

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
5. ožujka 2004. godine

7. razred

1. Izračunaj:

$$\left\{ \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4} + 2 \right) : \left[\frac{9}{5} - \frac{5}{8} : \left(1 - \frac{3}{8} \right) \right] \right\} \cdot (1 - 0.9) + (1 - 0.9) : \frac{3}{10}$$

2. Izračunaj kutove trokuta ako se oni odnose kao 6 : 11 : 7.
3. U jednom našem hotelu na moru u 2002. godini ljetovalo je 1200 muškaraca i žena zajedno. U 2003. godini broj muškaraca se smanjio za 10%, a broj žena se povećao za 20% u odnosu na prethodnu godinu. Tako se u 2003. godini ukupan broj gostiju tog hotela povećao za 75 osoba.
Koliko je muškaraca, a koliko žena ljetovalo u tom hotelu u 2003. godini?
4. U pravokutniku $ABCD$, $|AB| > |BC|$, povučena je simetrala AN kuta $\sphericalangle BAD$, $N \in BD$. Kut te simetrale i dijagonale \overline{AC} je 20° . Izračunaj veličine kutova trokuta AND .
5. Zadan je paralelogram $ABCD$, $|AB| > |BC|$ i povučene su simetrale svih njegovih četiriju unutarnjih kutova. Dokaži da je četverokut omeđen tim simetralama pravokutnik.

2004.

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Imamo redom

$$\left\{ \left(\frac{11}{2} : \frac{33}{4} + 2 \right) : \left[\frac{9}{5} - \frac{5}{8} : \left(1 - \frac{3}{8} \right) \right] \right\} \cdot (1 - 0.9) + (1 - 0.9) : \frac{3}{10}$$

$$= \left\{ \left(\frac{11}{2} \cdot \frac{4}{33} + 2 \right) : \left[\frac{9}{5} - \frac{5}{8} : \frac{5}{8} \right] \right\} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{3}$$

2 BODA

$$= \left\{ \left(\frac{2}{3} + 2 \right) : \left[\frac{9}{5} - 1 \right] \right\} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3}$$

2 BODA

$$= \left(\frac{8}{3} : \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3}$$

2 BODA

$$= \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3}$$

2 BODA

$$= \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako se kutovi odnose kao 6 : 11 : 7, to je $\alpha = 6k$, $\beta = 11k$, $\gamma = 7k$.

1 BOD

Nadalje, kako je zbroj kutova u trokutu jednak 180° , imamo da je $6k + 11k + 7k = 180^\circ$, odnosno $24k = 180^\circ$, odakle je $k = 7.5^\circ = 7^\circ 30'$ Sada je $\alpha = 6k = 6 \cdot 7^\circ 30' = 45^\circ$,

3 BODA

 $\beta = 11k = 11 \cdot 7^\circ 30' = 82^\circ 30'$,

2 BODA

i konačno $\gamma = 7k = 7 \cdot 7^\circ 30' = 52^\circ 30'$.

2 BODA

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je x broj muškaraca koji su ljetovali u 2002. godini.

1 BOD

Tada je broj žena koje su ljetovale u istoj godini jednak $1200 - x$.

1 BOD

Iz uvjeta zadatka slijedi da je u 2003. godini ljetovalo $0.9x$ muškaraca i $1.2(1200 - x)$ žena.

2 BODA

Zato vrijedi $0.9x + 1.2(1200 - x) = 1200 + 75$, odnosno $-0.3x = -165$, tj. $x = 550$.

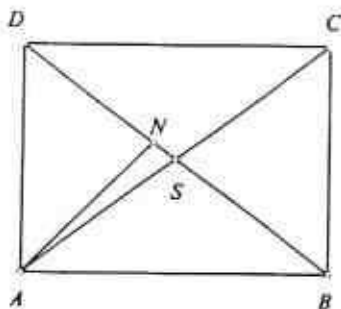
4 BODA

Prema tome, u 2003. godini u hotelu je ljetovalo $0.9 \cdot 550 = 495$ muškaraca i $1.2(1200 - 550) = 780$ žena.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Skica



1 BOD

Označimo sa S sjecište dijagonala pravokutnika.Budući da je AN simetrala pravog kuta slijedi da je $\sphericalangle DAN = 45^\circ$ i $\sphericalangle BAS = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$.

3 BODA

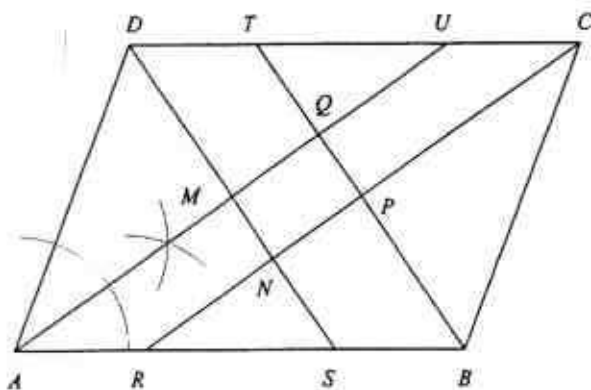
Trokut ASB je jednakokrčan, pa je $\sphericalangle SAB = \sphericalangle SBA = 25^\circ$. Uz to je i $\sphericalangle ASB = 180^\circ - 2 \cdot 25^\circ = 130^\circ$.
2 BODA

Sada je $\sphericalangle ASN = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ$ jer je vanjski kut trokuta ABS . No, i kut $\sphericalangle AND$ je vanjski kut trokuta ANS , pa je $\sphericalangle AND = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$. 2 BODA

I konačno treći kut trokuta AND jednak je $\sphericalangle ADN = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$. Dakle, kutovi trokuta AND su 45° , 70° i 65° . 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica



1 BOD

Uz oznake kao na slici treba dokazati da je četverokut $MNPQ$ pravokutnik.

Označimo šiljasti kut paralelograma s α , a tupi sa β .

Kako je $\alpha + \beta = 180^\circ$, to je $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ$. 2 BODA

U trokutu $\triangle AMD$ vrijedi $\sphericalangle DAM + \sphericalangle ADM + \sphericalangle DMA = 180^\circ$,

pa kako je $\sphericalangle DAM + \sphericalangle ADM = 90^\circ$ to je $\sphericalangle DMA = 90^\circ$. 2 BODA

Nadalje, $\sphericalangle DMA = \sphericalangle QMN$, jer su to vršni kutovi, pa je i $\sphericalangle QMN = 90^\circ$. 1 BOD

Na isti način iz trokuta $\triangle BCP$ dobivamo da je $\sphericalangle QPN = 90^\circ$, iz trokuta $\triangle RSN$ da je $\sphericalangle MNP = 90^\circ$,
te iz trokuta $\triangle TQU$ dobivamo da je $\sphericalangle MQP = 90^\circ$. 3 BODA

Prema tome, četverokut $MNPQ$ je pravokutnik. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA