MINISTARSTVO PROSVJETE I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
4. travnja 2003. godine

5. razred

1. Za koliko je zbroj $100 + 101 + 102 + \ldots + 299$ manji od zbroja $300 + 301 + 302 + \ldots + 499$? Odgovor obrazloži.

2. Odredi znamenke a i b ako vrijedi
$$a \cdot b \cdot \overline{ab} = \overline{bbb}.$$

3. Koje dvije znamenke nedostaju u zapisu broja
$$1376x7530912263450463159795815809024y0000000$$
koji je jednak umnošku prvih 37 prirodnih brojeva? Odgovor obrazloži.

4. Tri prijatelja Alen, Ivan i Dominik skupljaju glazbene CD. Alen i Ivan zajedno imaju 90 CD-a, Alen i Dominik zajedno imaju 68 CD-a, a Ivan i Dominik zajedno imaju 52 CD-a. Koliko CD-a ima svaki od njih?

5. Dan je pravokutnik $ABCD$ kojem je opseg 40 cm. Na stranici $\overline{AB}$ odabrana je točka M takva da je duljina dužine $\overline{AM}$ za 5 cm manja od duljine stranice $\overline{BC}$, a duljina dužine $\overline{BM}$ tri je puta veća od duljine dužine $\overline{AM}$. Izračunaj površinu pravokutnika $ABCD$.

ŽN 2003.

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. U oba zbroja ima 200 pribrojnika, pa traženu razliku možemo napisati u ovom obliku:
$(200 + 201 + \ldots + 399) - (100 + 101 + \ldots + 299) = (200 - 100) + (201 - 101) + \ldots + (399 - 299) =$
$100 + 100 + \ldots + 100$ — 4 boda
U posljednjem zbroju ima 200 pribrojnika, pa je ukupna suma $200 \cdot 100 = 20000$. — 4 boda
Dakle, prvi zbroj je za 20000 manji od drugog. — 2 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA

Zadatak se može riješiti i upotrebom Gaussove dosjetke.

2. Troznamenkasti broj $\overline{bbb}$ zapišimo u obliku $b \cdot 111$. — 2 boda
Skratimo li b u danoj jednakosti dobivamo $a \cdot \overline{ab} = 111$. — 2 boda
Dakle, broj 111 treba prikazati kao umnožak jednoznamenkastog i dvoznamenkastog broja. Jedina mogućnost takvog prikaza je $111 = 3 \cdot 37$. — 4 boda
Iz $a \cdot \overline{ab} = 3 \cdot 37$ zaključujemo da je $a = 3$ i $b = 7$. — 2 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA

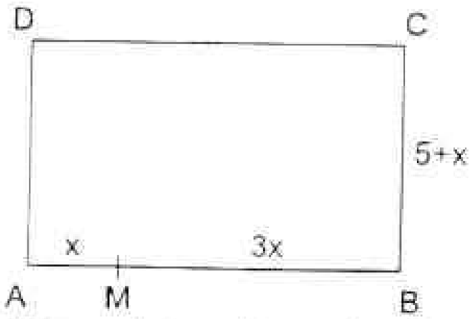
3. U umnošku prvih 37 prirodnih brojeva broj 5 se kao prosti faktor pojavljuje osam puta, jer 5 imamo u brojevima 5, 10, 15, 20, 25, 30 i 35. Svaki od tih faktora 5 pomnožen s nekim parnim brojem, kojih očito ima ih više od osam, daje jednu nulu na desnom kraju broja. Dakle, posljednjih 8 znamenaka su 0, pa je $y = 0$. — 5 bodova
Umnožak prvih 37 prirodnih brojeva očito je djeljiv s 9, pa zbroj njegovih znamenaka mora biti djeljiv s 9. Zbroj znamenaka danog broja je $150 + x$. Taj je broj djeljiv s 9 samo ako je $x = 3$. — 5 bodova

.... UKUPNO 10 BODOVA

4. Primijetimo najprije da je zbroj brojeva 90, 68 i 52 dva puta veći od broja CD-a koje zajedno imaju Alen, Ivan i Dominik. Dakle, oni zajedno imaju $(90 + 68 + 52) : 2 = 105$ CD-a. — 4 boda
Budući da Alen i Ivan zajedno imaju 90 CD-a, to Dominik očito ima $105 - 90 = 15$ CD-a. — 2 boda
Budući da Alen i Dominik zajedno imaju 68 CD-a, to Ivan ima $105 - 68 = 37$ CD-a. — 2 boda
I konačno budući da Dominik i Ivan zajedno imaju 52 CD-a, to Alen ima $105 - 52 = 53$ CD-a. — 2 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA

5. Označimo s x duljinu dužine $\overline{AM}$. Tada je $|BC| = x + 5$, $|BM| = 3x$, pa je opseg pravokutnika $ABCD$ $O = 10x + 10$. — 4 boda



Iz podatka da je $O = 40$ cm, dobivamo da je $x = 3$ cm, pa je $|AB| = 12$ cm, $|BC| = 8$ cm. — 4 boda
Površina pravokutnika je $P = 12 \cdot 8 = 96$ cm^2. — 2 boda

.... UKUPNO 10 BODOVA