MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

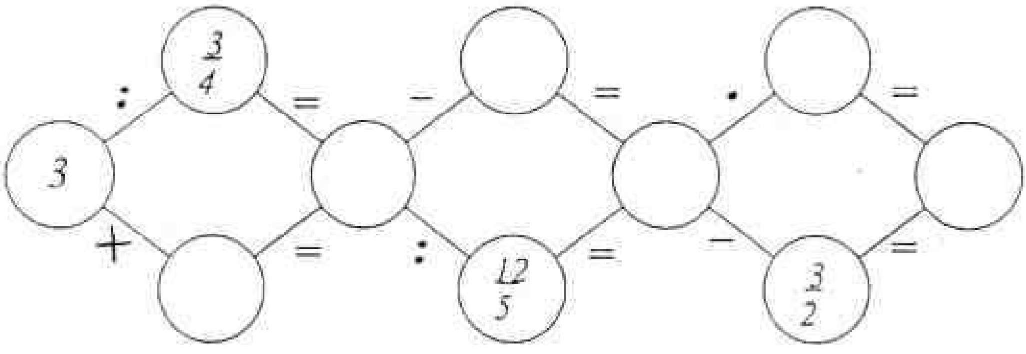
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
5. ožujka 2004. godine

6. razred

1. U prazne krugove upiši odgovarajuće brojeve tako da izvođenjem naznačenih operacija, a koje su zapisane iznad spojnica tih krugova dobijemo niz točnih rezultata.



2. Ako lopta slobodno pada na tlo s neke visine, ona svaki put nakon udarca o tlo odskoči do $\frac{5}{9}$ visine s koje je pala. Pustimo tu loptu da pada s visine od 108 cm.

   Koliku će visinu postići lopta nakon što je 4 puta odskočila od tla?

3. Na školskom natjecanju iz matematike sudjelovala je $\frac{1}{3}$ učenika jednog razrednog odjeljenja. Od prisutnih natjecatelja tog razrednog odjeljenja za daljnje općinsko natjecanje plasirala se $\frac{1}{9}$ učenika cijelog razrednog odjeljenja, a 6 se učenika nije plasiralo.

   Koliko učenika ima u tom razrednom odjeljenju? Koliko je učenika tog razrednog odjeljenja sudjelovalo na školskom, a koliko na općinskom natjecanju?

4. Odredi sve troznamenkaste brojeve koji su djeljivi s 11 i kojima je zbroj znamenaka jednak 10.

5. Dan je trokut ABC. Na produžetku stranice $\overline{AB}$ preko vrha A odabrana je točka M tako da je $|AM| = |AC|$, a na produžetku stranice $\overline{AB}$ preko vrha B odabrana je točka N tako da je $|BN| = |BC|$. Kut $\sphericalangle CMN = 27°$, a kut $\sphericalangle CNM = 32°$.

   Koliki su unutarnji kutovi trokuta ABC? Koliki je opseg trokuta ABC ako je $|MN| = 47$ cm?

2004. opć.

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $3 : \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$ 1 BOD
$3 + x = 4$, $x = 1$ 2 BODA
$4 : \frac{12}{5} = 4 \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{3}$ 1 BOD
$4 - x = \frac{5}{3}$, $x = 4 - \frac{5}{3}$, $x = \frac{7}{3}$ 2 BODA
$\frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{10}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{6}$ 1 BOD
$\frac{5}{3} \cdot x = \frac{1}{6}$, $x = \frac{1}{6} : \frac{5}{3}$, $x = \frac{1}{10}$. 3 BODA
Napomena: zadatak se može riješiti i bez formalne upotrebe jednadžbi.
..........UKUPNO 10 BODOVA

....

2. $108 \cdot \frac{5}{9} = 60$. Nakon što prvi put udari o tlo, lopta odskoči do visine od 60 cm. 2 BODA
$60 \cdot \frac{5}{9} = \frac{100}{3}$. Nakon što drugi put udari o tlo, lopta odskoči do visine od $\frac{100}{3}$ cm. 2 BODA
$\frac{100}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{500}{27}$. Nakon što treći put udari o tlo, lopta odskoči do visine od $\frac{500}{27}$ cm. 3 BODA
$\frac{500}{27} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2500}{243}$. Nakon što četvrti put udari o tlo, lopta odskoči do visine od $\frac{2500}{243}$ cm. 3 BODA
..........UKUPNO 10 BODOVA

....

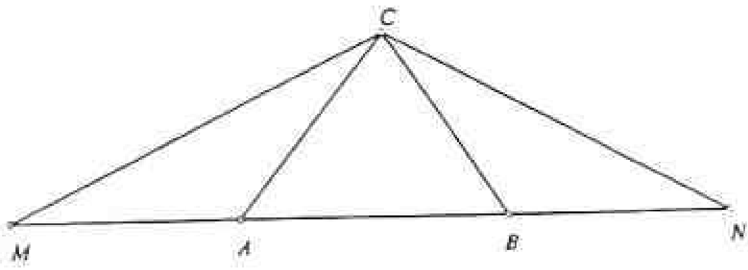
3. Razliku $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{9}$ razrednog odjeljenja čini 6 učenika. 3 BODA
Budući da je ta razlika $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$, to znači da je 6 učenika upravo $\frac{2}{9}$ broja učenika u razrednom odjeljenju. 2 BODA
To znači da je $\frac{1}{9}$ učenika razrednog odjeljenja jednak 3, tj. cijelo odjeljenje ima $3 \cdot 9 = 27$ učenika. 3 BODA
Na školskom natjecanju sudjelovalo je $\frac{1}{3}$ od 27 učenika, tj. 9 učenika, a na općinskom 3 učenika. 2 BODA
..........UKUPNO 10 BODOVA

....

4. Neka traženi troznamenkasti broj ima oblik $\overline{abc}$. Tada taj broj možemo pisati kao zbroj $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ili $\overline{abc} = 99a + 9b + a + b + c$, a zbog $a + b + c = 10$ dobivamo da je $\overline{abc} = 99a + 9b + 10$. 1 BOD
Budući je traženi broj $\overline{abc}$ djeljiv sa 11 i pribrojnik $99a$ djeljiv sa 11, nužno slijedi da i pribrojnik $9b + 10$ mora biti djeljiv sa 11. 2 BODA
Zbroj $9b + 10$ bit će djeljiv sa 11 samo ako pribrojnik $9b$ ima jednu od ovih mogućih vrijednosti; 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89. 2 BODA
Lako odredimo da je jedino moguće rješenje $9b = 45$, iz čega slijedi da je $b = 5$. 1 BOD
Dalje, zbog $a + b + c = 10$ i $b = 5$ vrijedi jednakost $a + c = 5$ 1 BOD
Za $a = 1$ i $c = 4$, odnosno $a = 4$ i $c = 1$ dobivamo ove brojeve 154 i 451. 1 BOD
Za $a = 2$ i $c = 3$, odnosno $a = 3$ i $c = 2$ dobivamo ove brojeve 253 i 352. 1 BOD
Konačno za $a = 5$ i $c = 0$ dobivamo broj 550. 1 BOD
..........UKUPNO 10 BODOVA

....

5. Skica



1 BOD

Zbog $|AM| = |AC|$ slijedi da je trokut ACM jednakokračan, a to znači da je $\sphericalangle CMN = \sphericalangle CMA = \sphericalangle MCA = 27°$. Budući da je kut $\sphericalangle BAC$ vanjski kut trokuta ACM slijedi da je $\sphericalangle BAC = \sphericalangle CMA + \sphericalangle MCA = 27° + 27° = 54°$. 3 BODA
Na sličan način odredimo i kut $\sphericalangle ABC$. Naime, zbog $|BN| = |BC|$ trokut BCN je jednakokračan, pa je $\sphericalangle CNM = \sphericalangle CNB = \sphericalangle NCB = 32°$. Kut $\sphericalangle ABC$ je vanjski kut trokuta BCN, pa je $\sphericalangle ABC = 32° + 32° = 64°$. 3 BODA
Sad je $\sphericalangle ACB = 180° - (54° + 64°) = 62°$. 1 BOD
Zbog već opisane jednakokračnosti trokuta ACM i BCN, slijedi da je $|MN| = |AM| + |AB| + |BN| = |AC| + |AB| + |BC| = o$. Dakle, opseg trokuta ABC jednak je 47 cm. 2 BODA
..........UKUPNO 10 BODOVA

....