ZAVOD ZA ŠKOLSTVO MINISTARSTVA KULTURE I PROSVJETE REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
9. travnja 1994. godine
6. razred

1. Od tri olovke, označimo ih sa A, B i C, jedna je crvena, jedna žuta i jedna zelena. Koje boje je koja olovka, ako je samo jedna od navedenih izjava istinita:

   1. " A je crvena ",
   2. " B nije crvena ",
   3. " C nije zelena " ?

2. Staklar ima na raspolaganju staklo pravokutnog oblika duljine 2.4 m i širine 1.8 m od kojeg treba izrezati dva stakla svaki duljine 1.6 m i širine 0.95 m.
   Koliko komada stakla duljine 0.6 m i širine 0.4 m može staklar izrezati od preostalog dijela stakla ?
   Koliki dio početnog stakla je nakon toga ostao neiskorišten ?

3. Dijeljenjem broja $(n + 200)$ sa 37 ostatak je 19.
   Koliki je ostatak dijeljenja prirodnog broja n sa 37 ?

4. Kut α manji je od svog sukuta za isti broj stupnjeva, za koliko je veći od kuta s kojim zajedno čini polovicu ispruženog kuta.
   Koliki je kut α ?

5. U svakoj od četiri posude nalazi se izvjesna količina vode.
   Ako iz prve posude odlijemo $\frac{1}{3}$ vode, iz druge $\frac{1}{4}$, iz treće $\frac{2}{5}$, a iz četvrte $\frac{1}{6}$ vode, tada će u svakoj od četiri posude ostati jednaka količina vode.
   Koliko je vode bilo u svakoj posudi prije odlijevanja, ako je odliveno ukupno 51 litra vode ?

ŽUPANIJSKO

R j e š e n j a za 6. razred 134 bodovi

1. Za rješenje zadatka možemo koristiti tablicu, tako da u svako prazno polje upišemo + ili 1 , ako je odgovor potvrdan, odnosno - ili 0 ako je odgovor niječan.

   1. Ako pretpostavimo da je prva izjava istinita, a ostale dvije lažne znači da je olovka B crvena, a to ne može biti, jer dvije olovke ne mogu biti crvene.

	c	ž	z
A	1	0	0
B	1		
C	0		

   2.

	c	ž	z
A	0		
B	0		
C	0	0	1

   Ako je druga izjava istinita, znači da A nije crvena, odnosno da je C zelena, tj. B nije crvena, a to znači da ni jedna olovka nije crvena što nije moguće.

   3. Ako je treća izjava istinita, znači da A nije crvena, odnosno da je B crvena što unosimo u tablicu. Iz tablice je sada jasno da C nije crvena pa je nužno C žuta.
   Sad je očito da A i B nisu žute i B nije zelena, pa je nužno A zelena.

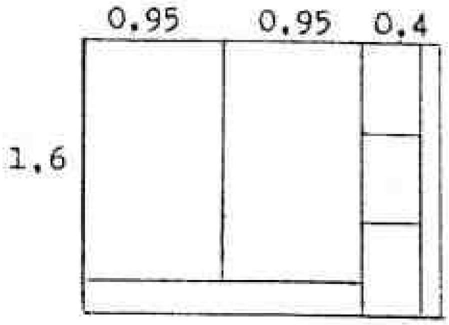
	c	ž	z
A	0		
B	1		
C			0

	c	ž	z
A	0		
B	1		
C	0	1	0

	c	ž	z
A	0	0	1
B	1	0	0
C	0	1	0

   Prema tome, olovka A je zelena, olovka B je crvena, a olovka C je žuta . 10

2. Površina velikog stakla je $4.32\,m^2$, a površina dva veća stakla je $3.04\,m^2$, pa je preostalo $1.28\,m^2$ stakla. Da se ustanovi koliko se manjih komada stakla može izrezati iz preostalog dijela, nužno je napraviti sliku - skicu pomoću koje dolazi do zaključka, da se samo na jedan način mogu izrezati 3 manja stakla duljine 0.6 m i širine 0.4 m. 5
Kako 3 manja stakla imaju površinu $0.72\ m^2$, zaključujemo da je preostalo $4.32 - (3.04 + 0.72)$, tj. $0.56\ m^2$ 2
stakla. Iz $\frac{0.56}{4.32} = \frac{56}{432} = \frac{7}{54}$ proizlazi da je ostalo neiskorišteno $\frac{7}{54}$ velikog stakla.



10

bodovi

3. Neka je a nepotpuni količnik broja $n + 200$ i broja 37.
Tada vrijedi $n + 200 = 37a + 19$, ili dalje redom
$n = 37a + 19 - 200$, $n = 37a - 181$, $n = 37a - 185 + 4$,
$n = 37a - 37\cdot 5 + 4$, $n = 37(a - 5) + 4$, tj. $n = 37k + 4$.

Prema tome, ostatak dijeljenja prirodnog broja n sa 37 jeste 4. 10

4. Neka je β sukut kuta α, γ kut koji zajedno s α čini 90°, a x kut za koliko je α manji od β, odnosno veći od γ.
Zato vrijedi, $\alpha = \gamma + x$, $\beta = \alpha + x$ i $\alpha + \gamma = 90^\circ$.

Iz $\alpha + \beta = 180$ proizlazi $\gamma + x + \alpha + x = 180$, odnosno
$90 + 2x = 180$, tj. $x = 45^\circ$.

Iz $\alpha + \gamma = 90$ proizlazi $\gamma + x + \gamma = 90$, odnosno
$2\gamma + 45 = 90$, tj. $\gamma = 22{,}5^\circ$, pa je kut $\alpha = 67{,}5^\circ$. 10

5. Neka je a količina vode u prvoj posudi prije odlijevanja, b u drugoj, c u trećoj i d u četvrtoj posudi. Tada vrijedi,

$\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{3}{5}c = \frac{5}{6}d = k$, pa je $a = \frac{3}{2}k$, $b = \frac{4}{3}k$, $c = \frac{5}{3}k$,

$d = \frac{6}{5}k$. Kako je $\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b + \frac{2}{5}c + \frac{1}{6}d = 51$ to zamjenom

vrijednosti za a, b, c i d dobivamo

$\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}k + \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}k + \frac{2}{5}\cdot\frac{5}{3}k + \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{5}k = 51$, odnosno

$\frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k + \frac{2}{3}k + \frac{1}{5}k = 51$. Rješenje ove jednadžbe je $k = 30$,

pa je $a = 45$, $b = 40$, $c = 50$ i $d = 36$.

Prema tome, u prvoj posudi je bilo 45 litara, u drugoj 40 litara, u trećoj 50 litara i u četvrtoj 36 litara. 10