MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
3. ožujka 2000. godine

6. razred

1. Izračunaj

$$\frac{\dfrac{0.21}{0.75-0.6}-\dfrac{7}{6}:\left(\dfrac{1}{15}+\dfrac{3}{8}+\dfrac{29}{40}\right)}{\dfrac{28}{65}\cdot\left(\dfrac{9}{2}-\dfrac{25}{7}\right)}.$$

2. Damjan je zamislio jedan broj, dodao mu broj $\frac{1}{2}$, dobiveni zbroj pomnožio s $\frac{2}{3}$, tako dobiveni broj povećao za $\frac{3}{4}$ i dobio broj $\frac{253}{12}$.

   Koji je broj zamislio Damjan?

3. U nekoj školi postoje tri odjela šestog razreda: 6a, 6b i 6c. Broj učenika 6a je za tri veći od broja učenika u 6b, a broj učenika u 6b je za 8 manji od broja učenika u 6c. Koliko je učenika u pojedinom odjelu, ako u školi ima ukupno 110 učenika šestog razreda?

4. Zadan je trokut ABC. Na produžetku stranice $\overline{AB}$ preko vrha A nanesi točku E tako da je $|AE| = |AC|$, a na produžetku stranice $\overline{AB}$ preko vrha B nanesi točku D tako da je $|BD| = |BC|$.

   Izračunaj veličinu kuta $\sphericalangle ECD$, ako je $\sphericalangle ACB = 74°$.

5. Na stranicama $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ jednakostraničnog trokuta ABC označene su redom točke N, P i R takve da je $|AN| = |BP| = |CR|$. Dokaži da je trokut NPR jednakostraničan.

OPĆ. 2000

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $$\frac{\frac{0.21}{0.75-0.6}-\frac{7}{6}:\left(\frac{1}{15}+\frac{3}{8}+\frac{29}{40}\right)}{\frac{28}{65}\cdot\left(\frac{9}{2}-\frac{25}{7}\right)}=\frac{\frac{0.21}{0.15}-\frac{7}{6}:\frac{140}{120}}{\frac{28}{65}\cdot\frac{13}{14}}$$ 4 boda

$$=\frac{\frac{7}{5}-1}{\frac{28\cdot 13}{65\cdot 14}}$$ 2 boda

$$=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{28\cdot 13}{65\cdot 14}}$$ 1 bod

$$=\frac{2\cdot 14\cdot 65}{5\cdot 13\cdot 28}=1.$$ 3 boda

....UKUPNO 10 BODOVA

2. Nepoznati broj označimo s x. Tada imamo

$\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{253}{12}$, 4 boda

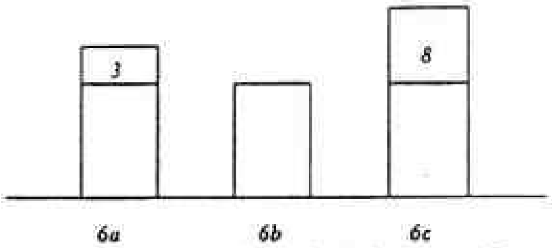
$\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}=\frac{253}{12}-\frac{3}{4}$, $\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}=\frac{61}{3}$ 2 boda

$x+\frac{1}{2}=\frac{61}{3}\cdot\frac{3}{2}$, $x+\frac{1}{2}=\frac{61}{2}$, 2 boda

$x=\frac{61}{2}-\frac{1}{2}$, $x=30$. 2 boda

....UKUPNO 10 BODOVA

3. Uvjete zadatka grafički prikazujemo ovako



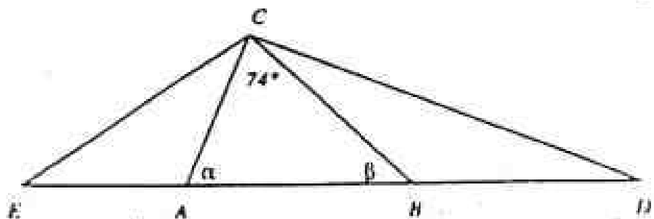
Budući da je ukupan broj šestoškolaca 110, slijedi da je broj učenika u 6b jednak trećini razlike 110-3-8, tj. u 6b ima 33 učenika. 6 bodova

Sad zaključujemo da u 6a ima 33+3=36 učenika. 2 boda

A u 6c ima 33+8=41 učenik. 2 boda

....UKUPNO 10 BODOVA

4. Skica 2 boda



Budući da je $|AC|=|AE|$, slijedi da je trokut ACE jednakokračan, pa je $\sphericalangle CEA=\sphericalangle ECA$. Zbroj ta dva kuta jednak je vanjskom kutu trokuta ACE pri vrhu A, tj. $\sphericalangle CEA+\sphericalangle ECA=\alpha$, te je $\sphericalangle CEA=\sphericalangle ECA=\frac{1}{2}\alpha$. 3 boda

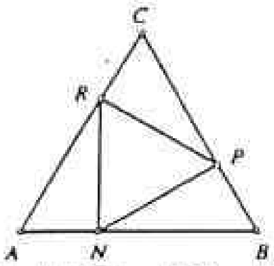
Budući da je $|BC|=|BD|$, slijedi da je trokut BDC jednakokračan, pa je $\sphericalangle BCD=\sphericalangle BDC$. Zbroj ta dva kuta jednak je vanjskom kutu trokuta BDC pri vrhu B, tj. $\sphericalangle BCD+\sphericalangle BDC=\beta$, te je

$\sphericalangle BCD = \sphericalangle BDC = \frac{1}{2}\beta$. 3 boda

Sad je $\sphericalangle ECD = \frac{1}{2}\alpha + 74^\circ + \frac{1}{2}\beta = 74^\circ + \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 74^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 127^\circ$. 2 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica 1 bod



Budući da je $|AN| = |BP| = |CR|$, slijedi $|NB| = |PC| = |RA|$. 3 boda

Uz to u jednakostraničnom trokutu vrijedi $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC = \sphericalangle BCA = 60^\circ$, pa su trokuti NBP, PCR i RAN sukladni. 3 boda

Iz toga slijedi $|NP| = |PR| = |RN|$, pa je trokut NPR jednakostraničan. 3 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA