

MINISTARSTVO PROSVJETE I SPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

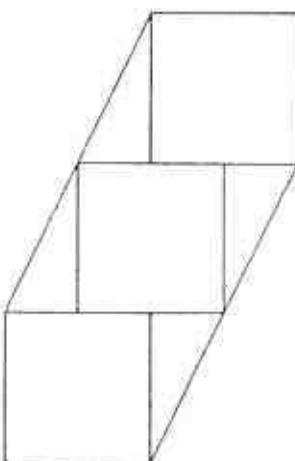
Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
7. ožujka 2003. godine

6. razred

1. Izračunaj

$$\left(2 + \frac{1}{5} - \frac{\frac{5-1}{2}}{3}\right) \cdot \left(2 + \frac{6}{7}\right) + \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{3}{44} + \frac{4}{33}}.$$

2. Pravokutnik ima stranice duljine a i b . Stranica a produži se za $\frac{1}{4}$ svoje duljine, a stranica b skrati za $\frac{1}{3}$ svoje duljine. Je li se površina pravokutnika povećala ili smanjila i za koliko?
3. Ana je prvi dan pročitala $\frac{1}{7}$ knjige, drugi dan 0.3 ostatka, a treći dan $\frac{1}{2}$ novog ostatka. Nakon toga ostale su joj još 42 nepročitane stranice. Koliko knjiga ima stranica?
4. Izračunaj površinu lika na slici sastavljenog od četiri sukladna trokuta i tri sukladna kvadrata ako je duljina stranice kvadrata 4 cm i vrh gornjeg kvadrata je polovište stranice donjeg kvadrata.



5. U trokutu $\triangle ABC$ visina na stranicu \overline{AB} prolazi točkom T presjeka simetrale kuta $\angle BAC$ i simetrale stranice \overline{AC} . Koliko iznosi kut $\angle BAC$?

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$\begin{aligned}
 1. & \left(2 - \frac{1}{5} - \frac{5 - \frac{1}{2}}{3}\right) \cdot \left(2 + \frac{6}{7}\right) + \frac{\frac{1}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{3}{11} - \frac{4}{33}} = \\
 & \left(\frac{11}{5} - \frac{9}{2}\right) \cdot \frac{20}{7} - \frac{16+8}{99+176} = \dots \quad 2+2 \text{ boda} \\
 & \frac{22-15}{7} \cdot \frac{20}{7} + \frac{25 \cdot 11}{2 \cdot 5} = \dots \quad 2+2 \text{ boda} \\
 & \frac{10}{7} \cdot \frac{20}{7} + 1 = \dots \quad 1 \text{ bod} \\
 & 2 + 1 = 3 \dots \quad 1 \text{ bod}
 \end{aligned}$$

UKUPNO 10 BODOVA

$$\begin{aligned}
 2. & \text{Površina polaznog pravokutnika sa stranicama } a \text{ i } b \text{ je } P = ab. \dots \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Stranice novog pravokutnika su } a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a \dots \quad 2 \text{ boda} \\
 & b - \frac{1}{3}b = \frac{2}{3}b. \dots \quad 2 \text{ boda} \\
 & \text{Površina novog pravokutnika jednaka je } P_N = \frac{4}{3}a \cdot \frac{2}{3}b \dots \quad 2 \text{ boda} \\
 & = \frac{8}{9}ab = \frac{8}{9}P. \dots \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Dakle, površina pravokutnika se smanjila i to za } \frac{1}{9} \text{ površine polaznog pravokutnika} \dots \quad 2 \text{ boda}
 \end{aligned}$$

UKUPNO 10 BODOVA

$$\begin{aligned}
 3. & \text{Označimo sa } x \text{ broj stranica u knjizi.} \\
 & \text{Prvi dan Ana je pročitala } \frac{1}{7}x \text{ stranica.} \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Ostalo joj je za pročitati } \frac{6}{7}x \text{ stranica.} \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Drugi dan je pročitala } 0.3 \cdot \frac{6}{7}x \text{ stranica.} \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Ostalo joj je za pročitati } 0.7 \cdot \frac{6}{7}x = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{7}x = \frac{3}{5}x \text{ stranica.} \quad 2 \text{ boda} \\
 & \text{Treći dan je pročitala } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}x \text{ stranica.} \quad 1 \text{ bod} \\
 & \text{Ostalo joj je za pročitati } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{3}{10}x \text{ stranica,} \quad 2 \text{ boda} \\
 & \text{sto iznosi 42 stranice, pa je } \frac{3}{10}x = 42. \text{ Odavde slijedi } x = 140, \text{ tj. knjiga ima 140 stranica.} \quad 2 \text{ boda}
 \end{aligned}$$

UKUPNO 10 BODOVA

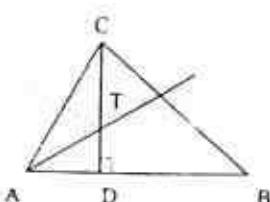
Zadatak se može riješiti i metodom rješavanja unatrag. Naime, 42 nepročitane stranice su u stvari $\frac{1}{2}$ drugog ostatka, pa zaključujemo da drugi ostatak iznosi 84 stranice. Sad su te 84 stranice 0.7 prvog ostatka, tj. prvi ostatak iznosi 120 stranica, a to je $\frac{6}{7}$ broja svih stranica knjige. Broj stranica knjige je 140.

$$\begin{aligned}
 4. & \text{Iz uvjeta zadatka zaključujemo da je duljina dulje stranice trokuta jednaka duljini stranice kvadrata (4cm), a duljina kraće stranice trokuta polovici duljine stranice kvadrata (2cm).} \quad 2 \text{ boda} \\
 & \text{Površina kvadrata stranice duljine } a \text{ je } P = a \cdot a, \text{ pa je površina tri kvadrata sa slike jednaka } P_1 = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2. \quad 3 \text{ boda} \\
 & \text{Trokuti sa slike su pravokutni. Površina pravokutnog trokuta stranica } a, b \text{ je } P = \frac{a \cdot b}{2}, \text{ pa je površina} \\
 & \text{četiri trokuta sa slike jednaka } P_2 = 4 \cdot \frac{4 \cdot 2}{2} = 16 \text{ cm}^2. \quad 3 \text{ boda} \\
 & \text{Površina lika sa slike jednaka je zbroju prethodnih površina tj. } P = 48 + 16 = 64 \text{ cm}^2. \quad 2 \text{ boda}
 \end{aligned}$$

UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica

1 bod



Označimo sa D nožište visine iz vrha C na stranici \overline{AB} , a sa α kut $\angle CAB$. Kako je s smertrala stranicu \overline{AC} , a točka T leži na s , to je $|AT| = |CT|$. Dakle, trokut $\triangle ACT$ je jednakostraničan, pa je $\angle ACT = \angle CAT$.

Priavat AT je ~~SIMETRALA~~^{UKLJUČEN}, takođe vrijedi $\angle ACT = \angle CAT = \frac{\alpha}{2}$.

Nadalje, trokut $\triangle ADC$ je pravokutan, pa je $\angle ACD + \angle CAD = 90^\circ$.

Kako je $\angle ACD = \frac{\alpha}{2}$, $\angle CAD = \alpha$, to je $\frac{3\alpha}{2} = 90^\circ$.

Odatle slijedi $\alpha = 60^\circ$.

-----UKUPNO 10 BODOVA