

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE
HRVATSKE

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
2. travnja 2004. godine

6. razred

1. Izračunaj

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \dots + \frac{21}{20} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{20}\right).$$

2. Jedan traktor može preorati neku njivu za 9 sati, a drugi za 12 sati. Najprije je prvi traktor sam orao njivu 3 sata nakon čega je zbog kvara prestao orati. Preostali je dio njive preorao drugi traktor. Za koliko je ukupno sati preorana cijela njiva?
3. Neka za dva dvoznamenkasta broja \overline{ab} i \overline{cd} vrijedi jednakost $\overline{cd} = 4 \cdot \overline{ab}$. Dokaži da je tada četveroznamenkasti broj \overline{abcd} djeljiv s 13.
4. Duljina osnovice jednakokravnog trokuta je 8 cm. Dužina koja spaja vrh na osnovici s polovištem nasuprotne stranice dijeli taj trokut na dva trokuta, tako da je opseg jednog od ta dva trokuta za 2 cm veći od opsega drugog trokuta. Kolika je duljina kraka tog jednakokravnog trokuta?
5. Nacrtaaj dva šiljasta kuta s međusobno okomitim kracima i njihove simetrale, pri čemu vrh svakog od njih leži izvan drugog kuta. Koliki kut zatvaraju simetrale tih dvaju kutova?

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

SVAKOJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Zadani zbroj napišimo ovako $1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} + \dots - \frac{21}{20} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{20}$. 2 boda

Primjenom asocijativnosti zbrajanja dobivamo da je to jednako $(1-1) + (\frac{3}{2} - \frac{1}{2}) + (\frac{5}{4} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{21}{20} - \frac{1}{20}) = 1 + 1 + 1 - \dots + 1$. 5 bodova

U zadnjem zbroju ima deset jednakih pribrojnika, pa je traženi zbroj jednak 10. 3 boda
 UKUPNO 10 BODOVA

2. Prvi traktor za 1 sat preore $\frac{1}{9}$ njive, a za 3 sata $\frac{1}{3}$ njive. 2 boda

Neka je x broj sati za koje će drugi traktor preorati preostale $\frac{2}{3}$ njive. Drugi traktor za jedan sat preore $\frac{1}{12}$ njive, pa za x sati preore $\frac{x}{12}$ njive. 3 boda

To znači da je $\frac{x}{12} = \frac{2}{3}$, tj. $x = 8$ sati. 3 boda

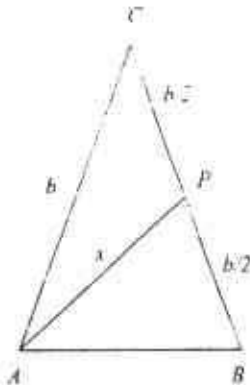
Cijela će njiva biti preorana za $3 + 8 = 11$ sati. 2 boda
 UKUPNO 10 BODOVA

3. Broj \overline{abcd} možemo napisati kao zbroj $100\overline{ab} + \overline{cd}$. 3 boda

Zamjenom zadane vrijednosti za \overline{cd} dobivamo $\overline{abcd} = 100\overline{ab} + 4\overline{ab} = 104\overline{ab}$. 4 boda

Kako je $104 = 13 \cdot 8$, vrijedi $\overline{abcd} = 13 \cdot 8\overline{ab}$, tj. \overline{abcd} je djeljiv s 13. 3 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA
 4. Skica 2 boda



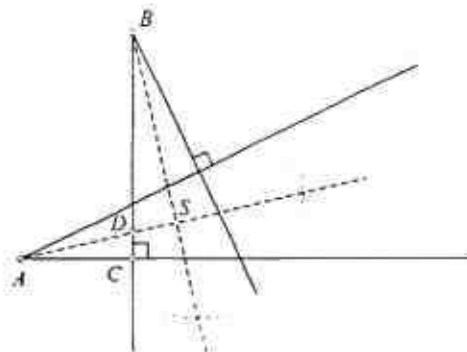
Neka je ABC jednakokraki trokut kojemu je dužina osirotvice \overline{AB} 8 cm. S b označimo dužinu kraćih, a s P polovište kraka \overline{BC} . Neka je $|AP| = x$.

S obzirom da nije određeno koji od dva dobivena trokuta ima veći opseg, razlikujemo dva slučaja.

1. Neka trokut ACP ima veći opseg. Tada vrijedi $x + b + \frac{b}{2} = x + 8 + \frac{b}{2} + 2$, tj. $b = 10$. 4 boda

2. Neka trokut ACP ima manji opseg. Tada vrijedi $x + b + \frac{b}{2} + 2 = x + 8 + \frac{b}{2}$, tj. $b = 6$. 4 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA
 5. Crtež 3 boda



Uvedimo oznake kao na slici. Ta dva šiljasta kuta s okomitim kracima su sukladni iz čega slijedi da su i polovine tih kutova jednake, tj. $\sphericalangle CAS = \sphericalangle CBS$, odnosno $\sphericalangle CAD = \sphericalangle DBS$. 1 bod

Osim toga, $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BDS$ (vršni kutovi). 1 bod

Kut trokuta ACD kod vrha C jednak je 90° , pa vrijedi $\sphericalangle CAD + \sphericalangle ADC = 90^\circ$. 2 boda

Iz svega navedenog dobivamo $\sphericalangle DBS + \sphericalangle BDS = 90^\circ$. 1 bod

Primjenom poučka o zbroju unutarnjih kutova u trokutu BSD zaključujemo da je $\sphericalangle BSD = 90^\circ$. 2 boda

..... UKUPNO 10 BODOVA