

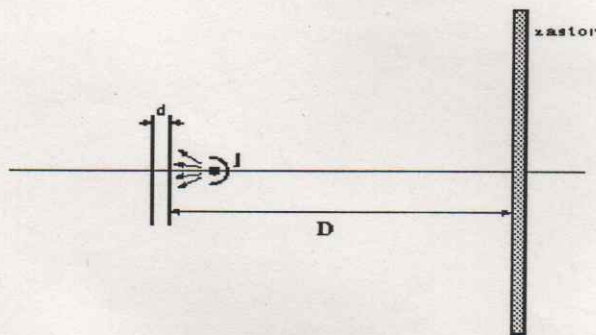
Županijsko natjecanje iz fizike '96 - 4. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Desno od konvergentne leće fokusne duljine $f=20$ cm nalazi se zrcalo udaljeno $d=12$ cm. Lijevo od leće nalazi se predmet visine $y=1.2$ cm udaljen $x=12$ cm. Odredite položaj i veličinu realne slike predmeta.

Zadatak 2 (10 bodova)

Pohlov interferencijski uređaj sastoji se od dva paralelna zrcala (tanka pločica liskuna)



međusobno udaljena za $d=2.5 \cdot 10^{-4}$ m. Izvor svjetlosti valne duljine $\lambda = 500$ nm nalazi se između zastora i zrcala. Udaljenost zastora i zrcala je $D = 5$ m. Koliko iznosi kut između prva dva maksimuma koje daje Pohlov uređaj? Zanimariti udaljenost izvora od paralelnih zrcala i veličinu d^2 .

Zadatak 3 (10 bodova)

Jednakostranični trokut u mirovanju ima duljinu stranice $a=1$ m. Koliki je opseg trokuta što ga mjeri opažac koji miruje ako se trokut giba relativističkom brzinom $v=0.8c$ u smjeru jedne od stranica?

Zadatak 4 (10 bodova)

Foton energije $E=2$ eV udara u zrcalo mase M . Zrcalo se giba u istom smjeru kao i foton brzinom $v=3 \cdot 10^6$ m/s. Kolika je promjena kružne frekvencije fotona u slučaju vrlo velike mase zrcala?

Zadatak 5 (10 bodova)

U svom najjednostavnijem obliku Bohrov model atoma pretpostavlja da proton ima beskonačnu masu. Uzimajući u obzir realniji model, u kojem se proton i elektron međusobno vrte oko centra mase, izračunajte popravku energije osnovnog stanja. Ukoliko bi zamijenili proton sa pozitronom (čestica ista kao i elektron, ali suprotnog naboja) koliko bi iznosila energija osnovnog stanja? Kolika je razlika energija osnovnog i prvog pobuđenog stanja elektron-pozitron sustava? (Masa elektrona: $m_e=9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, masa protona: $m_p=1.67265 \cdot 10^{-27}$ kg.)

Rezultati zadataka 4. grupe (1996), i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

Leća daje sliku P' predmeta P na mjestu udaljenom od leće

$$x' = \frac{xf}{x - f} = -30 \text{ cm.} \quad (2)$$

Slika P' ima svoju sliku u zrcalu P'' na mjestu koje je od leće udaljeno za

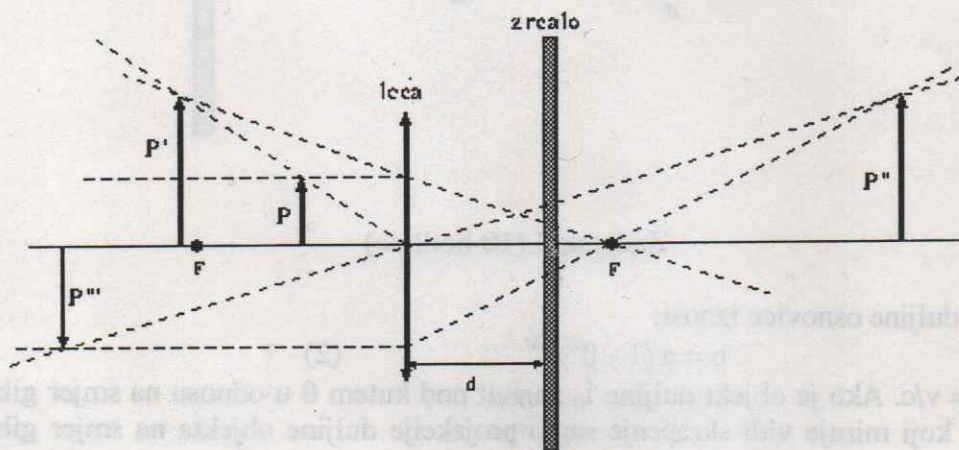
$$x' = 2d + |x'| = 54 \text{ cm.} \quad (2)$$

