

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko-gradsko natjecanje učenika  
osnovnih škola Republike Hrvatske

4. ožujka 1995. godine

6. razred

1. Ako neki broj podijelimo sa 20, pa dobivenom količniku pribrojimo 3.75 i dobiveni zbroj pomnožimo sa 0.4, dobit ćemo broj koji je za 8.25 veći od 20. Koliki je početni nepoznati broj ?
2. Učenik je trebao pomnožiti 78 s dvoznamenkastim brojem kojemu je znamenka desetica tri puta veća od znamenke jedinica. On je greškom zamijenio znamenke u drugom faktoru i tako dobio umnožak manji od točnog umnoška za 2808. Odredi točan umnožak.
3. Duljine stranica pravokutnika razlikuju se za 4.2 cm, a njegov je opseg 23.2 cm. Nad njegovom duljom stranicom kao osnovicom nacrtan je s vanjske strane jednakokračan trokut kome je opseg jednak opsegu pravokutnika. Odredi duljine stranica tog trokuta.
4. Tri komada tkanine imaju ukupnu duljinu 14.5 m. Ako od prvog komada odrežemo polovicu njegove duljine, od drugog komada trećinu njegove duljine, a od trećeg komada četvrtinu njegove duljine, preostali dijelovi tkanine imat će jednake duljine.  
Kolika je duljina svakog komada tkanine prije rezanja ?
5. Dan je jednakostraničan trokut  $ABC$ . Simetrala vanjskog kuta uz osnovicu  $\overline{AB}$  i simetrala vanjskog kuta nasuprot osnovice sijeku se pod kutom od  $71^\circ$ . Odredi unutarnje kutove trokuta  $ABC$ .

Svaki zadatak donosi 10 bodova. Uz neke zadatke dan je prijedlog raspodjele bodova.

1. Neka je  $x$  traženi broj. Vrijedi jednačba

$$(x : 20 + 3.75) \cdot 0.4 = 20 + 8.25.$$

Jednačbu rješavamo na temelju definicija računskih operacija. Rezultati na desnim stranama jednačbi su brojevi 28.25; 70.625; 66.875 i konačno je  $x = 1337.5$ .

..... 10 bodova

2. Neka je  $\overline{ab} = x$  traženi dvoznamenkasti broj, a  $\overline{ba} = y$  broj sa zamijenjenim znamenkama. Tada vrijede redom ove jednakosti:  $78x - 78y = 2808$ ,  $78(x - y) = 2808$ ,  $x - y = 36$ .

Kako je  $\overline{ab} = 10a + b$  i  $\overline{ba} = 10b + a$ , to zamjenom u jednakosti  $x - y = 36$  dobivamo redom  $10a + b - (10b + a) = 36$ ,  $10a + b - 10b - a = 36$ ,  $9a - 9b = 36$ ,  $9(a - b) = 36$  i  $a - b = 4$ , a zbog  $a = 3b$  vrijedi  $3b - b = 4$ , tj.  $b = 2$ , pa je  $a = 6$ .

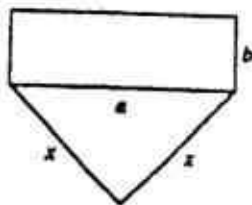
Traženi dvoznamenkasti broj je 62, a točan umnožak  $78 \cdot 62 = 4836$ .

..... 10 bodova

3. Neka su  $a$  i  $b$  duljine dviju susjednih stranica pravokutnika, pri čemu je  $a > b$ . Iz  $2a + 2b = 23.2$  slijedi  $2(a + b) = 23.2$  ili  $a + b = 11.6$ , a zbog  $a = b + 4.2$  imamo jednačbu  $b + 4.2 + b = 11.6$ . Rješenje ove jednačbe je  $b = 3.7$ , pa je  $a = 7.9$ .

Neka je  $x$  duljina kraka jednakokravnog trokuta. Tada imamo jednačbu  $7.9 + 2x = 23.2$ . Rješenje jednačbe je  $x = 7.65$ .

Duljina stranice je 7.9 cm, a duljina kraka 7.65 cm.



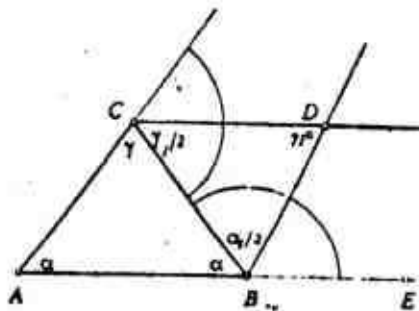
..... 10 bodova

4. Neka je  $a$  duljina prvog,  $b$  duljina drugog, a  $c$  duljina trećeg komada tkanine. Tada je  $a + b + c = 14.5$ . Neka je  $k$  duljina jednakih dijelova tkanine nakon rezanja, tj.  $\frac{1}{2}a = \frac{2}{3}b = \frac{3}{4}c = k$ . Odavde slijedi  $a = 2k$ ,  $b = \frac{3}{2}k$ ,  $c = \frac{4}{3}k$ . Zamjenom ovih vrijednosti u početnu jednakost dobivamo jednadžbu  $2k + \frac{3}{2}k + \frac{4}{3}k = 14.5$ . Rješenje ove jednadžbe je  $k = 3$ .

Tražene duljine tkanina su  $a = 6$  m,  $b = 4.5$  m,  $c = 4$  m.

..... 10 bodova

5. Neka je  $\angle CAB = \angle CBA = \alpha$ ,  $\angle ACB = \gamma$ , a točka  $D$  presjek simetrale vanjskog kuta  $\alpha_1$  kod vrha  $B$  i simetrale vanjskog kuta  $\gamma_1$  kod vrha  $C$ . Iz svojstva vanjskog kuta trokuta slijedi da je  $\gamma_1 = 2\alpha$  ili  $\frac{\gamma_1}{2} = \alpha$ , tj.  $\angle DCB = \angle ABC$ , a to znači da je  $CD \parallel AB$ , pa zaključujemo da je  $\angle EBD = \angle CDB$  (kutovi uz presječnicu), tj.  $\frac{\alpha_1}{2} = 71^\circ$ , pa je  $\alpha_1 = 142^\circ$ , a njegov sukut  $\alpha = 38^\circ$ . Iz  $\gamma + 2\alpha = 180^\circ$  lako odredimo  $\gamma = 104^\circ$ .



..... 10 bodova