

MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
7. ožujka 2003. godine

7. razred

1. Riješi jednadžbu

$$\frac{\frac{x}{3} + 2}{\frac{\frac{3}{3} + 2}{3} + 2} = 1.$$

2. Marko je 26 godina stariji od Vedrana, a za 10 godina bit će tri puta stariji. Koliko godina danas ima Marko, a koliko Vedran?
3. Koliko litara 30%-tnog alkohola, a koliko litara 10%-tnog alkohola treba pomiješati da se dobije 600 litara 15%-tnog alkohola?
4. Neki posao 12 radnika obavilo bi za 14 dana. Nakon 2 dana rada razbole se 3 radnika. Za koliko će ukupno dana posao biti gotov?
5. Odredi kutove trapeza kojemu su duljine stranica 2 cm, 2 cm, 2 cm, 4 cm.

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Postepenim sređivanjem jednadžbe redom dobivamo

$$\frac{\frac{x}{3} + 2}{3} + 2 = \frac{\frac{x}{3} + 2 + 6}{3} = \frac{\frac{x}{3} - 8}{3} = \frac{x + 24}{9}$$

2 boda

$$\frac{\frac{x + 24}{9} + 2}{3} + 2 = \frac{\frac{x + 24}{27} + 2}{3} + 2 = \frac{\frac{x + 24 - 54}{27}}{3} = \frac{x + 78}{27}$$

2 boda

$$\frac{\frac{x + 78}{27} + 2}{3} + 2 = \frac{\frac{x + 78}{81} + 2}{3} + 2 = \frac{\frac{x + 78 - 162}{81}}{3} = \frac{x + 240}{81}$$

2 boda

Sada je

$$\frac{\frac{x + 240}{81}}{3} = \frac{x + 240}{243} = 1$$

2 boda

Konačno, dobivamo $x = 243 - 240 = 3$, što je rješenje jednadžbe.

2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Označimo sa x Markove godine, a sa y Vedranove godine u ovom trenutku.

1 bod

Kako je Marko stariji od Vedrana 26 godina to vrijedi jednakost $x = y + 26$.

1 bod

Za 10 godina Marko će imati $x + 10 = y + 26 + 10 = y + 36$ godina, a Vedran $y + 10$ godina.

2 boda

Tada će Marko biti 3 puta stariji od Vedrana pa vrijedi $y + 36 = 3(y + 10)$.

2 boda

Iz te jednadžbe je $y + 36 = 3y + 30$, odnosno $2y = 6$, odakle je $y = 3$.

2 boda

Sada je $x = y + 26 = 3 + 26 = 29$

1 bod

Dakle, Marko ima 29 godina, a Vedran 3 godine.

1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je x količina (u litrama) 30%-tnog alkohola koju trebamo pomiješati.

1 bod

Tada je $600 - x$ količina (u litrama) 10%-tnog alkohola koju trebamo pomiješati.

1 bod

Količina alkohola u 30%-tnoj otopini je $0.3x$, a količina alkohola u 10%-tnoj otopini je $0.1(600 - x)$. 1 bod

Prema tome količina alkohola u nastalom 15%-tnom alkoholu je $0.3x + 0.1(600 - x)$.

2 boda

Prema uvjetu zadatka količina alkohola u 600 litara 15%-tnog alkohola je $0.15 \cdot 600 = 90$ litara.

2 boda

Dakle vrijedi jednakost $0.3x + 0.1(600 - x) = 90$, odakle je $0.2x + 60 = 90$, pa je $0.2x = 30$,

tj. $x = 150$ litara.

2 boda

Prema tome, količina 30%-tnog alkohola je 150 litara, a količina 10%-tnog alkohola je

$600 - 150 = 450$ litara.

1 bod

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Jedan radnik bi obavio taj posao za $12 \cdot 14 = 168$ dana.

2 boda

Nakon dva dana napravljena je $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$ posla, dakle ostalo je još $\frac{6}{7}$ posla.

2 boda

Prema tome, jedan bi radnik ostatak tog posla obavio za $\frac{6}{7} \cdot 168 = 144$ dana.

2 boda

Kako su se 3 radnika razboljela, ostalo ih je 9. Oni će ostatak posla obaviti za $144 : 9 = 16$ dana.

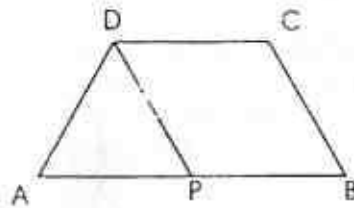
2 boda

Konačno, radnici će završiti posao za $2 + 16 = 18$ dana.

2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA

Zadatak je moguće riješiti i pomoću jednadžbe. Neka je x broj dana potreban da 9 radnika dovrše posao. Tada vrijedi $12 \cdot 14 = 2 \cdot 12 + 9x$, odakle dobivamo da je $x = 16$, tj. ukupan broj dana za dovršenje posla je 18.



Uočimo ponajprije da je duljina jedne osnovice trapeza jednaka 4 cm. Naime, u suprotnom bi osnovice trapeza bile jednake duljine, pa bi on bio paralelogram, a nije zato jer nema dva para stranica jednakih duljina. Dakle, imamo jednakokrani trapez $ABCD$ kao na slici. 2 boda

Neka je P polovište osnovice \overline{AB} duljine 4 cm. Tada je $|PB| = 2$ cm. 1 BOD

Kako je $|PB| = |DC| = 2$ cm i $\overline{PB} \parallel \overline{DC}$, to je četverokut $PBCD$ paralelogram. Zato je $|DP| = |CB| = 2$ cm, pa je $PBCD$ ujedno i romb. 2 boda

Promotrimo trokut APD . Kako je $|AP| = |PD| = |DA| = 2$ cm, zaključujemo da je APD jednakostraničan trokut. Zato je $\sphericalangle BAD = \sphericalangle PAD = 60^\circ$. 2 boda

Konačno kako je trapez jednakokrani lagano dobivamo preostale kutove: $\sphericalangle ABC = 60^\circ$, $\sphericalangle BCD = \sphericalangle CDA = 120^\circ$. 2 boda

.....UKUPNO 10 BODOVA