

MATEMATIKA

Zadaci za općinsko – gradsko natjecanje učenika  
osnovnih škola Republike Hrvatske  
7. ožujka 2005. godine

8. razred

1. Izračunaj

$$\left( \frac{1}{\sqrt{30} - \sqrt{28}} - \frac{1}{\sqrt{28} - \sqrt{26}} - \frac{1}{\sqrt{30} + \sqrt{26}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{30} - \sqrt{26}}$$

2. Jelena i Ana obavile bi neki posao za 48 minuta radeći zajedno. Kad bi umjesto Ane radila Dragica koja je dva puta brža, tada bi Jelena i Dragica taj posao završile za 36 minuta. Koliko bi vremena bilo potrebno svakoj od djevojčica za obavljanje tog istog posla kad bi ga radile samostalno?
3. Dan je jednakokračan trokut  $ABC$ , pri čemu je  $|AC| = |BC| = 4$  cm. Na stranici  $\overline{AB}$  dana je točka  $D$  tako da je  $\angle BDC = 90^\circ + \angle DBC$ . Odredi duljinu visine iz vrha  $C$  na stranicu  $\overline{AB}$  ako je  $|CD| = 3$  cm.
4. U pravokutnom je trokutu  $ABC$  ( $\angle BCA = 90^\circ$ ) odabrana točka  $D$  na kateti  $\overline{AC}$  tako da je  $|DC| = 22$  dm. Izračunaj udaljenost točke  $D$  do pravca  $AB$  ako je  $|AC| = 72$  dm i  $|BC| = 21$  dm.
5. Autobus je krenuo u 17 sati i 55 minuta iz mjesta  $A$  prema mjestu  $B$ . Početnih 40 km puta prešao je za 25 minuta. Zbog problema na cesti narednih 30 km puta vozač je morao smanjiti brzinu autobusa za  $\frac{1}{4}$  dotadašnje brzine. Kojom bi se brzinom trebao kretati autobus na preostalim  $\frac{13}{20}$  puta ako bi vozač htio doći u mjesto  $B$  po redu vožnje u 20 sati?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

RJEŠENJA ZA 8. RAZRED

2005. g. OPI

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. 
$$\left( \frac{1}{\sqrt{30}-\sqrt{28}} - \frac{1}{\sqrt{28}-\sqrt{26}} - \frac{1}{\sqrt{30}+\sqrt{26}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{30}-\sqrt{26}} =$$

$$\left( \frac{\sqrt{30}+\sqrt{28}}{2} - \frac{\sqrt{28}+\sqrt{26}}{2} - \frac{1}{\sqrt{30}-\sqrt{26}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{30}+\sqrt{26}} =$$

$$\frac{\sqrt{30}-\sqrt{26}}{4} \cdot \frac{\sqrt{30}+\sqrt{26}}{4} = \frac{1}{4}$$

6 bodova

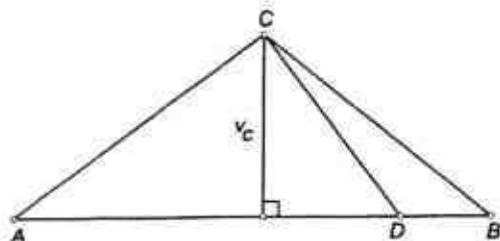
4 boda

UKUPNO 10 BODOVA

2. Označimo s  $x$  količinu posla koji obavi Ana za jednu minutu, s  $y$  količinu posla kojeg obavi Jelena za jednu minutu. Tada je  $2x$  količina posla koji obavi Dragica za jednu minutu. Vrijedi:  $x + y = \frac{1}{48}$ ,  $2x + y = \frac{1}{36}$ .
- Rješenje tog sustava je  $x = \frac{1}{144}$ ,  $y = \frac{1}{72}$ .
- Ana bi samostalno obavila taj posao za 144 minute, Dragica za 72 minute, a Jelena bi samostalno obavila taj posao također za 72 minute.
- 4 boda
- 3 boda
- 3 boda

UKUPNO 10 BODOVA

3. Skica 2 boda



Budući da je  $ABC$  jednakokrani trokut, vrijedi  $\angle CAB = \angle ABC = \alpha$ .

