

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
8. travnja 2005. godine

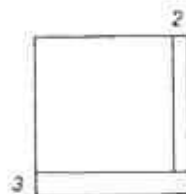
5. razred

1. Koje sve znamenke možemo napisati umjesto slova a tako da zbroj

$$\overline{7a85} + \overline{34a5} + \overline{1a21a}$$

bude djeljiv sa 9? Koliko ima rješenja?

2. U razgovoru ponedjeljkom prije početka nastave, Mario, Damjan, Lucija i Vanda su ustanovili da su u subotu bili na istoj kazališnoj predstavi, ali se tada nisu sreli jer je svatko od njih sjedio u različitom redu i to 4., 16., 21., i 37. redu. Damjan je sjedio u redu s parnim rednim brojem, a Vandin je broj reda bio djeljiv s 4. Lucija je sjedila u redu koji je višekratnik broja 7, a Marko i Damjan nisu sjedili u redu koji je najbliži pozornici. U kojem je redu sjedio svatko od učenika?
3. Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 1000 koji nisu djeljivi ni sa 5 ni sa 7?
4. Dvije su vjeverice skupljale lješnjake i orahe. Jedna je vjeverica skupila 409 lješnjaka, a druga 187 orahe. Dogovorile su se, da će međusobno razmjenjivati lješnjake i orahe, tako što će u svakoj razmjeni vjeverica koja je skupila samo lješnjake dati onoj drugoj 7 lješnjaka, a vjeverica koja je skupila samo orahe dati onoj prvoj 4 orahe. Nakon koliko će takvih uzastopnih razmjena svaka vjeverica imati jednak broj plodova? Koliko će nakon tih razmjena svaka vjeverica imati lješnjaka, a koliko orahe?
5. Od komada plastike pravokutnog oblika, pri kraju jedne stranice odrezali smo pravokutnu traku širine 3 cm, a pri kraju susjedne stranice odrezali smo pravokutnu traku širine 2 cm. Preostali dio plastike bio je kvadrat, čija je površina za 51 cm^2 manja od površine početnog komada plastike. Kolika je površina dobivenog kvadrata plastike?



Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

Zup 2005.

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Očito je $\overline{7a85} = 7085 + 100a$, $\overline{34a5} = 3405 + 10a$ i $\overline{1a21a} = 10210 + 1001a$. 3 BODA
 Prema tome $\overline{7a85} + \overline{34a5} + \overline{1a21a} = 20700 + 1111a$. 2 BODA
 Kako je broj 20700 djeljiv sa 9 slijedi da broj 1111a mora biti djeljiv sa 9. 2 BODA
 Kako broj 1111 nije djeljiv niti sa 3 niti sa 9, slijedi da će broj 1111a biti djeljiv sa 9 ako je znamenka $a = 0$ ili $a = 9$. Dakle, imamo dva rješenja. 3 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA
2. Među brojevima 4, 16, 21 i 37, jedino je broj 21 višekratnik od 7, pa je Lucija sjedila u 21. redu. 3 BODA
 Kako je Damjan sjedio u redu s parnim rednim brojem, on je sjedio u 4. ili 16. redu, ali budući da on nije sjedio u redu koji je najbliži pozornici slijedi da je on sjedio u 16. redu. 3 BODA
 Kako je Vandin broj reda bio djeljiv sa 4, jedina preostala mogućnost za nju je red s rednim brojem 4. 2 BODA
 Konačno, Marko je sjedio u redu s rednim brojem 37. 2 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA
3. Najveći broj manji od 1000 koji je djeljiv sa 5 je broj 995, 2 BODA
 pa brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi s 5 ima $995 : 5 = 199$.
 Najveći broj manji od 1000 koji je djeljiv sa 7 je broj 994, 2 BODA
 pa brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi sa 7 ima $994 : 7 = 142$.
 Najveći broj manji od 1000 koji je djeljiv i sa 7 i sa 5 je broj 980, 2 BODA
 pa brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi i sa 7 i sa 5 ima $980 : 35 = 28$. 2 BODA
 Prema tome, brojeva manjih od 1000 koji su djeljivi sa 5 ili sa 7 ima $199 + 142 - 28 = 313$. 2 BODA
 Konačno, prirodnih brojeva manjih od 1000 koji nisu djeljivi niti sa 5 niti sa 7 ima $999 - 313 = 686$. 2 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA
4. Prva vjeverica ima 409 lješnjaka, a druga 187 oraha. Vjeverice će imati jednak broj plodova kad svaka vjeverica bude imala $(409 + 187) : 2 = 298$ plodova. 2 BODA
 To znači da prva vjeverica ima $409 - 298 = 111$ plodova više, a druga vjeverica $298 - 187 = 111$ plodova manje.
 Nakon svake razmjene prva će vjeverica imati $7 - 4 = 3$ ploda manje, a druga 3 ploda više. 4 BODA
 Zato je ukupan broj razmjena plodova jednak $111 : 3 = 37$.
 Nakon 37 razmjena, prva će vjeverica imati $37 \cdot 7 = 259$ lješnjaka manje, a druga će imati $37 \cdot 4 = 148$ oraha manje. 2 BODA
 Prema tome, nakon 37 uzastopnih razmjena prva će vjeverica imati $409 - 259 = 150$ lješnjaka i 148 oraha, a druga će vjeverica imati $187 - 148 = 39$ oraha i 259 lješnjaka. 2 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA
5. Označimo li s a duljinu stranice kvadrata, površina početnog pravokutnika veća je od površine dobivenog kvadrata za $5a + 6$. 4 BODA
 Zato vrijedi $5a + 6 = 51$, odnosno $a = 9$. 3 BODA
 Površina dobivenog kvadrata plastike jednaka $9 \cdot 9 = 81\text{cm}^2$. 3 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA