MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

# MATEMATIKA

Zadaci za općinsko - gradsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
5. ožujka 2004. godine

7. razred

1. Izračunaj:

$$\left\{\left(\frac{11}{2}:\frac{33}{4}+2\right):\left[\frac{9}{5}-\frac{5}{8}:\left(1-\frac{3}{8}\right)\right]\right\}\cdot(1-0.9)+(1-0.9):\frac{3}{10}.$$

2. Izračunaj kutove trokuta ako se oni odnose kao 6 : 11 : 7.

3. U jednom našem hotelu na moru u 2002. godini ljetovalo je 1200 muškaraca i žena zajedno. U 2003. godini broj muškaraca se smanjio za 10%, a broj žena se povećao za 20% u odnosu na prethodnu godinu. Tako se u 2003. godini ukupan broj gostiju tog hotela povećao za 75 osoba.

   Koliko je muškaraca, a koliko žena ljetovalo u tom hotelu u 2003. godini?

4. U pravokutniku $ABCD$, $|AB|>|BC|$, povučena je simetrala $AN$ kuta $\sphericalangle BAD$, $N\in BD$. Kut te simetrale i dijagonale $\overline{AC}$ je $20^\circ$. Izračunaj veličine kutova trokuta $AND$.

5. Zadan je paralelogram $ABCD$, $|AB|>|BC|$ i povučene su simetrale svih njegovih četiriju unutarnjih kutova. Dokaži da je četverokut omeđen tim simetralama pravokutnik.

2004.

## RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

**OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.**

**1.** Imamo redom

$$\left\{\left(\frac{11}{2}:\frac{33}{4}+2\right):\left[\frac{9}{5}-\frac{5}{8}:\left(1-\frac{3}{8}\right)\right]\right\}\cdot(1-0.9)+(1-0.9):\frac{3}{10}$$

$$=\left\{\left(\frac{11}{2}\cdot\frac{4}{33}+2\right):\left[\frac{9}{5}-\frac{5}{8}:\frac{5}{8}\right]\right\}\cdot\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\cdot\frac{10}{3}$$

2 BODA

$$=\left\{\left(\frac{2}{3}+2\right):\left[\frac{9}{5}-1\right]\right\}\cdot\frac{1}{10}+\frac{1}{3}$$

2 BODA

$$=\left(\frac{8}{3}:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{1}{10}+\frac{1}{3}$$

2 BODA

$$=\left(\frac{8}{3}\cdot\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{1}{10}+\frac{1}{3}$$

2 BODA

$$=\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{10}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

2 BODA

........................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

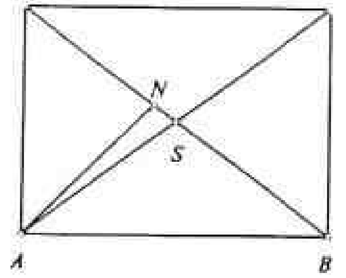
**2.** Kako se kutovi odnose kao $6:11:7$, to je $\alpha=6k$, $\beta=11k$, $\gamma=7k$. 1 BOD
Nadalje, kako je zbroj kutova u trokutu jednak $180°$, imamo da je $6k+11k+7k=180°$, odnosno $24k=180°$, odakle je $k=7.5°=7°30'$ 3 BODA
Sada je $\alpha=6k=6\cdot 7°30'=45°$, 2 BODA
$\beta=11k=11\cdot 7°30'=82°30'$, 2 BODA
i konačno $\gamma=7k=7\cdot 7°30'=52°30'$. 2 BODA

........................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**3.** Neka je $x$ broj muškaraca koji su ljetovali u 2002. godini. 1 BOD
Tada je broj žena koje su ljetovale u istoj godini jednak $1200-x$. 1 BOD
Iz uvjeta zadatka slijedi da je u 2003. godini ljetovalo $0.9x$ muškaraca i $1.2(1200-x)$ žena. 2 BODA
Zato vrijedi $0.9x+1.2(1200-x)=1200+75$, odnosno $-0.3x=-165$, tj. $x=550$. 4 BODA
Prema tome, u 2003. godini u hotelu je ljetovalo $0.9\cdot 550=495$ muškaraca i $1.2(1200-550)=780$ žena. 2 BODA

........................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

**4.** Skica

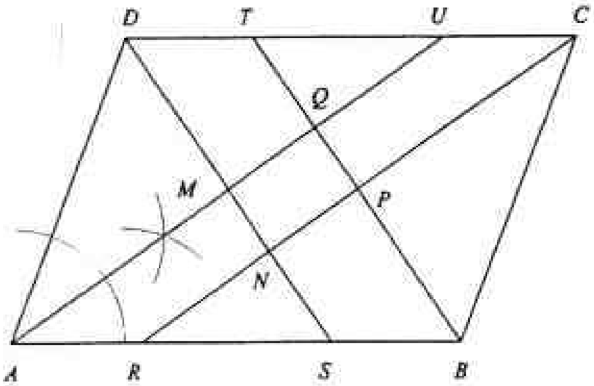



1 BOD

Označimo sa $S$ sjecište dijagonala pravokutnika.
Budući da je $AN$ simetrala pravog kuta slijedi da je
$\sphericalangle DAN=45°$ i $\sphericalangle BAS=45°-20°=25°$. 3 BODA

Trokut $ASB$ je jednakokračan, pa je $\sphericalangle SAB = \sphericalangle SBA = 25°$. Uz to je i $\sphericalangle ASB = 180° - 2 \cdot 25° = 130°$.
2 BODA
Sada je $\sphericalangle ASN = 2 \cdot 25° = 50°$ jer je vanjski kut trokuta $ABS$. No, i kut $\sphericalangle AND$ je vanjski kut trokuta $ANS$, pa je $\sphericalangle AND = 20° + 50° = 70°$. 2 BODA
I konačno treći kut trokuta $AND$ jednak je $\sphericalangle ADN = 180° - 45° - 70° = 65°$. Dakle, kutovi trokuta $AND$ su $45°$, $70°$ i $65°$. 2 BODA
........................................................................ UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica




1 BOD

Uz oznake kao na slici treba dokazati da je četverokut $MNPQ$ pravokutnik.
Označimo šiljasti kut paralelograma s $\alpha$, a tupi sa $\beta$.
Kako je $\alpha + \beta = 180°$, to je $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90°$. 2 BODA
U trokutu $\triangle AMD$ vrijedi $\sphericalangle DAM + \sphericalangle ADM + \sphericalangle DMA = 180°$,
pa kako je $\sphericalangle DAM + \sphericalangle ADM = 90°$ to je $\sphericalangle DMA = 90°$. 2 BODA
Nadalje, $\sphericalangle DMA = \sphericalangle QMN$, jer su to vršni kutovi, pa je i $\sphericalangle QMN = 90°$. 1 BOD
Na isti način iz trokuta $\triangle BCP$ dobivamo da je $\sphericalangle QPN = 90°$, iz trokuta $\triangle RSN$ da je $\sphericalangle MNP = 90°$, te iz trokuta $\triangle TQU$ dobivamo da je $\sphericalangle MQP = 90°$. 3 BODA
Prema tome, četverokut $MNPQ$ je pravokutnik. 1 BOD
........................................................................ UKUPNO 10 BODOVA