

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – osnovna škola

9. ožujka 2007.

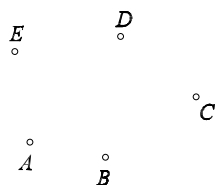
1. Izračunaj:

$$3256 - 256 \cdot 3 - (446 + 119 : 7) - (229 \cdot 0 + 21) \cdot 3 + 495 : 11.$$

2. Luka ima 7 godina i ide u 1. razred osnovne škole, a njegova sestra Katarina je 2 godine mlađa. Oni imaju neobičan hobi: Luka skuplja računalne igrice, a Katarina zapisuje viceve. Dogovorili su se da za svaku novu igricu ona treba zapisati 4 nova vica. Ako Katarina mjesečno zapiše 5 novih viceva, koliko će Luka imati računalnih igrica za godinu dana, a koliko kad završi osnovnu školu za 8 godina? Koliko će Katarina zapisati viceva do svoje 18. godine života?
3. Novčanicu od 10 kuna treba razmijeniti u kovanice od 1 kn, 2 kn i 5 kn. Koliko će biti kovanica koje vrijednosti? Nađi sva rješenja.
4. Umanjenik i umanjitelj jednako se čitaju i s desna i s lijeva. Umjesto zvjezdica odredi znamenke:

$$**** - *** = 2007.$$

5. U ravnini je zadano 5 točaka kao na slici.



Ima li više dužina kojima su zadane točke krajnje ili trokuta s vrhovima u zadanim točkama. Ispiši dužine i trokute.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

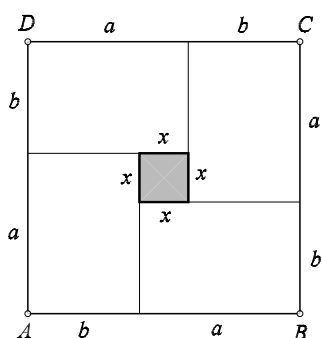
5. razred – osnovna škola

9. ožujka 2007.

1. Izračunaj:

$$456 \cdot 79 - 19 \cdot 456 + 1250 - 250 \cdot (36 + 164 : 4) - 22\,059 : 3.$$

- Zbroj dvaju prirodnih brojeva je 531, pri čemu je svaki od ta dva broja djeljiv s 59. Odredi sve parove prirodnih brojeva s tim svojstvom.
- Zadane su točke A , B , C i D od kojih nikoje tri ne pripadaju istom pravcu. Ispiši sve kutove kojima je vrh jedna od zadanih točaka, a krakovima pripadaju dvije od preostale tri točke.
- Ako je $\overline{aa} \cdot \overline{ababa} = \overline{aaaaaa}$, izračunaj $\overline{ab} \cdot \overline{ababa}$.
- Voćnjak u obliku kvadrata podijeljen je na 4 pravokutnika i 1 mali kvadrat kao na slici.



Svi pravokutnici imaju jednake odgovarajuće stranice, a površina svakog od tih pravokutnika je 506 m^2 . Ako su duljine susjednih stranica pravokutnika uzastopni prirodni brojevi, kolika je površina voćnjaka?

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

9. ožujka 2007.

1. Izračunaj:

$$\frac{0.8 : \left(\frac{4}{5} \cdot 1.25\right)}{0.64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1.08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1.2 \cdot 0.5) : \frac{4}{5}.$$

2. Na koliko se načina može iznos od 100 kuna isplatiti kovanicama od 2 kune i 5 kuna?
3. Koliko ima cijelih brojeva x , $-1000 < x < 1000$, koji su djeljivi s 3, a koliko ima cijelih brojeva y , $-444 < y < 444$, koji nisu djeljivi s 4? Kojih brojeva ima više?
4. U jednoj kutiji imamo zajedno 58 crvenih i bijelih kuglica. Ako iz kutije izvadimo šest puta više bijelih nego crvenih, onda u kutiji ostane pet puta više crvenih nego bijelih kuglica. Koliko je bilo crvenih, a koliko bijelih kuglica na početku?
5. Dva kvadrata različitih površina leže u istoj ravnini tako da se vrh većeg kvadrata nalazi u središtu manjeg kvadrata. Koliki dio manjeg kvadrata prekriva veći kvadrat? Obrazloži.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

7. razred – osnovna škola

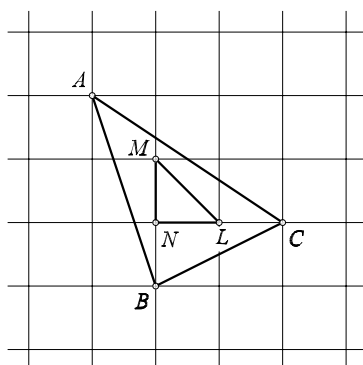
9. ožujka 2007.

1. Za prirodne brojeve a, b, c, d i racionalni broj x vrijede ove jednakosti

$$2a = 3b = 4c = 5d = x(a + b + c + d).$$

Koliki je broj x ?

