eksperimentalni rezultat tako da usporedite dobivenu vrijednost s poznatom vrijednošću za brzinu svjetlosti i ukratko komentirate rezultat

.... 2 boda

Kratka usporedba srednje vrijednosti eksperimentalnog rezultata u odnosu na poznatu vrijednost brzine svjetlosti u vakuumu i zraku (1 bod) s naznačenom razlikom (1 bod).

.... 2 boda

i) zaključno ponovite prema kojemu je algebarskom izrazu i fizikalnoj zakonitosti moguće odrediti brzinu svjetlosti u ovom eksperimentu .... 2 boda

Svaki izvještaj o eksperimentalnom radu treba imati i zaključni dio – ovdje su to zadatci g), h) i i). Potrebno je ponoviti izraz za Snelliusov zakon loma (1) koji sadržava oba omjera i zatim jasno navesti da se u ovom eksperimentu radi o primjeni Snelliusova zakona loma na planparalelnoj ploči koju predstavlja žele bombon (1 bod).

Ukupno: .... 30 bodova