

ZAVOD ZA ŠKOLSTVO MINISTARSTVA KULTURE I PROSVJETE REPUBLIKE HRVATSKE  
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika  
osnovnih škola Republike Hrvatske

9. travnja 1994. godine

6. razred

1. Od tri olovke, označimo ih sa A, B i C, jedna je crvena, jedna žuta i jedna zelena. Koje boje je koja olovka, ako je samo jedna od navedenih izjava istinita:
  1. " A je crvena " ,
  2. " B nije crvena " ,
  3. " C nije zelena " ?
2. Staklar ima na raspolaganju staklo pravokutnog oblika duljine 2.4 m i širine 1.8 m od kojeg treba izrezati dva stakla svaki duljine 1.6 m i širine 0.95 m .  
Koliko komada stakla duljine 0.6 m i širine 0.4 m može staklar izrezati od preostalog dijela stakla ?  
Koliki dio početnog stakla je nakon toga ostao neiskorišten ?
3. Dijeljenjem broja  $(n + 200)$  sa 37 ostatak je 19 .  
Koliki je ostatak dijeljenja prirodnog broja  $n$  sa 37 ?
4. Kut  $\mathcal{L}$  manji je od svog sukuta za isti broj stupnjeva, za koliko je veći od kuta  $s$  kojim zajedno čini polovicu ispruženog kuta.  
Koliki je kut  $\mathcal{L}$  ?
5. U svakoj od četiri posude nalazi se izvjesna količina vode.  
Ako iz prve posude odlijemo  $\frac{1}{3}$  vode, iz druge  $\frac{1}{4}$ , iz treće  $\frac{2}{5}$ , a iz četvrte  $\frac{1}{6}$  vode, tada će u svakoj od četiri posude ostati jednaka količina vode.  
Koliko je vode bilo u svakoj posudi prije odlijevanja, ako je odliveno ukupno 51 litra vode ?

1. Za rješenje zadatka možemo koristiti tablicu, tako da u svako prazno polje upišemo + ili 1, ako je odgovor potvrđan, odnosno - ili 0 ako je odgovor niječan.

1. Ako pretpostavimo da je prva izjava istinita, a ostale dvije lažne znači da je olovka B crvena, a to ne može biti, jer dvije olovke ne mogu biti crvene.

	c	ž	z
A	1	0	0
B	1		
C	0		

	c	ž	z
A	0		
B	0		
C	0	0	1

2.

Ako je druga izjava istinita, znači da A nije crvena, odnosno da je C zelena, tj. B nije crvena, a to znači da ni jedna olovka nije crvena što nije moguće.

3. Ako je treća izjava istinita, znači da A nije crvena, odnosno da je B crvena što unosimo u tablicu. Iz tablice je sada jasno da C nije crvena pa je nužno C žuta.

Sad je očito da A i B nisu žute i B nije zelena, pa je nužno A zelena.

	c	ž	z
A	0		
B	1		
C			0

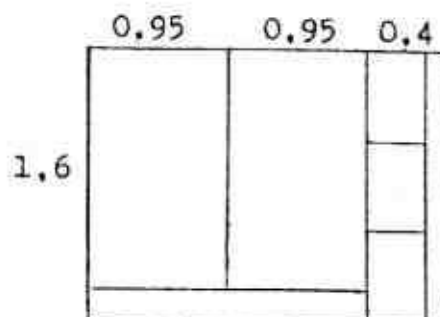
	c	ž	z
A	0		
B	1		
C	0	1	0

	c	ž	z
A	0	0	1
B	1	0	0
C	0	1	0

Prema tome, olovka A je zelena, olovka B je crvena, a olovka C je žuta.

10

2. Površina velikog stakla je  $4.32 \text{ m}^2$ , a površina dva veća stakla je  $3.04 \text{ m}^2$ , pa je preostalo  $1.28 \text{ m}^2$  stakla. Da se ustanovi koliko se manjih komada stakla može izrezati iz preostalog dijela, nužno je napraviti sliku - skicu pomoću koje dolazi do zaključka, da se samo na jedan način mogu izrezati 3 manja stakla duljine  $0.6 \text{ m}$  i širine  $0.4 \text{ m}$ . Kako 3 manja stakla imaju površinu  $0.72 \text{ m}^2$ , zaključujemo da je preostalo  $4.32 - (3.04 + 0.72)$ , tj.  $0.56 \text{ m}^2$  stakla. Iz  $\frac{0.56}{4.32} = \frac{56}{432} = \frac{7}{54}$  proizlazi da je ostalo neiskorišteno  $\frac{7}{54}$  velikog stakla.



10

3. Neka je  $a$  nepotpuni količnik broja  $n + 200$  i broja 37.

Tada vrijedi  $n + 200 = 37a + 19$ , ili dalje redom

$$n = 37a + 19 - 200, \quad n = 37a - 181, \quad n = 37a - 185 + 4,$$

$$n = 37a - 37 \cdot 5 + 4, \quad n = 37(a - 5) + 4, \quad \text{tj. } n = 37k + 4.$$

Prema tome, ostatak dijeljenja prirodnog broja  $n$  sa 37 jeste 4.

10

4. Neka je  $\beta$  sukut kuta  $\mathcal{L}$ ,  $\gamma$  kut koji zajedno s  $\mathcal{L}$  čini  $90^\circ$ ,  
a  $x$  kut za koliko je  $\mathcal{L}$  manji od  $\beta$ , odnosno veći od  $\gamma$ .  
Zato vrijedi,  $\mathcal{L} = \gamma + x$ ,  $\beta = \mathcal{L} + x$  i  $\mathcal{L} + \gamma = 90^\circ$ .

Iz  $\mathcal{L} + \beta = 180$  proizlazi  $\gamma + x + \mathcal{L} + x = 180$ , odnosno  
 $90 + 2x = 180$ , tj.  $x = 45^\circ$ .

Iz  $\mathcal{L} + \gamma = 90$  proizlazi  $\gamma + x + \gamma = 90$ , odnosno

$$2\gamma + 45 = 90, \quad \text{tj. } \gamma = 22,5^\circ, \quad \text{pa je kut } \mathcal{L} = 67,5^\circ.$$

10

5. Neka je  $a$  količina vode u prvoj posudi prije odlijevanja,  $b$   
u drugoj,  $c$  u trećoj i  $d$  u četvrtoj posudi. Tada vrijedi,

$$\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}b = \frac{3}{5}c = \frac{5}{6}d = k, \quad \text{pa je } a = \frac{3}{2}k, \quad b = \frac{4}{3}k, \quad c = \frac{5}{3}k,$$

$$d = \frac{6}{5}k. \quad \text{Kako je } \frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b + \frac{2}{5}c + \frac{1}{6}d = 51 \text{ to zamjenom}$$

vrijednosti za  $a, b, c$  i  $d$  dobivamo

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}k + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}k + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3}k + \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{5}k = 51, \quad \text{odnosno}$$

$$\frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k + \frac{2}{3}k + \frac{1}{5}k = 51. \quad \text{Rješenje ove jednačbe je } k = 30,$$

pa je  $a = 45$ ,  $b = 40$ ,  $c = 50$  i  $d = 36$ .

Prema tome, u prvoj posudi je bilo 45 litara, u drugoj 40 litara,  
u trećoj 50 litara i u četvrtoj 36 litara.

10