

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
7. travnja 2000. godine

6. razred

1. Izračunaj:

$$6 : \frac{1}{3} - 0.8 : \frac{1.5}{\frac{3}{2} \cdot 0.4 \cdot \frac{50}{1:\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} + \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0.25}}{6 - \frac{46}{1+2 \cdot 2 \cdot 10}}$$

- Zbroj dvoznamenkastog i troznamenkastog broja je četveroznamenkasti broj. Svaki od ta tri broja jednako se čita s lijeva na desno i obratno. Koji su to brojevi?
- Ivica je na izlet ponio izvjesnu svotu novaca. Za ulazak u muzej potrošio je $\frac{3}{7}$ cjelokupne svote, za sok dao je $\frac{3}{5}$ ostatka, a zatim je za kupnju suvenira potrošio $\frac{3}{8}$ ostatka novaca koji mu je preostao nakon kupnje muzejske ulaznice i soka. Koliko je kuna Ivica imao na početku izleta, ako mu je ostalo 8 kuna?
- Ploha biljarskog stola ima oblik pravokutnika čije vrhove označimo s A, B, C , i D . Biljarska kugla se kretala tako da je prvo udarila u stranicu \overline{AD} , odbila se od nje i udarila u stranicu \overline{AB} , te opet odbila. Što možete reći o smjeru gibanja kugle nakon odbijanja od stranice \overline{AB} u odnosu na gibanje kugle prije udara u stranicu \overline{AD} ? Svoje tvrdnje obrazložite.
- Na krakovima \overline{AC} i \overline{BC} jednakokračnog trokuta ABC odabrane su točke E i D tako da je $|CE| = |CD|$. Dokaži da je trokut EDF jednakokračan, pri čemu je točka F polovište osnovice \overline{AB} .

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$1. 6 : \frac{1}{3} - 0.8 : \frac{1.5}{\frac{1}{2} \cdot 0.4 \cdot \frac{50}{1.5}} + \frac{1}{4} + \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0.75}}{6 - \frac{45}{1 + 2 \cdot 2 \cdot 10}} =$$

$$6 \cdot 3 - \frac{8}{10} : \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{50}{2}} + \frac{1}{4} + \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot 4}{6 - \frac{45}{1 + 27}} =$$

$$18 - \frac{4}{5} : \frac{\frac{3}{2}}{15} + \frac{1}{4} + \frac{1 + 2}{6 - \frac{45}{28}} =$$

$$18 - \frac{4}{5} : \frac{3}{2 \cdot 15} + \frac{1}{4} + \frac{1 + 2}{6 - 2} =$$

$$18 - \frac{4}{5} : \frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$$

$$18 - \frac{4}{5} \cdot 10 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$$

$$18 - 8 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 11.$$

.....UKUPNO 10 BODOVA

2. Zbroj dvoznamenkastog i troznamenkastog broja je četveroznamenkasti samo u slučaju kad je znamenka stotica troznamenkastog broja jednaka 9 i znamenka tisućica četveroznamenkastog broja jednaka 1.

1. Budući da se brojevi jednako čitaju s lijeva i s desna, imamo ovakav izgled tog zbroja: $aa + 9b9 = 1ccc$.
2 boda
2. Broj a zbrojen s 9 mora dati broj čija je znamenka jedinica jednaka 1, a to je moguće samo ako je $a = 2$. 2 boda
No tada je $c = 0$ i $b = 7$. 2 boda
Traženi brojevi su 22, 979 i 1001. 2 boda

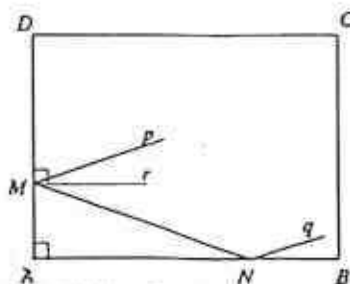
.....UKUPNO 10 BODOVA

3. 8 kuna je $\frac{5}{8}$ ostatka nakon kupnje muzejske ulaznice i soka. Dakle, taj ostatak iznosi 12.8 kn. 3 boda
Nadalje, 12.8 kn je $\frac{2}{5}$ ostatka novca preostalog nakon kupnje ulaznice, te taj ostatak iznosi 32 kn. 3 boda
Tih 32 kune je $\frac{4}{5}$ cjelokupne svote, te ona iznosi 56 kuna. 3 boda
Na početku izleta Ivica je imao 56 kuna.

.....UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je p polupravac po kojem se kretala kugla prije udara u stranicu \overline{AD} , M točka udara u \overline{AD} , r okomica na \overline{AD} u točki M , točka N mjesto udara kugle u stranicu \overline{AB} , te q polupravac po kojem se kugla gibala nakon odbijanja od stranice \overline{AB} .

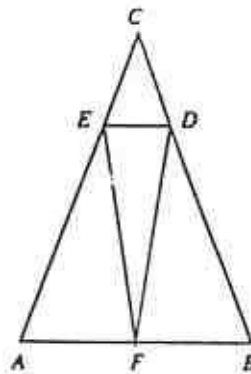
Skica 1 bod



Tada vrijedi: $\sphericalangle pMD = \sphericalangle AMN$ i $\sphericalangle ANM = \sphericalangle qNB$. 2 boda
U pravokutnom trokutu ANM vrijedi $\sphericalangle AMN + \sphericalangle ANM = 90^\circ$. 2 boda
Budući da je r okomica, vrijedi $\sphericalangle pMr + \sphericalangle AMN = 90^\circ$, te je $\sphericalangle rMp = \sphericalangle ANM = \sphericalangle qNB$. 2 boda
Kutovi $\sphericalangle rMp$ i $\sphericalangle qNB$ su jednaki i imaju krakove r i NB usporedne pa moraju imati usporedne i druge krakove. 2 boda
Kugla se nakon dva odbijanja kreće usporedno s početnim smjerom gibanja. 1 bod

5. Skica

1 bod



- Budući da je $|CE| = |CD|$ i $|CA| = |CB|$ slijedi da je $|EA| = |DB|$. 2 boda
- Točka F je polovište stranice \overline{AB} , te je stoga $|AF| = |FB|$. 2 boda
- Kutovi $\sphericalangle EAF$ i $\sphericalangle DBF$ su jednaki, jer su to kutovi uz osnovicu jednakokrakog trokuta. 2 boda
- Prema teoremu o sukladnosti (S-K-S) trokuti AEF i BDF su sukladni. 2 boda
- Iz sukladnosti tih trokuta slijedi da su i stranice \overline{EF} i \overline{DF} sukladne, tj. trokut EDF je jednakokrakan.
- UKUPNO 10 BODOVA