

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
5. ožujka 1999. godine

7. razred

1. Riješi nejednadžbu i grafički prikaži rješenje:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{5x+4}{8} > x+2.$$

2. Iz mjesta A krenuo je biciklist u mjesto B brzinom 9 km na sat. Jedan sat i 15 minuta nakon biciklista krenuo je motorist iz mjesta B u mjesto A brzinom od 21 km na sat. Koliko kilometara od mjesta A su se susreli biciklist i motorist, ako je udaljenost mjesta A i B jednaka $81\frac{1}{4}$ km?
3. Jedan radnik može završiti neki posao za 20 dana, a drugi radnik taj isti posao završio bi za 30 dana. Ako se prvom i drugom radniku pridruži treći, sva trojica zajedno završili bi taj posao za 8 dana. Za koje vrijeme bi treći radnik završio posao da radi sam?
4. Dan je mnogokut s 50 vrhova $P_1P_2\dots P_{49}P_{50}$. Iz vrha P_1 povučene su dijagonale do vrhova P_3 i P_{49} . Ako se u zadanom pedeseterokutu odrežu trokuti $P_1P_2P_3$ i $P_1P_{50}P_{49}$, koliko dijagonala ima dobiveni mnogokut?
5. Dan je romb $ABCD$ kome je jedan šiljasti kut 60° . Dokaži da kružnica sa središtem u sjecištu dijagonala i promjera jednakog manjoj dijagonali siječe svaku stranicu romba u točki koja je polovište stranice.

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

199.

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Zadanu nejednadžbu možemo transformirati ovako:

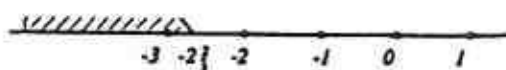
$$\frac{x-1}{2} - \frac{5x+4}{8} > x+2 \quad | \cdot 8$$

$$4(x-1) - (5x+4) > 8x+16 \quad 4x-4-5x-4 > 8x+16$$

$$-x-8 > 8x+16, \quad -x-8x > 16+8, \quad -9x > 24 \quad 3 \text{ boda}$$

$$x < -\frac{8}{3} \quad 4 \text{ boda}$$

Grafički prikaz:



2 boda
1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je x vrijeme izraženo u satima od polaska biciklista iz mjesta A do susreta s motociklistom. Za to vrijeme je biciklist prešao put od $9x$ km. 1 bod

Kako je motociklist krenuo iz mjesta B 1 sat i 15 minuta kasnije, njegovo vrijeme je $x - \frac{1}{4}$ sati, a prijeđeni put je jednak $21(x - \frac{1}{4})$ km. 2 boda

Ta dva puta zajedno daju cjeli put, tj. $9x + 21(x - \frac{1}{4}) = 81\frac{1}{4}$. 2 boda

Rješenje jednadžbe je $x = \frac{43}{12}$ h. 2 boda

Za to vrijeme biciklist je prešao $9 \cdot \frac{43}{12}$ km, tj. $32\frac{1}{4}$ km. 2 boda

Prema tome, biciklist i motorist susreli su se na $32\frac{1}{4}$ km od mjesta A. 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je x broj dana za koliko bi treći radnik obavio taj posao.

Prvi radnik za jedan dan obavi $\frac{1}{20}$ posla, drugi radnik obavi $\frac{1}{30}$ posla, a treći radnik obavi $\frac{1}{x}$ posla. 1 bod

Sva trojica zajedno za 1 dan obave $\frac{1}{8}$ posla. 1 bod

Dakle, vrijedi

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8}$$

Rješenje te jednadžbe je $x = 24$. 3 boda

Treći radnik bi obavio posao za 24 dana. 4 boda

1 bod

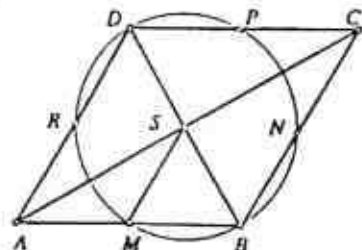
..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Nakon uklanjanja trokuta $P_1P_2P_3$ i $P_1P_{50}P_{49}$ dobiveni mnogokut ima 48 vrhova. 4 boda

Broj dijagonala tog mnogokuta je $D(48) = \frac{48(48-3)}{2} = 1080$. 6 bodova

..... UKUPNO 10 BODOVA

5.



Crtež 1 bod

Neka je u rombu $ABCD$ kut $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ i neka su M, N, P, R točke u kojima kružnica sa središtem u točki S promjera \overline{BD} siječe redom stranice $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$. Zbog $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ slijedi da je $\sphericalangle ABC = 120^\circ$. Kako su dijagonale romba ujedno i simetrale kutova slijedi da je $\sphericalangle SAB = 30^\circ$ i $\sphericalangle SBA = 60^\circ$. 2 boda

Kako je $|SM| = |SB| = r$, slijedi da je trokut MBS jednakokraničan, pa je $\sphericalangle BMS = \sphericalangle MBS = \sphericalangle ABS = 60^\circ$ iz čega slijedi da je $\sphericalangle MSB = 60^\circ$, pa zaključujemo da je trokut MBS jednakostraničan, tj. $|MS| = |BM|$. 3 boda

Kut $\sphericalangle DMS$ je vanjski kut trokuta AMS , pa prema poučku o vanjskom kutu trokuta vrijedi jednakost $30^\circ + \sphericalangle AMS = 60^\circ$, tj. $\sphericalangle ASM = 30^\circ$, a zbog $\sphericalangle SAM = \sphericalangle SAB = 30^\circ$ zaključujemo da je trokut AMS jednakokraničan iz čega slijedi da je $|MS| = |AM|$. 2 boda

Sada je $|AM| = |BM|$, tj. točka M je polovište stranice \overline{AB} . 1 bod

Na sličan način se pokaže da su točke N, P, R redom polovišta stranica $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$. 1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA