MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
2. ožujka 2001. godine

7. razred

1. Izračunaj vrijednost izraza

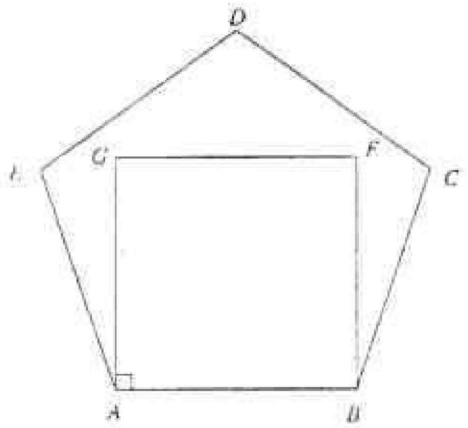
$$\frac{\left(1\frac{3}{25}-1.87\right)\cdot 1.2-1.25:1\frac{7}{18}}{1.4:0.01-50}$$

2. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva u kojima postoje znamenke koje se ponavljaju?

3. Ako se posuda puni prvom slavinom, napunit će se za 18 minuta, a ako se puni drugom slavinom napunit će se za 27 minuta. Otvorimo li obje slavine, koliko će vremena proći dok u posudi bude $\frac{5}{9}$ njezine zapremine?

4. Unutarnji kut pravilnog mnogokuta 12 je puta veći od pridruženog vanjskog kuta. Koliko dijagonala ima taj mnogokut?

5. Unutar pravilnog mnogokuta $ABCDE$ nacrtan je kvadrat $ABFG$ kao na slici. Koliki je kut $\sphericalangle ACF$?



OPĆ. 2001

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Vrijednost razlike u zagradama u brojniku je -0.75, 2 boda
vrijednost umnoška u brojniku -0.9, 1 bod
a vrijednost količnika u brojniku također -0.9. 2 boda
Dakle, vrijednost brojnika je -1.8. 1 bod
Vrijednost nazivnika je 90, 2 boda
te je vrijednost razlomka $\frac{-1.8}{90} = -\frac{1}{50} = -0.02$. 2 boda
UKUPNO 10 BODOVA

2. Četveroznamenkastih brojeva ukupno ima 9000. 1 bod
Odredimo broj četveroznamenkastih brojeva u kojima se znamenke ne ponavljaju. Neka je $\overline{abcd}$ četveroznamenkasti broj. Znamenku a možemo izabrati na 9 različitih načina (to je bilo koja od znamenki $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$). 1 bod
Nakon što smo izabrali znamenku a, znamenku b možemo izabrati na $10 - 1 = 9$ načina (to je bilo koja od 10 mogućih znamenki $0, 1, 2, \dots, 9$, različita od a). 1 bod
Za već izabrane znamenke a i b, znamenku c možemo izabrati na $10 - 2 = 8$ načina (to je bilo koja od 10 mogućih znamenki, različita od a i b), 1 bod
i slično, za izbor znamenke d ima $10 - 3 = 7$ mogućnosti. 1 bod
Zato četveroznamenkastih brojeva kojima se znamenke ne ponavljaju ima $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$. 2 boda
Prema tome, traženih četveroznamenkastih brojeva ima $9000 - 4536 = 4464$. 3 boda
UKUPNO 10 BODOVA

3. Za 1 minutu vodom iz prve slavine napuni se $\frac{1}{18}$ posude. 1 bod
Isto tako, za 1 minutu vodom iz druge slavine napuni se $\frac{1}{27}$ posude. 1 bod
Ako su obje slavine otvorene, u jednoj minuti napuni se $\frac{1}{18} + \frac{1}{27} = \frac{5}{54}$ zapremnine posude. 3 boda
Neka je t vrijeme (u minutama) za koje će se napuniti $\frac{5}{9}$ posude. Tada je $\frac{5}{54}t = \frac{5}{9}$. 3 boda
Zato je $t = \frac{5}{9} \cdot \frac{54}{5} = 6$. Dakle, $\frac{5}{9}$ posude bit će puno za 6 minuta. 2 boda
UKUPNO 10 BODOVA

4. Označimo s n broj stranica pravilnog mnogokuta. Mjeru jednog unutarnjeg kuta pravilnog n-terokuta računamo po formuli $\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$. 1 bod
Budući da je zbroj vanjskih kutova svakog mnogokuta jednak 360° a mjere svih vanjskih kutova pravilnog mnogokuta međusobno su jednake, mjera jednog vanjskog kuta pravilnog n-terokuta iznosi $\frac{360^\circ}{n}$. 1 bod
Zato vrijedi jednakost $\frac{(n-2)\cdot 180}{n} = 12 \cdot \frac{360}{n}$, 2 boda
odnosno, nakon množenja jednakosti s n, redom: $(n-2)\cdot 180 = 12 \cdot 360$, $n - 2 = 12 \cdot 2$, $n - 2 = 24$, $n = 26$. 2 boda
Dakle, pravilni mnogokut ima 26 stranica. 1 bod
Broj dijagonala n-terokuta izražen je formulom $\frac{(n-3)n}{2}$, što u slučaju 26-terokuta znači $\frac{(26-3)\cdot 26}{2} = 23 \cdot 13 = 299$. 2 boda
Konačno, zadani pravilni mnogokut ima 299 dijagonala. 1 bod
UKUPNO 10 BODOVA

5. Odredimo najprije mjeru jednog unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta $ABCDE$. Iz jednakosti $\sphericalangle ABC = \frac{(n-2)\cdot 180}{n}$, pri čemu je $n = 5$, dobivamo da je $\sphericalangle ABC = 108^\circ$. 2 boda
Iz $\sphericalangle ABF = 90^\circ$ slijedi da je $\sphericalangle CBF = 108^\circ - 90^\circ$, tj. $\sphericalangle CBF = 18^\circ$. 2 boda
Trokut BCF je jednakokračan jer je $|BF| = |BC|$. To znači da je $\sphericalangle BCF = \sphericalangle BFC$, tj. $\sphericalangle BCF = \frac{180^\circ - 18^\circ}{2} = 81^\circ$. 2 boda
Budući da je $|AB| = |BC|$, trokut ABC također je jednakokračan. Zato je $\sphericalangle BCA = \sphericalangle BAC$, tj. $\sphericalangle BCA = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$. 2 boda
Konačno, $\sphericalangle ACF = \sphericalangle BCF - \sphericalangle BCA = 81^\circ - 36^\circ$, odnosno, $\sphericalangle ACF = 45^\circ$. 2 boda
UKUPNO 10 BODOVA