

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
1. ožujka 1997. godine

7. razred

1. Zemlja tek kupljena u cvjećarni sadrži 11% vode. Domaćica želi zasaditi puzavicu koja zahtijeva vlažnost zemlje 24%. Koliko vode valja uliti u 3 kg kupljene zemlje kako bi se biljka uspješno presadila?
2. Dvanaest radnika treba obaviti jedan posao. Oni ga mogu završiti za 42 dana. Nakon 3 dana rada otišla su 4 radnika. Nakon sljedećih 6 dana dođe novih 7 radnika, a zatim nakon sljedećih 5 dana došlo je još 8 radnika, koji su zajedno s radnicima koje su zatekli završili posao. Za koliko je dana završen cijeli posao?
3. Zbroj broja dijagonala i broja stranica konveksnog mnogokuta je 903. Odredi omjer zbroja svih vanjskih kutova i zbroja svih unutarnjih kutova tog mnogokuta.
4. Konstruiraj trokut ABC ako je zadano: $c - b = 2$ cm, $v_c = 3.5$ cm i kut $\beta = 45^\circ$.
5. Dan je jednakokratan trokut ABC , pri čemu je $|AB| = |AC|$. Neka je točka E presjek simetrale kuta $\angle ABC$ i kraka \overline{AC} , a točka D nožište visine iz vrha A na osnovicu \overline{BC} .
Odredi unutarnje kutove trokuta ABC , ako je $|BE| = 2|AD|$.

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

197 OPC.

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA ČLAN KOMISIJE JE DUŽAN I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. U 3 kg kupljene zemlje ima 89% suhe tvari, odnosno $3 \cdot 0.89$, tj. 2.67 kg, pri čemu će masa suhe tvari ostati ista i nakon dolijevanja vode. 3 boda
 Neka je u 3 kg zemlje dodano x kg (litara) vode. Tada vrijedi jednačba $2.67 = 0.76(3+x)$. Rješenje ove jednačbe je $x = \frac{39}{76} = 0.513 \dots$ 5 bodova
 U kupljenu zemlju valja uliti 0.51 kg, tj. 0.51 litru vode. 2 boda

..... UKUPNO 10 bodova

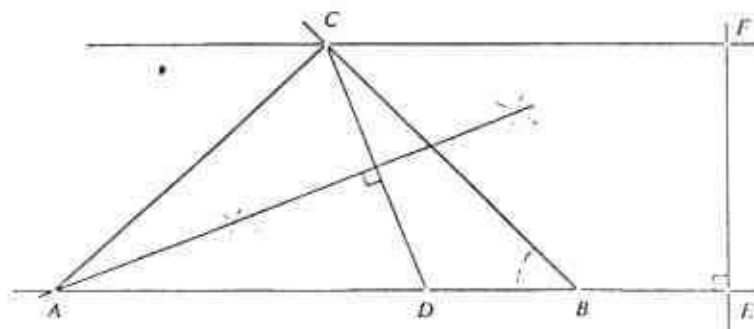
2. Očito su broj radnika i broj dana dvije obrnuto proporcionalne veličine, pri čemu je ukupna količina posla jednaka $12 \cdot 42$. 1 bod
 Neka je x broj dana koji su radili radnici nakon dolaska na posao 8 radnika i koji su zajedno sa radnicima koji su već bili na poslu završili posao. Kako je taj posao izvršen u dijelovima, to vrijedi jednačba $12 \cdot 3 + 8 \cdot 6 + 15 \cdot 5 + 23x = 12 \cdot 42$. Rješenje ove jednačbe je $x = 15$. 6 bodova
 Prema tome, cijeli je posao bio završen za $3 + 6 + 5 + 15$, tj. 29 dana. 3 boda

..... UKUPNO 10 bodova

3. Zbroj broja svih dijagonala i broja stranica mnogokuta sa n stranica jednak je ukupnom broju svih pravaca koji se mogu nacrtati kroz n točaka, a to je $\frac{n(n-1)}{2}$. Do ovog rezultata smo mogli doći i ovako: $D(n) + n = \frac{n(n-3)}{2} + n = \frac{n(n-1)}{2}$. 2 boda
 Zato vrijedi jednačba $\frac{n(n-1)}{2} = 903$, ili dalje redom $n(n-1) = 2 \cdot 903$, $n(n-1) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43$, tj. $n(n-1) = 42 \cdot 43$, pa je $n = 43$. 4 boda
 Kako je zbroj vanjskih kutova svakog mnogokuta 360° , to vrijedi omjer $\frac{360}{(n-2) \cdot 180} = \frac{2 \cdot 180}{(43-2) \cdot 180} = \frac{2}{41}$. 3 boda
 Prema tome, omjer zbrojeva vanjskih i unutarnjih kutova danog mnogokuta je $2 : 41$. 1 bod

..... UKUPNO 10 bodova

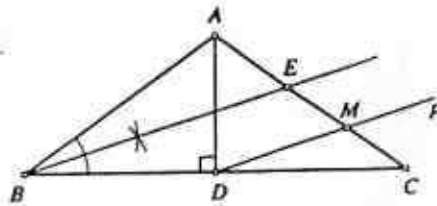
4. **ANALIZA:** Na stranici \overline{AB} odaberemo točku D tako da je $|AD| = |AC| = b$. Trokut BCD možemo lako konstruirati. Naime, vrh C je presjek drugog kraka kuta $\beta = 45^\circ$ i pravca usporednog s pravcem BD u udaljenosti v_c . Ostaje još odrediti vrh A . Kako je trokut ADC jednakokrakan, slijedi da se vrh A nalazi na simetrali osnovice \overline{CD} , pa je vrh A presjek simetrale \overline{CD} i pravca BD . 4 boda
KONSTRUKCIJA: Nacrtamo pravac i na njemu točke B i D tako da je $|BD| = c - b = 2$ cm. U točki B na pravcu BD nacrtamo kut $\beta = 45^\circ$. U nekoj točki E pravca BD nacrtamo okomicu $|EF| = v_c = 3.5$ cm. Točkom F nacrtamo pravac usporedan s pravcem BD , koji presijeca jedan krak kuta β u točki C . Presjek simetrale stranice \overline{CD} i pravca BD je vrh A . 3 boda
 Slika



3 boda

..... UKUPNO 10 bodova

5.



Neka je $\angle ACB = \angle ABC = 2x$. Tada je $\angle CBE = x$. Točkom D nacrtamo pravac p usporedan sa simetralom BE . Neka je točka M presjek pravca p i stranice \overline{AC} . 1 bod

Sad je očito $\triangle CDM \sim \triangle CBE$. Naime, $\angle MCD$ je zajednički, a $\angle CDM = \angle CBE = x$, jer su to kutovi uz presječnicu. 2 boda

To znači da su stranice proporcionalne. Kako je $|BC| = 2|CD|$, to je i $|BE| = 2|DM|$, a zbog $|BE| = 2|AD|$ slijedi da je $2|DM| = 2|AD|$, odnosno $|DM| = |AD|$, a to znači da je trokut ADM jednakokrakan, pa je $\angle DAM = \angle DMA = 3x$ (vanjski kut trokuta CMD). 3 boda

Primjenom poučka o kutovima trokuta vrijedi jednačba $2x + 2x + 2 \cdot 3x = 180$. Rješenje jednačbe je $x = 18$. 2 boda

Kutovi trokuta ABC su $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$. 2 boda

..... UKUPNO 10 bodova