

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
16. ožujka 1996. godine

6. razred

1. Učitelj matematike je na općinsko natjecanje iz matematike doveo 4 svoja učenika. Na pitanje koliko ima ukupno učenika kojima predaje matematiku, on je odgovorio: "Na školskom natjecanju sudjelovala je jedna trećina onih učenika kojima predajem, a na ovo natjecanje doveo sam jednu petnaestinu mojih učenika koji su sudjelovali na školskom natjecanju." Koliki je broj učenika kojima ovaj učitelj predaje matematiku?
2. Odredi sve četveroznamenkaste brojeve oblika \overline{abab} djeljive sa 16.
3. Polovina zbroja tri prirodna broja je 1996, pri čemu je drugi broj tri puta veći od prvog broja, a treći je broj za 1 veći od trećine prvog broja. Koji su to brojevi?
4. Dan je jednakostranični trokut ABC . Na pravcu AC preko vrha C odabrana je točka D . Opseg trokuta ABD je 67 cm, a opseg trokuta BCD je 53 cm. Koliki je opseg trokuta ABC ?
5. Simetrala vanjskog kuta trokuta ABC pri vrhu C siječe pravac AB pod kutom 45° . Koliki su kutovi trokuta ABC , ako je $\angle ABC = 35^\circ$?

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA ČLAN KOMISIJE JE DUŽAN I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x broj učenika kojima učitelj predaje matematiku. Tada je na školskom natjecanju sudjelovalo $\frac{1}{3}x$ učenika, a na općinskom natjecanju $\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{3}x$ učenika. 3 boda
Zato vrijedi jednačina $\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{3}x = 4$ 2 boda
Rješenje ove jednačine je $x = 180$ 3 boda
Broj učenika kojima učitelj predaje matematiku je 180. 2 boda
-
- UKUPNO 10 bodova

2. Četveroznamenasti broj \overline{abab} možemo pisati kao

$$\overline{abab} = 1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b = 101(10a + b).$$

..... 2 boda
Traženi četveroznamenasti broj bit će djeljiv sa 16 ako je dvoznamenkasti broj $10a + b$ djeljiv sa 16, jer je 101 prost broj. Svi dvoznamenkasti višekratnici broja 16 su brojevi: 16, 32, 48, 64, 80, 96. 4 boda

Traženi četveroznamenasti brojevi su: 1616, 3232, 4848, 6464, 8080, 9696. 4 boda

UKUPNO 10 bodova

3. Neka su a, b, c tri prirodna broja. Tada je $\frac{a+b+c}{2} = 1996$, ili $a + b + c = 2 \cdot 1996$, tj. $a + b + c = 3992$.

Kako je $b = 3a$ i $c = \frac{1}{3}a + 1$, zamjenom u zadnjoj jednakosti dobivamo $a + 3a + \frac{1}{3}a + 1 = 3992$ 1 bod

Rješenje ove jednačine je $a = 921$ 4 boda

Sad lako odredimo $b = 2763$ i $c = 308$ 3 boda

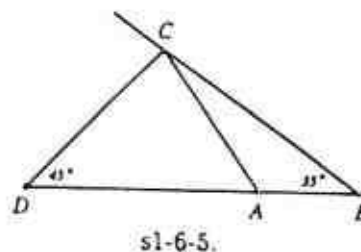
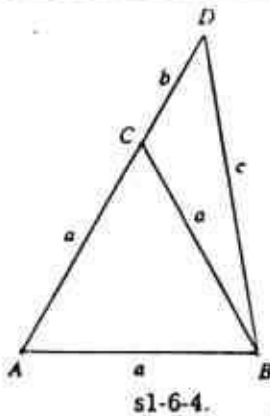
UKUPNO 10 bodova

4. Skica 1 bod

Neka je a duljina stranice jednakostraničnog trokuta ABC , $|CD| = b$, $|BD| = c$. U trokutu ABD vrijedi $2a + b + c = 67$, a u trokutu BCD vrijedi $a + b + c = 53$ 3 boda

Iz $2a + b + c = 67$ dobivamo redom $a = \frac{2a + b + c}{2} = \frac{67}{2} = 33,5$ tj. $a = 11$ 5 bodova
Dugac trokuta BCD je 42 cm. 4 bod

UKUPNO 10 bodova



5. Skica 1 bod

Neka je $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$ i γ_1 vanjski kut kod vrha C . U trokutu BCD vrijedi $\angle BCD = 180 - (35 + 45)$, ili $\angle BCD = 180 - 80$, tj. $\angle BCD = 100^\circ$ 2 boda

Sada je očito $\gamma + \frac{\gamma_1}{2} = 100$, a zbog $\gamma_1 = \alpha + \beta$ (svojstvo vanjskog kuta trokuta), tj. zbog $\frac{\gamma_1}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$, vrijedi jednakost $100 = \gamma + \frac{\alpha + \beta}{2}$, odnosno $100 = \frac{2\gamma + \alpha + \beta}{2}$, ili $100 = \frac{\gamma + \gamma + \alpha + \beta}{2}$, tj. $100 = \frac{\gamma + 180}{2}$ 4 boda

Rješenje zadnje jednačine je $\gamma = 20^\circ$ 2 boda

Zato je $\alpha = 180 - (35 + 20)$, tj. $\alpha = 125^\circ$ 1 bod

UKUPNO 10 bodova