2. U kvadratnoj mreži smještena su dva trokuta ABC i MNL kao na slici. Odredi omjer površina tih trokuta.



3. U jednoj trgovini je cijena skijaškog odijela u siječnju povećana za 20%, a onda u veljači snižena 20%. U isto vrijeme u drugoj trgovini je u siječnju prvo snižena 20%, a zatim u veljači povećana 20%. Sada je razlika u cijeni 120 kn. Kolika je bila razlika u cijeni prije prve promjene?
4. Odredi tri prosta broja tako da je njihov umnožak 5 puta veći od njihovog zbroja.
5. U pravokutniku $ABCD$, gdje je $|BC| = 2|AB|$, na stranici \overline{BC} dana je točka M tako da je $|\sphericalangle AMB| = |\sphericalangle AMD|$. Odredi veličinu kuta $\sphericalangle AMB$.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

8. razred – osnovna škola

9. ožujka 2007.

1. Riješi sustav jednadžbi:

$$\frac{0.8}{\frac{2}{5}}x - \frac{5^5}{25^2}y - \frac{54^2 - 52^2}{53} = 0,$$
$$\frac{x - 3y + 1}{2} - \frac{x - 2y}{3} - \frac{4.3 - 7y}{5} = 1 - \frac{4.3 - 7y}{5}.$$

2. Ako je $9x^2 + 4y^2 - 12xy - 16a^2 = 12$ i $3x - 2y + 4a = 4$, koliko je $3x - 2y$?
3. Biciklist je prešao 20 km uzbrdo i 60 km po ravnoj cesti za ukupno 6 sati. Kojom je brzinom biciklist vozio na svakom dijelu ceste ako je uzbrdo vozio 5 km na sat manjom brzinom, nego na ravnom dijelu ceste?
4. Odredi površinu jednakokračnog trokuta ako je duljina visine na osnovicu 10 cm, a duljina visine na krak 12 cm.
5. Dan je jednakokračan trokut ABC kojem je kut $\sphericalangle ACB = 108^\circ$. Simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ siječe krak \overline{BC} u točki E . Ako je točka D nožište visine iz vrha C na osnovicu \overline{AB} trokuta ABC , onda je $|AE| = 2|CD|$. Dokaži.

RJEŠENJA ZA 4. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$3256 - 256 \cdot 3 - (446 + 119 : 7) - (229 \cdot 0 + 21) \cdot 3 + 495 : 11 \\ = 3256 - 768 - (446 + 17) - 63 + 45$$

5 BODOVA

$$= 3256 - 768 - 463 - 63 + 45$$

$$= 2488 - 463 - 63 + 45$$

$$= 2025 - 63 + 45$$

$$= 1962 + 45 = 2007$$

5 BODOVA

..... UKUPNO

10 BODOVA

2.

Katarina:

| | | |
|----------|-----------------------|----------------------|
| 1 mjesec | 1 godina = 12 mjeseci | 18 - 5 = 13 godina |
| 5 viceva | 5 · 12 = 60 viceva | 13 · 60 = 780 viceva |

2 BODA

3 BODA

Luka:

| | |
|----------------------|---------------------|
| 1 godina = 60 viceva | 8 godina |
| 60 : 4 = 15 igrice | 15 · 8 = 120 igrice |

2 BODA

3 BODA

3.

$$10 \text{ kn} = 2 \cdot 5 \text{ kn} \\ = 1 \cdot 5 \text{ kn} + 5 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 1 \cdot 5 \text{ kn} + 2 \cdot 2 \text{ kn} + 1 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 1 \cdot 5 \text{ kn} + 1 \cdot 2 \text{ kn} + 3 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 5 \cdot 2 \text{ kn} \\ = 4 \cdot 2 \text{ kn} + 2 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 3 \cdot 2 \text{ kn} + 4 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 2 \cdot 2 \text{ kn} + 6 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 1 \cdot 2 \text{ kn} + 8 \cdot 1 \text{ kn} \\ = 10 \cdot 1 \text{ kn}$$

..... Svaki prikaz - 1 BOD

4. Zbog uvjeta zadatka vrijedi:

$$\overline{abba} - \overline{cdc} = 2007$$

$$\text{ili} \quad \begin{array}{r} abba \\ - cdc \\ \hline 2007 \end{array} \quad \text{ili} \quad \begin{array}{r} 2007 \\ + cdc \\ \hline abba \end{array}$$

2 BODA

Znamenka $a = 2$, znamenka $c = 5$.

$$\begin{array}{r} 2007 \\ + 5d5 \\ \hline 2bb2 \end{array}$$

odakle je $d + 1 = b$ i $b = 5$, pa je $d = 4$.

Dešifrirano:

$$2552 - 545 = 2007.$$

Dodatno bodovanje: za svaku od znamenaka a, b, c, d po **2 BODA**.

5. 10 dužina, 10 trokuta. Ima jednak broj dužina i trokuta.

