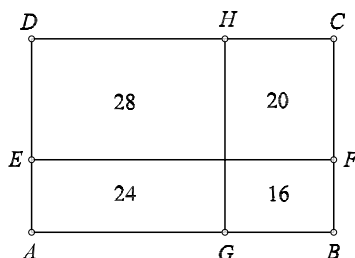


REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – osnovna škola

11. svibnja 2007.

1. Stolar je izradio 100 stolica, od kojih su neke imale 3 noge, a ostale 4 noge. Koliko je stolica pojedine vrste izradio stolar ako sve stolice imaju ukupno 322 noge? Obrazloži!
2. Ima li više četveroznamenastih prirodnih brojeva kojima je zbroj znamenaka 3 ili četveroznamenastih prirodnih brojeva čiji je umnožak znamenaka 4? Obrazloži!
3. Marko i Frane žele od svoje ušteđevine svaki za sebe kupiti loptu koja je u izlogu i ima istaknutu cijenu. Marko kaže: “Preskupa je, nedostaje mi 75 kuna”. Frane je dodao: “Meni nedostaje čak 90 kuna”. Kada bi udružili novce, mogli bi kupiti loptu i preostalo bi im zajedno 70 kuna. Koliko stoji lopta koju žele kupiti?
4. Brat je 2 puta stariji od sestre, a 5 puta mlađi od svog djeda. Djed i unuka imaju zajedno 77 godina. Koliko godina imaju zajedno brat, sestra i njihov djed?
5. Veći pravokutnik razrezan je na 4 manja pravokutnika i u svakom manjem pravokutniku naznačen je njegov opseg izražen u centimetrima. Koliki je opseg najvećeg pravokutnika na slici?



REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

5. razred – osnovna škola

11. svibnja 2007.

1. Josip je za neki posao trebao dobiti 130 kn i loptu. Međutim, on je odradio trećinu posla i za to dobio 10 kn i loptu. Kolika je cijena lopte?
2. Odredi najmanji i najveći četveroznamenasti broj koji je djeljiv s 9, a čiji je umnožak znamenaka 180.
3. Duljine stranica pravokutnika $ABCD$ su 68 mm i 4 cm. Na duljoj stranici \overline{CD} dana je točka M koja je dijeli na dva jednaka dijela. Izračunaj površinu lika $ABMD$.
4. Opseg prednjeg kotača na nekom biciklu iznosi 3 m, a opseg zadnjeg kotača 4 m. Koliki je put prešao biciklist, ako je prednji kotač načinio 752 okreta više nego zadnji?
5. Zadan je pravokutnik $ABCD$ opsega 42 cm. Produžimo stranicu \overline{AB} za 4 cm preko točke B do točke E , a stranicu \overline{AD} za 4 cm preko točke D do točke F . Za koliko se razlikuju površine zadanog pravokutnika $ABCD$ i pravokutnika kome su \overline{AE} i \overline{AF} susjedne stranice?

REGIONALNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

11. svibnja 2007.

1. Odredi dva razlomka s dvoznamenkastim nazivnikom između $\frac{6}{7}$ i $\frac{7}{8}$.
2. Odredi sve dvoznamenkaste brojeve koji su za 10 veći od trostrukog zbroja svojih znamenki.
3. Majstor i pomoćnik za izvršeni posao su naplatili 1500 kn i međusobno podijelili zaradu. Majstor je kupio komplet alata i potrošio $\frac{5}{8}$ svoje zarade, dok je pomoćnik za kupovinu radnog odijela potrošio $\frac{1}{3}$ svog novca. Nakon te kupovine preostali su im jednaki iznosi novca. Kako su podijelili zaradu na početku?
4. Simetrale dvaju vanjskih kutova trokuta sijeku se pod kutom koji je jednak njima nesusjednom unutarnjem kutu. Odredi taj unutarnji kut.
5. Zadan je jednakokratan trokut ABC ($|AC| = |BC|$) i proizvoljna točka M na osnovici \overline{AB} zadanog trokuta. Nacrtao je paralelogram $MBCD$. Dokaži da je $\sphericalangle DAM = \sphericalangle AMC$.

RJEŠENJA ZA 4. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

| broj stolica sa 4 noge | broj stolica s 3 noge | broj nogu |
|---------------------------|--------------------------|------------|
| 100 | 0 | 400 |
| 0 | 100 | 300 |
| 10 | 90 | 310 |
| 20 | 80 | 320 |
| 30 | 70 | 330 |
| 21 | 79 | 321 |
| 22 | 78 | 322 |

Stolar je izradio 22 stolice s 4 noge i 78 stolica s 3 noge. 10 BODOVA
 UKUPNO 10 BODOVA

2. 1) \overline{abcd}
 $a + b + c + d = 3$

Četveroznamenasti prirodni brojevi kojima je zbroj znamenaka 3 su: 1110, 1101, 1011, 1200, 1020, 1002, 2001, 2010, 2100 i 3000. Ukupno ih ima 10. 5 BODOVA

2) \overline{efgh}
 $e \cdot f \cdot g \cdot h = 4$

Četveroznamenasti prirodni brojevi kojima je umnožak znamenaka 4 su: 1114, 1141, 1411, 4111, 1122, 1212, 1221, 2121, 2211 i 2112. Ukupno ih ima 10. 5 BODOVA

Brojeva ima jednako. 10 BODOVA
 UKUPNO

3. Za kupnju dviju lopti nedostaje $75 + 90 = 165$ kn. 3 BODA
 Ako kupe jednu loptu ostane im 70 kn. 3 BODA
 Jedna lopta ima cijenu $165 \text{ kn} + 70 \text{ kn} = 235$ kn. 4 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka sestra ima x godina. Brat tada ima $2x$ godina, a djed $10x$ godina. 3 BODA
 Djed i unuka:

$$\begin{aligned} x + 10x &= 77 \\ x &= 7. \end{aligned}$$

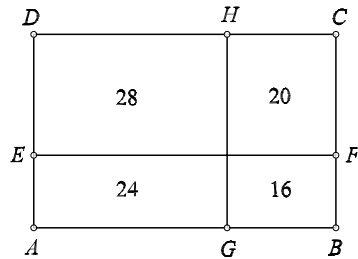
4 BODA

Unuka ima 7 godina, brat 14 godina, djed 70 godina te zajedno imaju 91 godinu. 3 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena. Učenik ne mora rješavati jednadžbu nego se može služiti i stupčastim dijagramima.

5.



Najveći pravokutnik na slici je pravokutnik $ABCD$.

Uočimo da je $|EF| = |AB|$ i da se dužina \overline{EF} javlja dva puta kroz opsege manjih pravokutnika. Isto vrijedi za $|HG| = |BC|$ i \overline{HG} se javlja dva puta.

3 BODA

Opseg pravokutnika $ABCD$ dva puta je manji od zbroja opsega manjih kvadrata.

(Polovica opsega manjeg pravokutnika sudjeluje u opsegu velikog pravokutnika.)

3 BODA

$$o_{ABCD} = (16 + 20 + 24 + 28) : 2 = 44 \text{ cm.}$$

4 BODA

..... **UKUPNO 10 BODOVA**

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. *Prvo rješenje.* Trećina posla iznosi 10 kn i lopta. 2 BODA
 Budući da je cijeli posao 130 kn i lopta, onda vrijedi da su $\frac{2}{3}$ posla 120 kn. 3 BODA
 Znači trećina posla je 60 kn. 2 BODA
 Lopta stoji 50 kn jer je trećina posla 10 kn i lopta. 3 BODA
 UKUPNO 10 BODOVA
- Drugo rješenje.* Trećina posla je 10 kn + ○. 2 BODA
 Cijeli posao je 30 kn + ○ ○ ○. 3 BODA
- $$30 \text{ kn} + \bigcirc \bigcirc \bigcirc = 130 \text{ kn} + \bigcirc$$
- $$\bigcirc \bigcirc = 100 \text{ kn}$$
- $$\bigcirc = 50 \text{ kn.}$$
- UKUPNO 5 BODOVA
 UKUPNO 10 BODOVA

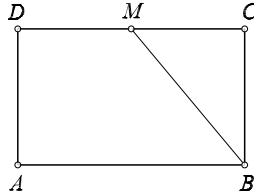
- 2.
- | | | |
|-----|---|---|
| 180 | 2 | $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ |
| 90 | 2 | |
| 45 | 5 | |
| 9 | 3 | |
| 3 | 3 | |
| 1 | | |
- Izbor znamenaka za najmanji četveroznamenasti broj mora biti iz skupova $\{1, 4, 9, 5\}$ ili $\{1, 5, 6, 6\} \implies 1459$ nije djeljiv s 9; 1566 je djeljiv s 9 jer je $1+5+6+6 = 18$. Dakle, 1566 je najmanji četveroznamenasti broj s traženim svojstvom. 5 BODOVA
- Izbor znamenaka za najveći četveroznamenasti broj treba biti iz skupa $\{2, 2, 5, 9\} \implies 9541$ nije djeljiv s 9; 9522 je djeljiv s 9 jer je $9+5+2+2 = 18$. Dakle, 9522 je najveći četveroznamenasti broj s traženim svojstvom. 5 BODOVA
 UKUPNO 10 BODOVA

3. Stranica \overline{DM} duga je $68 : 2 = 34 \text{ mm}$. 2 BODA
 Površina pravokutnika iznosi $P_{ABCD} = |AB| \cdot |AD|$,
- $$P_{ABCD} = 68 \cdot 40 = 2720 \text{ mm}^2.$$
- 2 BODA
- Površina pravokutnog trokuta BCM iznosi
- $$P_{BCM} = \frac{34 \cdot 40}{2} = 680 \text{ mm}^2.$$
- 3 BODA

Površina lika $ABMD$ jednaka je razlici površina pravokutnika i pravokutnog trokuta BCM tj.

$$P_{ABMD} = 2720 - 680 = 2040 \text{ mm}^2.$$

3 BODA



..... UKUPNO 10 BODOVA

4. *Prvo rješenje.* Dok se veći kotač okrene 3 puta, manji se okrene 4 puta, što znači da manji kotač na svaka 4 okretaja napravi 1 okretaj više.

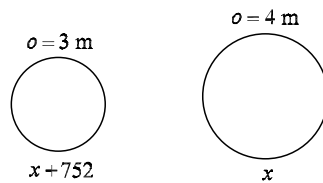
5 BODOVA

Prema tome, manji kotač napravi $752 \cdot 4 = 3008$ okretaja i prijeđe put od $3008 \cdot 3 \text{ m} = 9024 \text{ m}$.

5 BODOVA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugo rješenje.



2 BODA

$$\begin{aligned} 4 \cdot x &= 3 \cdot x + 3 \cdot 752 \\ x &= 2256 \end{aligned}$$

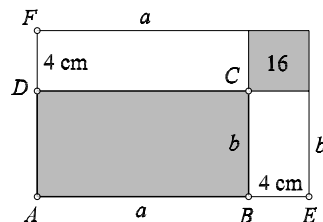
4 BODA

$$\text{put} = 2256 \cdot 4 = 9024 \text{ m.}$$

4 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5.



2 BODA

Za opseg pravokutnika $ABCD$ vrijedi:

$$\begin{aligned} o &= 2a + 2b \\ 2a + 2b &= 42 \\ a + b &= 21. \end{aligned}$$

3 BODA

Površina većeg pravokutnika veća je od površine pravokutnika $ABCD$ za:

$$\begin{aligned}4a + 4b + 16 &= 4(a + b) + 16 \\ &= 4 \cdot 21 + 16 \\ &= 100.\end{aligned}$$

5 BODOVA

..... **UKUPNO**

10 BODOVA

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Traženi razlomak x ima svojstvo

$$\frac{6}{7} < x < \frac{7}{8}.$$

Proširimo li razlomke na jednake nazivnike 56, ili bilo koji višekratnik od 56 imamo

$$\begin{aligned} 1^\circ \quad & \frac{48}{56} < x < \frac{49}{56} \\ & \frac{144}{168} < x < \frac{147}{168} \\ & x_1 = \frac{146}{168} = \frac{73}{84} \end{aligned}$$

5 BODOVA

$$\begin{aligned} 2^\circ \quad & \frac{48}{56} < x < \frac{49}{56} \\ & \frac{240}{280} < x < \frac{245}{280} \\ & x_2 = \frac{244}{280} = \frac{61}{70} \end{aligned}$$

5 BODOVA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena. Učenik može naći, naravno i neka druga rješenja.

2. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\overline{ab} = 3(a + b) + 10,$$

odakle imamo

2 BODA

$$\begin{aligned} 10a + b &= 3a + 3b + 10 \\ 7a &= 2b + 10 \\ 2b &= 7a - 10 \\ b &= \frac{7a - 10}{2} = \frac{7}{2}a - 5. \end{aligned}$$

3 BODA

Sada imamo sljedeće mogućnosti

$$\begin{aligned} a : & 2, 4, \cancel{6}, \cancel{8}, \dots \\ b : & 2, 9 \end{aligned}$$

3 BODA

Dakle, rješenja su brojevi 22 i 49.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Neka je majstoru pripao iznos od x kuna, tada je pomoćnik dobio $1500 - x$ kuna.

2 BODA

Nakon kupovine, majstoru je preostalo $\frac{3}{8}x$, a pomoćniku $\frac{2}{3}(1500 - x)$.

2 BODA

Vrijedi jednačina:

$$\frac{3}{8}x = \frac{2}{3}(1500 - x)$$

2 BODA

$$\frac{3}{8}x = 1000 - \frac{2}{3}x \quad | \cdot 24$$

$$9x = 24000 - 16x$$

$$25x = 24000$$

$$x = 960$$

3 BODA

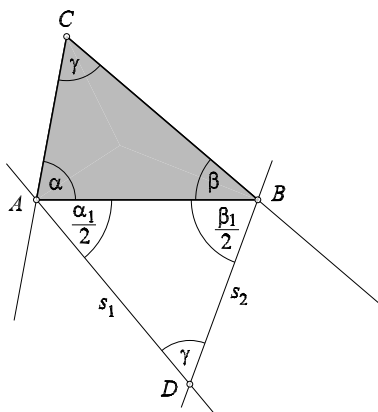
Majstor je dobio 960 kn, a pomoćnik 540 kn.

1 BOD

..... UKUPNO

10 BODOVA

4. *Skica.*



2 BODA

Uz oznake kao na slici, iz trokuta ABD dobivamo

$$\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\beta_1}{2} + \gamma = 180^\circ.$$

2 BODA

Dalje imamo redom:

$$\alpha_1 + \beta_1 + 2\gamma = 360^\circ$$

$$\beta + \gamma + \alpha + \gamma + 2\gamma = 360^\circ$$

$$180^\circ + 3\gamma = 360^\circ$$

$$3\gamma = 360^\circ$$

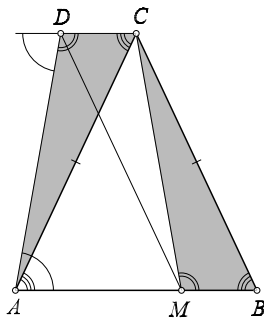
$$\gamma = 60^\circ$$

6 BODOVA

..... UKUPNO

10 BODOVA

5. *Skica.*



1 BOD

$\sphericalangle ABC = \sphericalangle BAC$ (kutovi uz osnovicu jednakokravnog trokuta)

$\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACD$ (kutovi uz presječnicu)

$|BC| = |AC|$ – krakovi jednakokravnog trokuta

$|MB| = |CD|$ – suprotne stranice paralelograma

Po S-K-S $\triangle ACD \cong \triangle BMC$

4 BODA

$\implies \sphericalangle CDA = \sphericalangle CMB$

1 BOD

$$\sphericalangle DAM = 180^\circ - \sphericalangle CDA$$

$$\sphericalangle AMC = 180^\circ - \sphericalangle BMC$$

2 BODA

$$\implies \sphericalangle DAM = \sphericalangle AMC$$

2 BODA

..... UKUPNO

10 BODOVA