

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko–gradsko natjecanje učenika  
osnovnih škola Republike Hrvatske  
5. ožujka 1994. godine

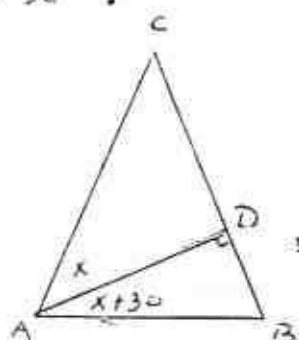
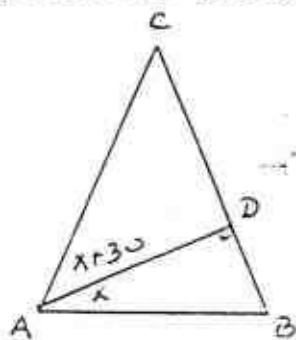
7. razred

1. Vanjski kut na osnovici jednakokračnog trokuta odnosi se prema vanjskom kutu pri vrhu nasuprot osnovici kao  $29 : 32$ .  
Odredi unutarnje kutove tog jednakokračnog trokuta.
2. Dan je jednakokračan trokut  $ABC$ , pri čemu je  $|AC| = |BC|$ .  
Okomica iz vrha  $A$  na krak  $\overline{BC}$  dijeli kut  $\sphericalangle BAC$  na dva kuta,  
tako da je razlika ta dva kuta  $30^\circ$ .  
Koliki su unutarnji kutovi trokuta  $ABC$  ?
3. Zbroj peteroznamenastog broja  $\overline{abcde}$  i peteroznamenastog broja  
 $\overline{abced}$  je  $31587$ .  
Koji su to brojevi ?
4. Jedan radnik može završiti neki posao za 10 dana ako radi sam.  
Ako taj radnik radi zajedno s nekim drugim radnikom 2 dana, tada  
će posao biti završen za 6 dana.  
Za koliko bi dana cijeli posao završio drugi radnik ako radi sam ?
5. Neka su brojevi  $a, b, c, d$  redom ostaci dijeljenja broja  $n$   
sa  $2, 3, 5$  i  $11$ .  
Dokaži da je zbroj  $15a + 10b + 6c + 30d - n$  djeljiv sa  $30$ .

1. Neka je  $\mathcal{L}$  unutarnji kut uz osnovicu,  $\mathcal{L}_1$  vanjski kut uz osnovicu,  $\mathcal{S}$  unutarnji kut nasuprot osnovice i  $\mathcal{S}_1$  vanjski kut. Tada vrijedi  $\mathcal{L}_1 : \mathcal{S}_1 = 29 : 32$ . Uvođenjem parametra  $k$ , tj.  $\mathcal{L}_1 = 29k$  i  $\mathcal{S}_1 = 32k$  i svojstva da je zbroj vanjskih kutova trokuta  $360^\circ$  dobivamo  $2\mathcal{L}_1 + \mathcal{S}_1 = 360$ , ili  $2 \cdot 29k + 32k = 360$ , tj.  $k = 4$ . Zato je  $\mathcal{L}_1 = 116^\circ$ ,  $\mathcal{L} = 64^\circ$ ,  $\mathcal{S}_1 = 128^\circ$  i  $\mathcal{S} = 52^\circ$ . Unutarnji kutovi trokuta su  $64^\circ$ ,  $64^\circ$ ,  $52^\circ$ .

10

2.



Neka je točka  $D$  nožište okomice iz vrha  $A$  na krak  $\overline{BC}$ . Razlikujemo dva slučaja:

1. Neka je  $\angle BAD = x$ , tada je kut  $\angle CAD = x + 30$ , odnosno  $\angle BAC = 2x + 30$ . Kako je trokut  $ABD$  pravokutan, a zbog  $\angle BAC = \angle ABC$  vrijedi jednadžba  $x + 2x + 30 = 90$ , ili  $3x = 60$ , tj.  $x = 20$ .

To znači da je  $\angle BAC = \angle ABC = 70^\circ$  i  $\angle ACB = 40^\circ$ .

5

2. Neka je  $\angle CAD = x$ , tada je  $\angle BAD = x + 30$ , odnosno  $\angle BAC = 2x + 30$ . Zato vrijedi  $x + 30 + 2x + 30 = 90$ , tj.  $x = 10$ .

Kutovi trokuta  $ABC$  su  $\angle BAC = \angle ABC = 50^\circ$  i  $\angle ACB = 80^\circ$ .

5

3. Kako je  $\overline{abcde} + \overline{abcd} = 31587$  to vrijedi  
 $20000a + 2000b + 200c + 11d + 11e = 31587$  .  
 Sad je očito  $a = 1$  , pa imamo  $2000b + 200c + 11d + 11e = 11587$  .  
 Treba pokazati da je  $4 < b < 6$  , tj.  $b = 5$  .  
 Zato vrijedi  $200c + 11d + 11e = 1587$  .  
 Za  $c = 8$  , lijeva strana jednakosti je veća od desne, a za  
 $c = 6$  dobivamo  $11d + 11e = 387$  što ne može biti, jer je  
 najveća moguća vrijednost lijeve strane 198 .  
 Zato je  $c = 7$  , pa je  $11d + 11e = 187$  ili  $d + e = 17$  .  
 Zaključujemo da je  $d = 8$  i  $e = 9$  , ili  $d = 9$  i  $e = 8$   
 iz čega proizlaze dva rješenja.  
 Traženi brojevi su: 15789 i 15798 , ili 15798 i 15789 .

10

4. Prvi radnik za 1 dan obavi  $\frac{1}{10}$  posla, a za 6 dana  $\frac{6}{10}$  , tj.  
 $\frac{3}{5}$  posla. Preostalo  $\frac{2}{5}$  posla obavio je drugi radnik rađeći  
 zajedno sa prvim radnikom 2 dana. To znači, da je drugi  
 radnik za 1 dan obavio  $\frac{1}{5}$  posla, iz čega proizlazi da cijeli  
 posao može završiti za 5 dana ako radi sam .

10

5. Broj  $n$  možemo pisati u obliku:  
 $n = 2x + a$  , odnosno  $a = n - 2x$  ,  
 $n = 3y + b$  , odnosno  $b = n - 3y$  ,  
 $n = 5z + c$  , odnosno  $c = n - 5z$  ,  
 $n = 11u + d$  , odnosno  $d = n - 11u$  .

Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti za ostatke  $a, b, c, d$   
 u zadani zbroj dobivamo redom:

$$\begin{aligned} & 15a + 10b + 6c + 30d - n = \\ & = 15(n - 2x) + 10(n - 3y) + 6(n - 5z) + 30(n - 11u) - n = \\ & = 15n - 30x + 10n - 30y + 6n - 30z + 30n - 330u - n = \\ & = 60n - 30(x + y + z + 11u) . \end{aligned}$$

Kako su i umanjnik i umanjitelj djeljivi sa 30 , znači da je  
 i razlika djeljiva sa 30 , pa prema tome i zadani zbroj .

10