

MATEMATIKA

Općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske

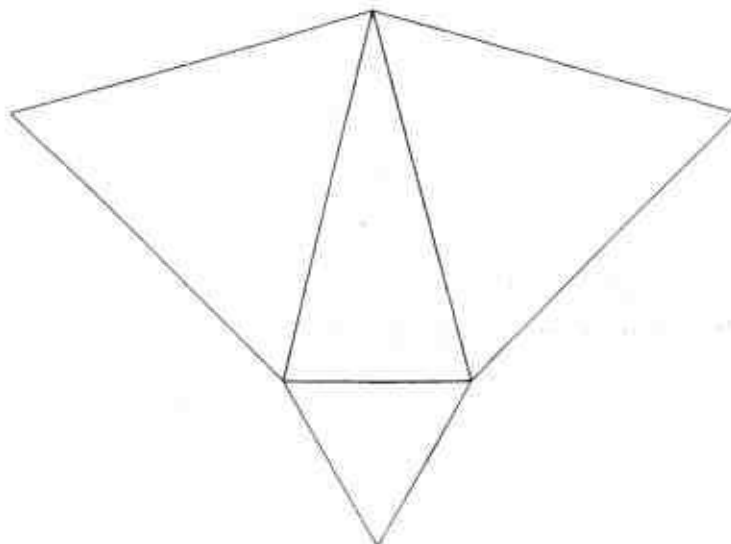
1. ožujka 2002. godine

Zadaci za 4. razred

1. Izračunaj

$$52\,328 - 28 : 2 + (145 \cdot 532 - 532 \cdot 45) + 4\,827 \cdot 59 \cdot (132 - 132)$$

2. U jednoj bari raste pet lopoča. Najdraža razonoda žabice Zelenke je skakanje s lopoča na lopoč, što uvijek radi na isti način. Njezin prvi skok je s prvog lopoča na drugi, drugi skok je s drugog lopoča na treći, treći skok s trećeg lopoča na četvrti, četvrti skok s četvrtog na peti lopoč, nakon čega se vraća nazad - s petog na četvrti lopoč, s četvrtog na treći, s trećeg na drugi, s drugog na prvi lopoč i opet ispočetka.
Na kojem će se lopoču nalaziti žabica Zelenka nakon što je izvela 2002 skoka?
3. Za označavanje brojeva stranica jedne od knjiga o Harry Potteru upotrijebljene su 1 623 znamenke. Pri tome je brojem označena svaka stranica te knjige, a prva je stranica označena brojem 1. Koliko stranica ima ta knjiga?
4. Anini ujaci Andrija, Josip, Marko i Petar zajedno imaju 158 godina, a rođeni su u jednakim razmacima od po 5 godina. Petar je mlađi, a Josip stariji od Andrije, dok je Josip stariji, a Andrija mlađi od Marka. Koliko godina ima svaki od Aninih ujaka?
5. Zadan je jednakokračni trokut kojemu je duljina kraka dva puta veća od duljine osnovice. Nad svakom od stranica tog trokuta nacrtani su jednakostranični trokuti, kao na slici. Opseg tako dobivenog lika je za 225 cm veći od opsega polaznog jednakokračnog trokuta. Kolike su duljine stranica polaznog jednakokračnog trokuta?



ZA SVAKI OD ZADATAKA OVDJE JE DAN JEDAN OD MOGUĆIH NAČINA RJEŠAVANJA. UKOLIKO JE UČENIK ZADATAK RJEŠAVAO NA DRUGAČLI NAČIN, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE ADEKVATNO BODOVATI I OCLJENITI NJEGOV RAD.

1. Računamo redom:

$$\begin{aligned}
 & 52328 - 28 : 2 + (145 \cdot 532 - 532 \cdot 45) + 4827 \cdot 59 \cdot (132 - 132) \\
 & = 52328 - 14 + (532 \cdot 145 - 532 \cdot 45) + 4827 \cdot 59 \cdot 0 && 2 \text{ BODA} \\
 & = 52328 - 14 + 532 \cdot (145 - 45) + 0 && 3 \text{ BODA} \\
 & = 52328 - 14 + 532 \cdot 100 && 2 \text{ BODA} \\
 & = 52328 - 14 + 53200 && 1 \text{ BOD} \\
 & = 52314 + 53200 && 1 \text{ BOD} \\
 & = 105514. && 1 \text{ BOD}
 \end{aligned}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Označimo lopoče u bari rednim brojevima od 1. do 5. onim redom kako žabica Zelenka na njih prvi put skoči i tablicom prikazimo na kojem se lopoču žabica nalazi nakon pojedinog skoka:

SKOK	start	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	itd.
LOPOC	1.	2.	3.	4.	5.	4.	3.	2.	1.	2.	3.	4.	5.	4.	3.	2.	1.	2.	itd.

