ZADACI ZA OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE

4. GRUPA

25. veljače 2000. godine

1. Dijapozitiv površine $16cm^2$ treba s pomoću projekcijskog aparata povećati na $0,16m^2$. U kojoj udaljenosti od leće mora biti dijapozitiv da slika bude relana?

2. Kod Lloydova je pokusa udaljenost izvora od zastora, na kojem promatramo pruge interferencije $D = 1,55m$. Udaljenost je susjednih pruga $d = 0,2mm$. Udaljenost koherentnih izvora mjerimo lećom koja je za $x = 120cm$ udaljena od izvora. U udaljenosti $x' = 1,4m$ dobijemo realne slike izvora, koje su međusobno udaljene za $a' = 6mm$. Pred izvorom svjetlosti nalazi se filtar. Koju duljinu vala λ propušta taj filtar?

3. Elektron mase m i brzine v doživi čeoni sudar s gama kvantom energije $h \cdot f_0$, tako da se gama kvant odbije nazad u smjeru iz kojeg je došao. Dokažite da energija raspršenog fotona, ako se mjeri iz laboratorijskog sustava iznosi:

$$E = hf_0 \frac{c+v}{c-v}\left(1 + \frac{2hf_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\right)^{-1}.$$

4. Elektron je zarobljen u beskonačnoj potencijalnoj jami. Pokaži da energetska razlika ΔE između kvantnih stanja n i $(n+2)$ iznosi:

$$\left(\frac{h^2}{2mL^2}\right)\cdot(n+1),$$

pri čemu je :
- L širina potencijalne jame,
- m masa elektrona
- h Planckova konstanta.

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE

Rješenja - 4. GRUPA

25. veljače 2000. godine

1. U danom omjeru povećanja dijapozitiva, imamo slučaj da se duljina povećava 10 puta (povećava se npr. kvadrat 4cmx 4cm na kvadrat 40cmx 40cm).
Time se iz danih podataka izvlači podatak da je $m=-10$, gdje smo minus stavili jer se traži da slika bude realna, što je jedino moguće ako je upotrebljena konvergentna leća (sustav) koja na zastoru daje obrnutu sliku.

Odnos slikovne i predmetne udaljenosti je time $\frac{b}{a}=-m=10$. Tako je $10a=b$.

Koristimo jednadžbu leće: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$, pa dobijamo: $\frac{1}{a}+\frac{1}{10a}=\frac{1}{f}$. Konačno, predmetna udaljenost iznosi:

$$a=\frac{11}{10}f=1{,}1f\ .$$

8 bodova

2. Valna duljina koju filtar propušta jest: $\lambda=\frac{d\cdot a}{D}$, gdje je a udaljenost između izvora koji interferiraju (izvora i njegove slike u Lloydovu zrcalu). Tu udaljenost nalazimo izravno iz jednadžbe: $\frac{a}{a'}=-\frac{x}{x'}$. U daljnjem računu možemo izostaviti minus (jer tražimo samo kolika je udaljenost a a ne i kakve je orijentacije u odnosu na a'). Za a time dobijamo: $a=a'\cdot\frac{x}{x'}=6mm\cdot\frac{120cm}{140cm}=5{,}14mm$. Uvrštavanjem u gornji izraz za valnu duljinu dobijamo: $\lambda=\frac{0{,}2mm\cdot 5{,}14mm}{1550mm}=6{,}6\cdot 10^{-7}\,m$.

10 bodova

3. Da bismo dobili traženi izraz za energiju fotona, na sraz koji se desio trebamo primjeniti zakone očuvanja – količine gibanja (impulsa) i energije. Tako, vrijedi:

$p-\dfrac{E_0}{c}=p'+\dfrac{E}{c}$ i $E_e+E_0=E_e^{'}+E$, gdje smo odmah iskoristili činjenicu da se na početku elektron i foton gibaju jedan nasuprot drugome. Korištene su oznake p i p' za količinu gibanja elektrona prije i poslije sraza, redom; E_e i $E_e^{'}$ za energiju elektrona prije i poslije sraza, redom; E_0 i E za energiju fotona prije i poslije sraza, redom.

Pri tome uvažili smo da je količina gibanja fotona: $p=\dfrac{E}{c}$, gdje je E energija fotona a c brzina svjetlosti.

Također, pri izvođenju ćemo koristiti relativističke izraze za energiju i količinu gibanja, kao i vezu među njima:

$E=\dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $p=\dfrac{mv}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $E^2=p^2c^2+m^2c^4$, gdje je m masa a v brzina.

Iz gornjih jednadžbi (zakona očuvanja) dobijamo:

$p'=p-\dfrac{E_0+E}{c}$. Uvrštavanje u drugi zakon daje:

$E_e+E_0=\sqrt{\left(p-\dfrac{E_0+E}{c}\right)^2c^2+m^2c^4}+E$. Grupiranjem članova u ovoj jednadžbi, te kvadriranjem dobijamo:

$E_e^2+(E_0-E)^2+2E_e(E_0-E)=\left(p-\dfrac{E_0+E}{c}\right)^2c^2+m^2c^4$, što dalje daje:

$2E_eE_0+2pcE_0=2E_eE+4E_0E-2pcE$. Odavde jest:

$E=\dfrac{E_0(E_e+pc)}{2E_0+E_e-pc}$. Daljnje računanje je jednostavnije ako tražimo recipročnu vrijednost energije:

$$\frac{1}{E}=\frac{2E_0+E_e-pc}{E_0(E_e+pc)}=\frac{2}{(E_e+pc)}+\frac{(E_e-pc)}{E_0(E_e+pc)}$$. Daljnje sređivanje postižemo uvrštavanjem relativističkih izraza za energiju i impuls.

$$\frac{1}{E}=\frac{2}{mc^2}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}+\frac{1}{E_0}\frac{c-v}{c+v}=\frac{1}{E_0}\frac{c-v}{c+v}\left(1+\frac{2E_0}{mc^2}\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\right)$$. Uvrštavanjem hf_0 za E_0, sređivanjem faktora pod korijenom konačno postižemo traženi izraz:

$$E=hf_0\frac{c+v}{c-v}\left(1+\frac{2hf_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\right)^{-1}.$$

Pri malenim brzinama elektrona faktor $\frac{c+v}{c-v}$ se svodi na jedinicu.

12 bodova

4. Problem energetskog spektra elektrona zarobljenog u beskonačnoj potencijalnoj jami širine L svodi se na problem traženja stojnih valova koje elektron može formirati na toj širirni, tj. slično kao i pitanje stojnih valova na niti duljine L učvršćene na oba kraja.

Tako, elektron u ovom slučaju može imati takvu valnu duljinu da vrijedi:

$L=n\frac{\lambda}{2}$, odnosno $\lambda=\frac{2L}{n}$. Energija elektrona može poprimati niz diskretnih vrijednosti, pa će za neko stanje n energija elektrona biti:

$$E_n=\frac{p^2}{2m}=\frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2m}=\frac{h^2}{2m\lambda^2}=\frac{h^2}{8mL^2}n^2.$$

Za traženu energetsku razliku imamo:

$\Delta E=E_{n+2}-E_n=\frac{h^2}{8mL^2}\left[(n+2)^2-n^2\right]=\frac{h^2}{8mL^2}(4n+4)=\frac{h^2}{2mL^2}(n+1)$, što je u zadatku i traženo.

10 bodova