Budući da je  $\angle BDC = 90^\circ + \alpha$ , slijedi da je  $\angle ADC = 90^\circ - \alpha$ .

U trokutu  $ADC$  kutovi su  $\alpha$  i  $90^\circ - \alpha$ , pa je treći kut pravi kut, tj. trokut  $ADC$  je pravokutan s pravim kutom pri vrhu  $C$ .

Prema Pitagorinom poučku vrijedi  $|AD|^2 = 3^2 + 4^2$ , tj.  $|AD| = 5$  cm.

Izrazimo površinu trokuta  $ADC$  na dva načina:  $P = \frac{|AC| \cdot |CD|}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$  cm<sup>2</sup> i  $P = \frac{|AD| \cdot v_c}{2} = \frac{5 \cdot v_c}{2}$ .

Odavde dobivamo da je  $v_c = \frac{12}{5}$  cm.

1 bod

2 boda

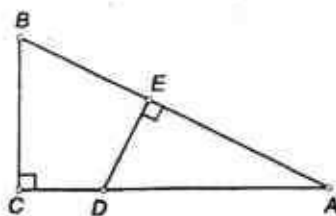
2 boda

1 bod

2 boda

UKUPNO 10 BODOVA

4. Skica 2 boda



Neka je točka  $E$  nožište okomice iz točke  $D$  na pravac  $AB$ . Budući da je  $\angle BCA = \angle DEA = 90^\circ$  i  $\angle CAB = \angle EAD$ , prema teoremu K-K o sličnosti trokuta slijedi da su trokuti  $ABC$  i  $ADE$  slični. Iz te sličnosti slijedi  $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|AD|}{|AB|}$ .

Očito je  $|AD| = |AC| - |DC| = 50$  dm.

Budući da je trokut  $ABC$  pravokutan, prema Pitagorinom poučku vrijedi  $c^2 = a^2 + b^2 = 72^2 + 21^2 = 5625$ , tj.  $c = 75$  dm.

Sad iz omjera  $\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|AD|}{|AB|}$  slijedi  $|DE| = 14$  dm.

I to je tražena udaljenost.

3 boda

1 bod

2 boda

2 boda

UKUPNO 10 BODOVA

5. Neka je  $s$  udaljenost od mjesta  $A$  do mjesta  $B$ , Tada vrijedi  $40 + 30 + \frac{13}{20}s = s$ , tj.  $s = 200$  km. Treći dio puta iznosi  $s_3 = 130$  km.
- Prvi dio puta od 40 km autobus je prešao za  $\frac{25}{60}$  sata, pa mu je brzina na tom dijelu puta bila  $40 : \frac{25}{60} = 96$  km/h.
- Na drugoj dionici smanjio je brzinu za četvrtinu, pa mu je brzina bila  $\frac{3}{4} \cdot 96 = 72$  km/h. Budući da je duljina dionice 30 km, vrijeme potrebno za prelazak tog dijela puta bilo je  $\frac{30}{72} = \frac{5}{12} = \frac{25}{60}$  sata.
- Vrijeme redovne vožnje je  $\frac{125}{60}$  sata, a na prve dvije dionice potrošio je  $\frac{25}{60} + \frac{25}{60} = \frac{50}{60}$  sata. Dakle, za treću mu je dionicu preostalo još  $\frac{75}{60}$  sata. Budući da duljina treće dionice iznosi 130 km, brzina autobusa na njoj bi trebala biti  $130 : \frac{75}{60} = 104$  km/h.
- 2 boda
- 25/60
- 2 boda
- 3 boda
- 3 boda

UKUPNO 10 BODOVA