ZAVOD ZA ŠKOLSTVO MINISTARSTVA KULTURE I PROSVJETE REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
9 . travnja 1994. godine

7. razred

1. Riješi nejednadžbu $\frac{x-3}{2x+5} > 0$.

2. Dano je šest prirodnih brojeva, tako da je treći broj jednak zbroju prvog i drugog, četvrti broj jednak zbroju drugog i trećeg, peti broj jednak zbroju trećeg i četvrtog, a šesti broj jednak zbroju četvrtog i petog broja.
Koliki je zbroj tih šest brojeva, ako je peti broj jednak 7 ?

3. Dvije njive različitih površina oru dva traktora, tako što jedan traktor ore jednu, a drugi traktor drugu njivu, pri čemu je površina njive koju ore prvi traktor za 4.8 hektara veća od površine njive koju ore drugi traktor. Nakon što je prvi traktor preorao 80 % njive, a drugi 25 % , prvom traktoru je ostalo da preore 3 hektara manje nego drugom traktoru.
Kolika je površina svake njive ?

4. Dan je paralelogram ABCD , pri čemu je $|AB| = 2|BC|$. Ako je točka M polovište stranice $\overline{AB}$, onda je $CM \perp DM$. Dokaži.

5. Dan je jednakostranični trokut ABC i točka O unutar trokuta. Točkom O nacrtani su pravci paralelni sa stranicama trokuta, tako da pravac paralelan sa stranicom $\overline{AB}$ siječe stranicu $\overline{BC}$ u točki A_1 , pravac paralelan sa stranicom $\overline{BC}$ siječe stranicu $\overline{AC}$ u točki B_1 i pravac paralelan sa stranicom $\overline{AC}$ siječe stranicu $\overline{AB}$ u točki C_1 .
Dokaži da je $|OC_1| + |OA_1| + |OB_1| = |AB|$.

ŽUPANIJSKO

R j e š e n j a za 7. razred 1994

bodovi

1. Vrijednost razlomka bit će pozitivna, ako su brojnik i nazivnik istog predznaka. Zato razlikujemo dva slučaja:

   1°. $x - 3 > 0$, $2x + 5 > 0$. Odavde slijedi da mora biti $x > 3$ i $x > -\frac{5}{2}$. Rješenje je svaki broj $x > 3$.

   2°. $x - 3 < 0$, $2x + 5 < 0$. Odavde slijedi da mora biti $x < 3$ i $x < -\frac{5}{2}$. Rješenje je svaki broj $x < -\frac{5}{2}$.

   Rješenje zadane nejednadžbe je svaki broj $x < -\frac{5}{2}$, ili $x > 3$.

10

2. Označimo počevši od prvog šest prirodnih brojeva sa a, b, c, d, 7, f . Zbog $a + b = c$, $c + d = 7$ i $d + 7 = f$ vrijedi jednakost

   $a + b + c + d + 7 + f = c + 7 + 7 + d + 7 = 21 + 7 = 28$.

   Zbroj šest prirodnih brojeva sa navedenim svojstvom je 28 .

10

3. Neka je površina druge njive x ha . Tada je površina prve njive $(x + 4.8)$ ha . Kada je prvi traktor preorao 80 % njive njemu je ostalo da preore $0.2(x + 4.8)$ ha , a drugom traktoru je ostalo da preore $0.75x$ ha . Zato vrijedi jednadžba

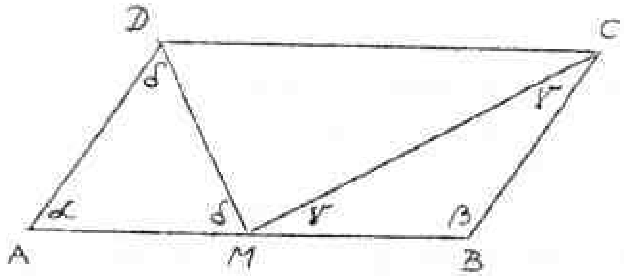
   $0.2(x + 4.8) + 3 = 0.75x$. Rješenje jednadžbe je $x = 7.2$.

   Površina prve njive je 12 ha , a druge 7.2 ha .

10

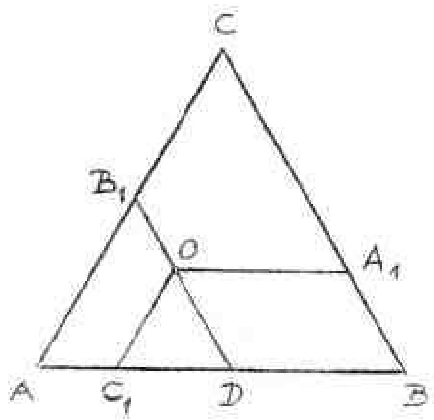
bodovi

4. Neka je $\measuredangle BAD = \alpha$ i $\measuredangle ABC = \beta$. Očito je trokut AMD jednakokračan pa je $\measuredangle AMD = \measuredangle ADM = \delta$ iz čega proizlazi da je $\alpha + 2\delta = 180$. Isto tako je i trokut BCM jednakokračan, a to znači da je $\angle BCM = \angle BMC = \gamma$, pa vrijedi $\beta + 2\gamma = 180$.
Zbrajanjem ove dvije jednadžbe dobivamo $\alpha + \beta + 2\delta + 2\gamma = 360$, a zbog $\alpha + \beta = 180$ imamo $180 + 2(\delta + \gamma) = 360$, odnosno $2(\delta + \gamma) = 180$, tj. $\delta + \gamma = 90$.
Kako je $\delta + \measuredangle CMD + \gamma = 180$, ili $90 + \measuredangle CMD = 180$, slijedi da je $\angle CMD = 90^\circ$, tj. $CM \perp MD$.



10

5. Neka je D točka u kojoj paralela točkom O sa stranicom $\overline{BC}$ siječe stranicu $\overline{AB}$.
Četverokut DBA_1O je paralelogram, pa je $|DB| = |OA_1|$.
Trokut C_1DO je jednakostraničan, pa je $|C_1D| = |OD| = |OC_1|$.
Trokut ADB_1 je jednakostraničan, pa je $|AD| = |DB_1|$, a zbog $|AC_1| + |C_1D| = |OB_1| + |OD|$, vrijedi $|AC_1| = |OB_1|$.
Kako je $|AC_1| + |C_1D| + |DB| = |AB|$, to zamjenom dobivenih vrijednosti imamo $|OB_1| + |OC_1| + |OA_1| = |AB|$, a to je i trebalo dokazati.



10