Uočimo da se nakon prvih 8 skokova žabica Zelenka vratila natrag na prvi lopoč i da se niz rednih brojeva lopoča na koje skače nakon toga ponavlja. 3 BODA

Prema tome, žabica će se nakon svakog osmog skoka vratiti na prvi lopoč i krenuti ispočetka. 1 BOD

To znači da 2002 skoka treba podijeliti na grupe od 8 skokova: 1. - 8. skok, 9. - 16. skok itd. 2 BODA

Vrijedi: $2002 : 8 = 250$ i ostatak 2. 2 BODA

Oдавде slijedi da se nakon 2002-skoka žabica Zelenka nalazi na istom lopoču kao i nakon drugog skoka. 1 BOD

Dakle, žabica će se nakon 2002 skoka nalaziti na trećem lopoču. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Za označavanje stranice čiji je redni broj jednoznamenkast potrebna je jedna znamenka, za onu čiji je redni broj dvoznamenkast dvije znamenke, za troznamenkasti redni broj tri itd. 2 BODA

Iz teksta zadatka vidimo da je označavanje stranica započelo brojem 1. Jednoznamenkastih brojeva (1, 2, ..., 9) ima 9, što znači da je za označavanje prvih 9 stranica knjige upotrijebljeno 9 znamenki. 1 BOD

Slijede stranice označene dvoznamenkastim brojevima (10, 11, ..., 99). Takvih brojeva ima 90, pa za označavanje odgovarajućih stranica treba upotrijebiti $90 \cdot 2 = 180$ znamenki. 2 BODA

Do sada smo označili prvih $9 + 90 = 99$ stranica knjige i pri tome upotrijebili $9 + 180 = 189$ znamenki. To znači da su preostale još $1623 - 189 = 1434$ znamenke. 1 BOD

Troznamenkastih brojeva (100, 101, ..., 999) ima 900, pa je za označavanje svih stranica čiji su redni brojevi troznamenkasti potrebno $900 \cdot 3 = 2700$ znamenki. Budući da je to više znamenki nego što je ostalo na raspolaganju, slijedi da je broj stranica knjige troznamenkast. 1 BOD

Prema tome, sa 1434 znamenke mogu se označiti troznamenkasti redni brojevi na $1434 : 3 = 478$ stranica. 1 BOD

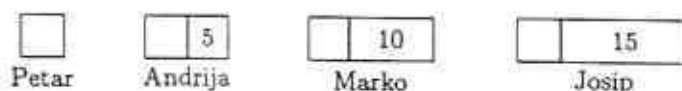
Sve zajedno, knjiga ima $9 + 90 + 478 = 577$ stranica. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Andriju, Josipa, Marka i Petra poredajmo najprije po starosti, od najmlađeg do najstarijeg: Petar, Andrija, Marko, Josip. 2 BODA

To znači da Andrija ima 5 godina više od Petra, Marko 5 godina više od Andrije, odnosno $5 + 5 = 10$ godina više od Petra, a Josip 5 godina više od Marka, tj. $10 + 5 = 15$ godina više od Petra. 2 BODA

To grafički možemo prikazati ovako:



Budući da svi Anini ujaci zajedno imaju 158 godina, imamo

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & 5 & 10 & 15 \\ \hline \end{array} = 158, \quad \text{odnosno} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & & & 30 \\ \hline \end{array} = 158,$$

2 BODA

tj. $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} = 158 - 30 = 128, \quad \text{te} \quad 4 \cdot \begin{array}{|c|} \hline & \\ \hline \end{array} = 128 \quad \text{i konačno} \quad \begin{array}{|c|} \hline & \\ \hline \end{array} = 128 : 4 = 32.$

2 BODA

Dakle, Petar ima 32 godine, Andrija $32 + 5 = 37$ godina, Marko $32 + 10 = 42$ godine, a Josip $32 + 15 = 47$ godina.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Označimo sa a duljinu osnovice polaznog jednakokračnog trokuta. Duljina njegovih krakova tada je $2a$,
 opseg $O_1 = a + 2a + 2a = 5a$.
 Prema slici, opseg novonastalog lika je $O_2 = 2a + 2a + 2a + 2a + a + a = 10a$,
 dok je prema zadatku on za 225 cm veći od opsega polaznog trokuta. Zato vrijedi jednakost

1 BOD
 1 BOD
 1 BOD

odakle je redom

$$10a = 5a + 225,$$

$$10a - 5a = 225,$$

$$5a = 225,$$

$$a = 225 : 5,$$

$$a = 45 \text{ cm.}$$

2 BODA
 1 BOD
 1 BOD
 1 BOD

Dakle, duljina osnovice polaznog jednakokračnog trokuta je $a = 45$ cm, a duljina njegovih krakova $2a = 2 \cdot 45 = 90$ cm.

Napomena. Umjesto 1 boda za uvođenje oznake za duljinu osnovice polaznog jednakokračnog trokuta, a , i izvođenja zaključka da je duljina krakova tog trokuta tada jednaka $2a$ (prvi red teksta rješenja), učeniku se 1 bodom može bodovati skica na kojoj su označene duljine stranica (ali ne i oboje).

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

