KRIŽ '90

POKRET "NAUKU MLADIMA"
SR HRVATSKE

DRUŠTVO MATEMATIČARA I
FIZIČARA HRVATSKE

ŠIFRA: ________________
(peteroznamenkasti broj i riječ)

3. ožujka 1990.

ZADATAK	BODOVA	POTPIS
1.	0	
2.	0	
3.	0	
4.	0	
5.	1	
UKUPNO:	1	

ZADACI ZA OPĆINSKI SUSRET UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA SR HRVATSKE

MATEMATIKA 8. razred

1. Izračunaj $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}+3}$

2. Riješi nejednadžbu $\dfrac{x+4}{3-x}<2$

3. Okomica spuštena iz vrha B paralelograma ABCD na dijagonalu $\overline{AC}$, dijeli tu tu dijagonalu na dva dijela duljina 15 cm i 6 cm. Odredi duljine stranica, ako je razlika duljina dviju susjednih stranica 7 cm.

4. Odredi brojeve a i b za koje vrijedi

   $a^2+b^2=2(2a-3b)-13$

5. Dan je paralelogram ABCD, pri čemu je kut kod vrha B tup.
   Stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CB}$ produžene su preko vrha B i na produžecima su odredjene točke E i F, tako da su dužine $\overline{BE}$ i $\overline{BF}$ osnovice jednakokračnih trokuta BCE i ABF.
   Dokaži da je trokut DEF jednakokračan.

R j e š e n j a   zadataka   8. r a z r e d

OPĆ. 1990

bodovi

1. Racionalizacijom nazivnika prvog razlomka dobija se
izraz $4 - \sqrt{15}$ 2
Racionalizacijom nazivnika drugog razlomka dobija se
izraz $4 + \sqrt{15}$ 2
Racionalizacijom nazivnika trećeg razlomka dobija se
izraz $-2 + \sqrt{3}$ 3
Sad možemo pisati $4 - \sqrt{15} + 4 + \sqrt{15} - 2 + \sqrt{3} =$
$= 6 + \sqrt{3}$ 3

UKUPNO: 10

2. Iz $\frac{x+4}{3-x} < 2$ slijedi redom $\frac{x+4}{3-x} - 2 < 0$,
$\frac{x+4}{3-x} - \frac{2(3-x)}{3-x} < 0$, $\frac{x+4- \quad +2x}{3-x} < 0$, $\frac{3x-2}{3-x} < 0$, . 2

Dalje promatramo dva slučaja, tj. tražimo skupove dvaju
sustava nejednadžbi: 1) $3x - 2 > 0$, $3 - x < 0$,
2) $3x - 2 < 0$, $3 - x > 0$ 1

Ako je $3x - 2 > 0$, odnosno $x > \frac{2}{3}$ i $3 - x < 0$,
odnosno $x > 3$, slijedi da je $x > 3$ 2

Ako je $3x - 2 < 0$, odnosno $x < \frac{2}{3}$ i $3 - x > 0$,
odnosno $x < 3$, slijedi da je $x < \frac{2}{3}$ 2

Skup rješenja zadane nejednadžbe je unija gornjih skupova,
tj. svi brojevi $x < \frac{2}{3}$ ili $x > 3$ 2

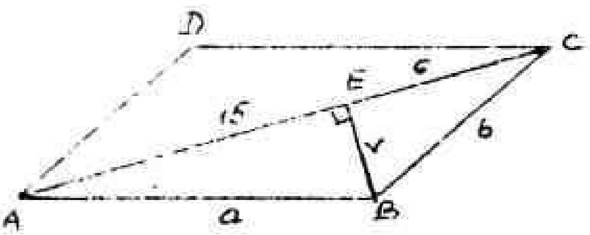
Grafički

1

UKUPNO: 10

bodovi

3. skica . . . 1



Neka je $|AE| = 15$ cm , $|CE| = 6$ cm , $|BE| = v$, $a - b = 7$ cm .

Primjenimo Pitagorin teorem za v na trokute ABE i BCE ,

$v^2 = a^2 - 15^2$, odnosno $v^2 = b^2 - 6^2$, ... 2

pa nakon izjednačavanja desnih strana imamo :

$a^2 - 15^2 = b^2 - 6^2$ ili redom $a^2 - b^2 = 225 - 36$,

$(a - b)(a + b) = 189$, odnosno $7(a + b) = 189$, tj. $a + b = 27$.

$a + b = 27$ 4

Sad riješimo sustav jednadžbi $a + b = 27$, $a - b = 7$,

pa su tražene duljine stranica $a = 17$ cm i $b = 10$ cm . . 3

UKUPNO: 10

4. $a^2 + b^2 = 2(2a - 3b) - 13$

$a^2 + b^2 = 4a - 6b - 13$

$a^2 + b^2 - 4a + 6b + 13 = 0$ 1

$a^2 + b^2 - 4a + 6b + 9 + 4 = 0$ 2

$(a^2 - 4a + 4) + (b^2 + 6b + 9) = 0$

$(a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 0$ 3

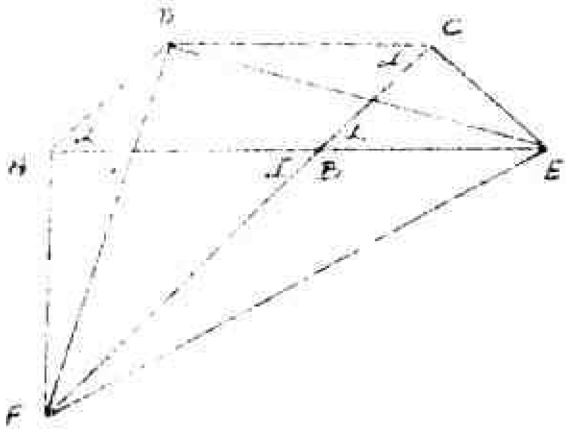
Kako je $(a - 2)^2 \quad 0$ i $(b + 3)^2 \quad 0$, to će lijeva strana jednakosti biti jednaka nuli samo ako je

$a - 2 = 0$ i $b + 3 = 0$, tj. $a = 2$ i $b = -3$ . . . 4

UKUPNO: 10

k.r. opć. '90

bodovi

5. skicu  1

Neka je $\angle BAD = \alpha$. Očito je i $\angle BCD = \alpha$
(svojstvo paralelograma) .

$\angle BCD = \angle CBE = \alpha$ (kutovi uz transverzalu) . . . 1

$\angle CBE = \angle ABF = \alpha$ (vršni kutovi) 1

No i $\angle CBE = \angle CEB = \alpha$, odnosno $\angle ABF = \angle AFB = \alpha$,

svojstvo kutova jednakokračnog trokuta. . . . 1

Kako je $\angle BCE = 180 - 2\alpha$ i $\angle BAF = 180 - 2\alpha$,

slijedi da je $\angle BCE = \angle BAF$ 2

No, $\triangle ADF \cong \triangle CDE$, jer je $|AD| = |CE|$, $|AF| = |CD|$ i

$\angle DAF = \angle DCE$, ... 3

pa zaključujemo da je $|DF| = |DE|$, tj. da je

trokut DEF jednakokračan 1

UKUPNO: 10

SVEUKUPNO: 50