

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
6. ožujka 1998. godine

6. razred

1. Riješi jednadžbu

$$\frac{1}{x} + 1 \frac{1}{1998} : \frac{1999}{1997} = 1$$

2. Odredi najveći i najmanji sedmeroznamenasti broj $\overline{3219abc}$ koji je djeljiv sa 90.

3. U nekoj školi postoje tri odjela šestog razreda: 6a, 6b i 6c. U odjelu 6a razreda ima 0,36 ukupnog broja učenika u sva tri odjela. U odjelu 6b razreda ima $\frac{5}{9}$ broja učenika odjela 6a razreda, a u odjelu 6c razreda su preostali učenici.

Koliko učenika ima u svakom odjelu, ako u odjelu 6a razreda ima 6 učenika manje nego u odjelu 6c razreda?

4. Dan je jednakokračni pravokutni trokut ABC s pravim kutom u vrhu C . Nad katetom \overline{BC} nacrtan je jednakostranični trokut BCD . Izračunaj veličinu kuta $\angle ADB$.

5. Dane su tri točke A, B, E kao na slici, pri čemu su točke A i B vrhovi pravokutnika $ABCD$, a E je točka dijagonale. Konstruiraj pravokutnik $ABCD$.

A

B

E

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Zadanu jednadžbu možemo pisati redom:

$$\frac{1}{x} + 1 \frac{1}{1998} : \frac{1999}{1997} = 1, \quad \frac{1}{x} + \frac{1999}{1998} : \frac{1999}{1997} = 1, \quad \frac{1}{x} + \frac{1999}{1998} \cdot \frac{1997}{1999} = 1,$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1997}{1998} = 1,$$

4 boda

$$\frac{1}{x} = 1 - \frac{1997}{1998}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{1998},$$

4 boda

$$x = 1998.$$

2 boda

UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako traženi broj mora biti djeljiv sa 10, nužno slijedi da je $c = 0$.

1 bod

Zbog djeljivosti sa 9 vrijedi da je $3 + 2 + 1 + 9 + a + b + 0 = 15 + a + b$ djeljivo s 9.

1 bod

Zato razlikujemo dva slučaja:

1. Za $a + b = 3$ dobivamo $a = 0, b = 3; a = 1, b = 2; a = 2, b = 1; a = 3, b = 0$.

1 bod

Najveći broj je 3219300, a najmanji je 3219030.

2 boda

2. Za $a + b = 12$ dobivamo $a = 3, b = 9; a = 4, b = 8; a = 5, b = 7; \dots; a = 9, b = 3$.

1 bod

Sad je najveći broj 3219930, a najmanji 3219390.

2 boda

Konačno rješenje: Najveći broj je 3219930, a najmanji je broj 3219030.

2 boda

UKUPNO 10 BODOVA

3. U odjelu 6a razreda ima $0.36 = \frac{9}{25}$ svih učenika,

1 bod

u odjelu 6b razreda ima $\frac{2}{5} = \frac{8}{25}$, tj. $\frac{1}{3}$ svih učenika,

1 bod

a u odjelu 6c razreda ima $1 - (\frac{9}{25} + \frac{1}{3})$, tj. $\frac{11}{25}$ svih učenika.

2 boda

Neka je x ukupan broj učenika u sva tri odjela. Kako je $\frac{11}{25} - \frac{9}{25} = \frac{2}{25}$, slijedi da je $\frac{2}{25}x = 6$.

2 boda

Rješenje ove jednadžbe je $x = 75$.

1 bod

Prema tome, u odjelu 6a razreda ima $\frac{9}{25} \cdot 75$, tj. 27 učenika,

1 bod

u odjelu 6b razreda ima $\frac{1}{3} \cdot 75$, tj. 15 učenika,

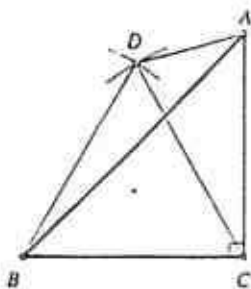
1 bod

dok u odjelu 6c razreda ima $\frac{11}{25} \cdot 75$, tj. 33 učenika.

1 bod

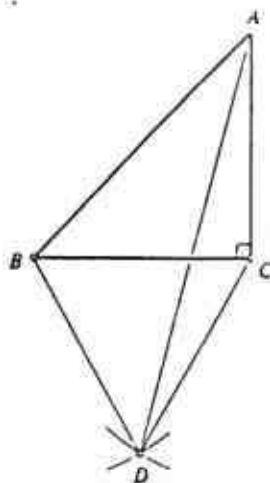
UKUPNO 10 BODOVA

4.



Skice

Razlikujemo dva slučaja:



2 x 1 bod

1. Očito je $\angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Kako je $|CD| = |CA|$, slijedi da je trokut CAD jednakokratan, pa je $\angle CAD = \angle CDA = 75^\circ$, a zbog $\angle CDB = 60^\circ$ zaključujemo da je $\angle ADB = \angle CDA + \angle CDB$ ili $\angle ADB = 75^\circ + 60^\circ$, tj. $\angle ADB = 135^\circ$. 4 boda

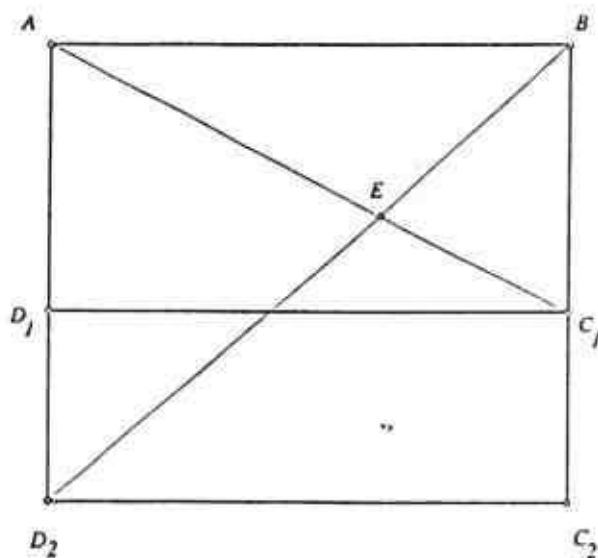
2. Očito je $\angle ACD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. Kako je $|CA| = |CD|$, slijedi da je trokut CAD jednakokratan, pa je $\angle CAD = \angle CDA = 15^\circ$, a zbog $\angle CDB = 60^\circ$ zaključujemo da je $\angle ADB = \angle CDB - \angle CDA$ ili $\angle ADB = 60^\circ - 15^\circ$, tj. $\angle ADB = 45^\circ$. 4 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. U vrhu A i vrhu B konstruiramo kut od 90° . Zadatak ima dva rješenja, ovisno o tome da li točka E leži na dijagonali \overline{AC} ili na dijagonali \overline{BD} .

1. Točka E leži na dijagonali \overline{AC} . Presjek pravca AE i drugog kraka pravog kuta u vrhu B je vrh C . Sad u vrhu C na stranici \overline{BC} konstruiramo kut od 90° . Presjek jednog kraka tog kuta s jednim krakom pravog kuta u vrhu A je točka D . 3 boda
Konstrukcija 2 boda

2. Točka E leži na dijagonali \overline{BD} . Presjek pravca BE s drugim krakom pravog kuta u vrhu A je točka D . Konstrukcijom pravog kuta u vrhu D lako odredimo vrh C . 3 boda
Konstrukcija 2 boda



..... UKUPNO 10 BODOVA