

MATEMATIKA

Zadaci za županijsko natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
8. travnja 2005. godine

6. razred

1. Izračunaj

$$(1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2003 - 2004 + 2005) \cdot 2 - 2005.$$

2. U dva razreda ima ukupno 70 učenika. U prvom razredu $\frac{7}{17}$ razreda su odličaši, a u drugom $\frac{2}{9}$ razreda su odličaši. Koliko je učenika u prvom, a koliko u drugom razredu?
3. Kad Ivan potroši $\frac{1}{4}$ svoga novca, Hrvoje $\frac{1}{5}$, te Vlado $\frac{1}{2}$ svog novca, ostanu im jednaki iznosi. Koliko je novca imao svaki od njih ako je Ivan potrošio 8 kuna više od Hrvoja?
4. Patuljci su napravili raspored čišćenja svoje kućice za mjesec koji ima 31 dan. Po tom rasporedu, Stidljivko čisti ponedjeljkom, Pospanko utorkom, Učo srijedom, Smješko četvrtkom, Ljutko petkom, Kihavko subotom i Burko nedjeljom. Tijekom mjeseca Stidljivko i Ljutko došli su na red za čišćenje svaki po četiri puta. Koji je patuljak čistio 23. dana tog mjeseca?
5. Iz točke A povučene su tri jednake dužine \overline{AB} , \overline{AC} i \overline{AD} tako da je $\angle BAC = 160^\circ$ i dužina \overline{AD} nalazi se u unutrašnjosti kuta $\angle BAC$. Koliki je kut $\angle BDC$?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

Žup 2005.

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Uočimo da se u zagradi pojavljuju razlike uzastopnih prirodnih brojeva.
 Takvih razlika ima ukupno 1002. 2 BODA
 Prema tome dani je izraz jednak
 $(-1 - 1 - 1 - \dots - 1 - 1 + 2005) \cdot 2 - 2005$, pri čemu se u zagradi broj -1 pojavljuje 1002 puta. 4 BODA
 Nadalje, taj je izraz jednak $(-1002 + 2005) \cdot 2 - 2005 = 1003 \cdot 2 - 2005 = 2006 - 2005 = 1$. 4 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA

2. Kako $\frac{7}{17}$ učenika prvog razreda predstavlja prirodan broj, slijedi da je broj učenika u tom razredu višekratnik broja 17. 2 BODA
 Kako u prvom razredu ima sigurno manje od 70 učenika, mogućnosti za broj učenika u prvom razredu su 17, 34, 51 i 68. 2 BODA
 Prema tome, mogućnosti za broj učenika u drugom razredu su
 $70 - 17 = 53$, $70 - 34 = 36$, $70 - 51 = 19$ i $70 - 68 = 2$. 2 BODA
 Kako su $\frac{2}{9}$ drugog razreda odlikaši, slijedi da broj učenika drugog razreda mora biti djeljiv s 9. 2 BODA
 Jedina mogućnost za broj učenika u drugom razredu jest 36. 1 BOD
 Konačno, u prvom razredu ima 34, a u drugom 36 učenika. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

3. Označimo sa x , y i z redom iznos novca koji su imali Ivan, Hrvoje i Vlado.
 Tada su, Ivanov, Hrvojev i Vladin ostatak novca, redom jednaki $\frac{3}{4}x$, $\frac{4}{5}y$ i $\frac{1}{2}z$. 2 BODA
 Budući da su im ostali jednaki iznosi novca to je $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y = \frac{1}{2}z$. 1 BOD
 Budući je Ivan potrošio 8 kuna više od Hrvoja, vrijedi jednačba $\frac{1}{4}x = 8 + \frac{1}{5}y$. 2 BODA
 Iz $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y$, slijedi da je $x = \frac{16}{15}y$. Uvrštavanje u prethodnu jednačbu daje
 $\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{15}y = 8 + \frac{1}{5}y$, tj. $\frac{1}{15}y = 8$, odakle je $y = 120$. 2 BODA
 Sada, iz $x = \frac{16}{15}y$, dobivamo da je $x = \frac{16}{15} \cdot 120 = 128$. 1 BOD
 Konačno, kako je $\frac{1}{2}z = \frac{4}{5}y$, to je $z = \frac{8}{5}y = \frac{8}{5} \cdot 120 = 192$. 1 BOD
 Ivan je imao 128 kuna, Hrvoje 120 kuna, a Vlado 192 kune. 1 BOD
 UKUPNO 10 BODOVA

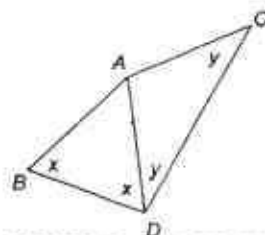
4. Upotrebom "slijepog" kalendara možemo odrediti dane u tjednu za prvih 7 dana u mjesecu.
 Treba odrediti koji je dan u mjesecu bio ponedjeljak. 1 BOD
 1., 2. i 3. dan u mjesecu ne mogu biti u ponedjeljak jer bi tada Stidljivo čistio 5 puta, što nije moguće. 2 BODA
 4., 5., i 6. dan u mjesecu ne mogu biti u ponedjeljak. Naime, ako je ponedjeljak bio 4. u mjesecu, onda je petak bio 1. u mjesecu, a to znači da je Ljutko čistio 5 puta što nije moguće.
 Iz istih razloga ponedjeljak nije mogao biti 5. i 6. u mjesecu. 4 BODA
 Zato je ponedjeljak bio 7. u mjesecu. Sada nadopunimo kalendar kao na slici:

Ut.	1	8	15	22	29
Sr.	2	9	16	23	30
Če.	3	10	17	24	31
Pe.	4	11	18	25	
Su.	5	12	19	26	
Ne.	6	13	20	27	
Po.	7	14	21	28	

Iz kalendara čitamo, 23. dan u mjesecu bio je srijeda i tada je čistio Učo. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Trokut ABD je jednakokrakan, pa ako mu kutove uz osnovicu označimo s x , tada je $\angle BAD = 180^\circ - 2x$. 2 BODA
 Trokut ADC je jednakokrakan, pa ako mu kutove uz osnovicu označimo s y , tada je $\angle DAC = 180^\circ - 2y$. 2 BODA
 Tada je $160^\circ = 180^\circ - 2x + 180^\circ - 2y$, tj. $100^\circ = x + y$. Kut $\angle BDC = 100^\circ$. 4 BODA



..... UKUPNO 10 BODOVA