Slika P'' je predmet za leću što daje sliku P''' na mjestu koje je od leće udaljeno za

$$x''' = x'f / (x' - f) = 31.76 \text{ cm.} \quad (3)$$

Veličina slike P''' iznosi

$$y''' = y x' \cdot x''' / (x'' \cdot x) = -1.76 \text{ cm.} \quad (3)$$



Zadatak 2 (10 bodova)

Dva paralelna zrcala daju dva izvora svjetlosti udaljena za $2d$ koji se nalaze na osi Pohlovog uređaja. Označimo sa $\Delta r = r_2 - r_1$ razliku optičkih puteva. Zanemarujući udaljenost izvora od zrcala dobivamo:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= D^2 + y^2, \\ r_2^2 &= (D+2d)^2 + y^2, \\ r_2^2 - r_1^2 &= (D+2d)^2 - D^2, \\ (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) &= 4Dd + 4d^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Stavimo li da je $r_2 + r_1 = 2r$, te zanemarimo d^2 , dobivamo:

$$\Delta r = 2Dd/r$$

Pomoću izraza $\cos\psi = D/r$ dobivamo:

$$\Delta r = 2d \cos\psi. \quad (2)$$

Za konstruktivnu interferenciju mora biti $\Delta r = k\lambda$. Kutevi pod kojima se vide maksimumi interferencije su:

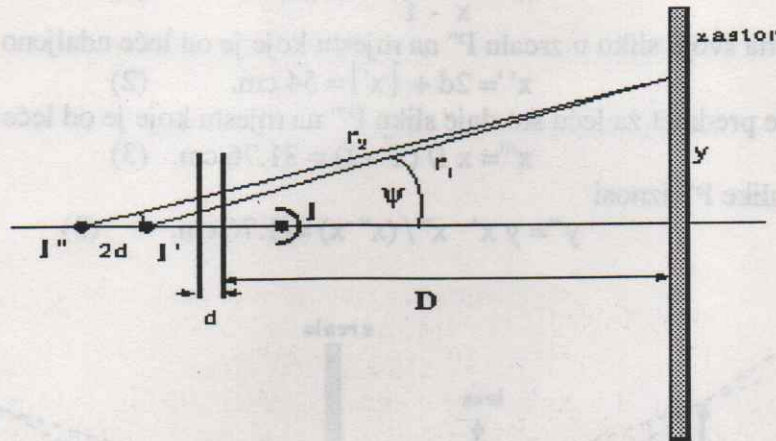
$$\cos \psi = k\lambda / (2d). \quad (2)$$

Maksimalni k dobiva se za $\psi = 0$, tj. $k_{\max} = 2d/\lambda = 1000$. Prvi i drugi maksimum (mjereno od osi uređaja) dobivaju se za $k=999$ i $k=998$ (nulti maksimum za $k=1000$ je zasjenjen izvorom), a odgovarajući kutevi su:

$$\begin{aligned} \cos \psi_{999} &= 0.999, \quad \psi_{999} = 2.56256^\circ, \\ \cos \psi_{998} &= 0.998, \quad \psi_{998} = 3.62431^\circ. \end{aligned} \quad (2)$$

Kut između prvog i drugog maksimuma iznosi:

$$\Delta \psi = \psi_{998} - \psi_{999} = 1.061747^\circ. \quad (2)$$



Zadatak 3 (10 bodova)

Skraćenje duljine osnovice iznosi:

$$b = a(1 - \beta^2)^{1/2} \quad (2)$$

gdje je $\beta = v/c$. Ako je objekt duljine l_0 nagnut pod kutem θ u odnosu na smjer gibanja, promatrač koji miruje vidi skraćenje samo projekcije duljine objekta na smjer gibanja. Vrijedi:

$$\begin{aligned} l'_x &= l_0 \cos \theta (1 - \beta^2)^{1/2}, \\ l'_y &= l_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

gdje je l_0 duljina objekta u mirovanju. Kvadriranjem gornjih jednadžbi i njihovim sumiranjem dobivamo:

$$l'^2 = l'^2_x + l'^2_y = l_0^2(1 - \beta^2 \cos^2 \theta),$$

tj.,

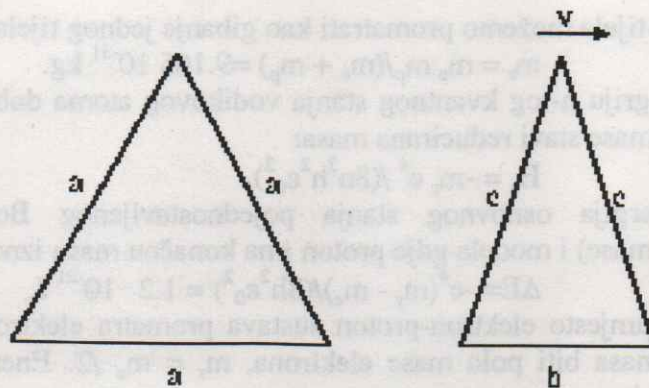
$$l' = l_0(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^{1/2}. \quad (2)$$

Korištenjem te jednadžbe u slučaju jednakostraničnog trokuta dobivamo:

$$c = a(1 - \beta^2 \cos^2 60^\circ)^{1/2} = a(1 - \beta^2/4)^{1/2} \quad (2)$$

Opseg trokuta što ga mjeri opažač iznosi:

$$O = b + 2c = a[(1 - \beta^2)^{1/2} + (4 - \beta^2)^{1/2}] = 2.433 \text{ m}. \quad (2)$$



zadatak 4 (10 bodova)

Postavimo zakone sačuvanja količine gibanja i energije:

$$p + Mv = -p' + Mv',$$

$$E + Mv^2/2 = E' + Mv'^2/2, \quad (2)$$

gdje su E i p energija i količina gibanja fotona prije sudara, a E' i p' poslije sudara. v' je brzina zrcala nakon sudara. Izrazimo li gornje jednadžbe preko količine gibanja fotona $p = E/c$ i njegove kružne frekvencije $\omega = E/\hbar$, ($\hbar = h/(2\pi)$), dobivamo:

$$\hbar\omega/c + Mv = -\hbar\omega'/c + Mv',$$

$$\hbar\omega + Mv^2/2 = \hbar\omega' + Mv'^2/2. \quad (2)$$

Eliminacijom v' dobivamo jednadžbu:

$$\hbar(\omega - \omega') = \beta\hbar(\omega + \omega') + \hbar^2(\omega + \omega')^2/(2Mc^2) \quad (2)$$

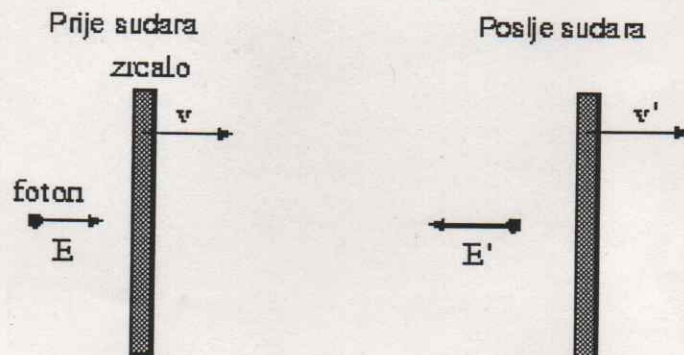
gdje je $\beta = v/c$.

Stavljajući da je masa zrcala M beskonačna otpada drugi član na desnoj strani pa dobivamo:

$$\omega' = \omega(1 - \beta)/(1 + \beta). \quad (2)$$

Promjena kružne frekvencije fotona iznosi:

$$\Delta\omega = (\omega - \omega') = 2\omega\beta/(1 + \beta) = 6 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}. \quad (2)$$



zadatak 5 (10 bodova)

Gibanje dva tijela možemo promatrati kao gibanje jednog tijela reducirane mase

$$m_r = m_e m_p / (m_e + m_p) = 9.105 \cdot 10^{-31} \text{ kg.} \quad (4)$$

Izraz za enegriju n-tog kvantnog stanja vodikovog atoma dobiva se tako da se umjesto elektronske mase stavi reducirana masa:

$$E_n = -m_r e^4 / (8n^2 h^2 \epsilon_0^2). \quad (2)$$

Razlika energija osnovnog stanja pojednostavljenog Bohrovog modela (próton beskonačne mase) i modela gdje proton ima konačnu masu iznosi:

$$\Delta E = -e^4 (m_r - m_e) / (8h^2 \epsilon_0^2) = 1.2 \cdot 10^{-21} \text{ J.} \quad (2)$$

Ukoliko se umjesto elektron-proton sustava promatra elektron-pozitron sustav tada će reducirana masa biti pola mase elektrona, $m_r = m_e / 2$. Energija osnovnog stanja tog sustava iznosi:

$$E_0 = -6.8 \text{ eV.} \quad (1)$$

Razlika energija osnovnog i prvog pobuđenog kvantnog stanja elektron-pozitron sustava iznosi:

$$|E_0| - |E_1| = 5.1 \text{ eV.} \quad (1)$$