2 BODA

Dužine su: $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{DE}$.

4 BODA

Trokuti su: $ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE$,

4 BODA

RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$456 \cdot 79 - 19 \cdot 456 + 1250 - 250 \cdot (36 + 164 : 4) - 22\,059 : 3$$

$$= 456 \cdot (79 - 19) + 1250 - 250 \cdot (36 + 41) - 7353$$

4 BODA

$$= 27\,360 + 1250 - 250 \cdot 77 - 7353$$

$$= 27\,360 + 1250 - 19\,250 - 7353$$

3 BODA

$$= 28\,610 - 19\,250 - 7353$$

$$= 9360 - 7353$$

$$= 2007$$

3 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka su a i b traženi brojevi.

Tada je $a + b = 531$ i $a = 59m$, $b = 59n$, $m, n \in \mathbf{N}$.

2 BODA

Zato je $a + b = 59n + 59m = 59(n + m)$, ili $59(m + n) = 531$, $m + n = 9$.

3 BODA

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| $m = 1$ | $m = 2$ | $m = 3$ | $m = 4$ |
| $n = 8$ | $n = 7$ | $n = 6$ | $n = 5$ |

3 BODA

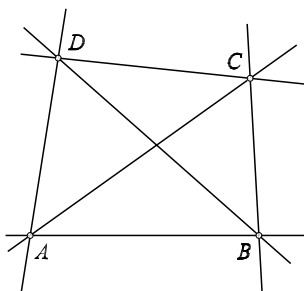
Traženi parovi brojeva su:

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a = 59$ | $a = 118$ | $a = 117$ | $a = 236$ |
| $b = 472$ | $b = 413$ | $b = 354$ | $b = 295$ |

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Na slici je 12 kutova.



Traženi kutovi su: $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle ABD$, $\sphericalangle ACD$, $\sphericalangle BCD$, $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle BAD$,
 $\sphericalangle CAD$, $\sphericalangle CBD$, $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle ADB$, $\sphericalangle ADC$, $\sphericalangle BDC$.

Bodovanje (prema pronađenim kutovima):

3 kuta – 1 BOD, 4 kuta – 2 BOD, 5 kutova – 3 BOD, ..., 12 kutova – 10 BODOVA.

4. Kako je $\overline{aa} = a \cdot 10 + a \cdot 1 = a \cdot 11$ i

2 BODA

$$\begin{aligned} \overline{aaaaaa} &= a \cdot 100\,000 + a \cdot 10\,000 + a \cdot 100 + a \cdot 10 + a \cdot 1 \\ &= a \cdot 111\,111 \end{aligned}$$

2 BODA

$$\begin{aligned} \text{Iz } \overline{aa} \cdot \overline{ababa} &= \overline{aaaaaa} \quad \text{slijedi} \\ a \cdot 11 \cdot \overline{ababa} &= a \cdot 111\,111 \\ 11 \cdot \overline{ababa} &= 111\,111 \\ 11 \cdot \overline{ababa} &= 11 \cdot 10\,101 \\ \overline{ababa} &= 10\,101 \end{aligned}$$

Dakle, $a = 1$, $b = 0$.

Na kraju, $\overline{ab} \cdot \overline{ababa} = 10 \cdot 10\,101 = 101\,010$.

3 BODA

1 BOD

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5.

$$\begin{array}{r|l} 506 & 2 \\ 253 & 11 \\ 23 & \end{array} \quad \underline{506 = 22 \cdot 23}$$

3 BODA

$$a = 23 \text{ m}$$

$$\underline{b = 22 \text{ m}}$$

2 BODA

$$\underline{a + b = 45}$$

2 BODA

$$P_{kv} = 45 \cdot 45$$

$$P_{kv} = 2025 \text{ m}^2$$

3 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$\begin{aligned} & \frac{0.8 : \left(\frac{4}{5} \cdot 1.25\right)}{0.64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1.08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1.2 \cdot 0.5) : \frac{4}{5} \\ &= \frac{0.8 : 1}{0.6} + \frac{1 : \frac{4}{7}}{3\frac{11}{36} \cdot 2\frac{2}{17}} + 0.6 : \frac{4}{5} \\ &= \frac{4}{3} + \frac{\frac{7}{4}}{\frac{7}{4}} + \frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \\ &= 2\frac{1}{3} \end{aligned}$$

4 BODA

4 BODA

2 BODA

2. Označimo s a i b brojeve kovanica od 2 kune i 5 kuna. Vrijednost a kovanica od dvije kune je $2a$ kuna, a vrijednost b kovanica od 5 kuna je $5b$ kuna. Za 100 kuna tada vrijedi jednakost

$$2a + 5b = 100.$$

2 BODA

U jednakosti su jedan pribrojnik i zbroj djeljivi s 5, pa mora i drugi pribrojnik $2a$, a to znači broj a , biti djeljiv s 5.

3 BODA

Za broj a povoljne su sljedeće mogućnosti 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.

2 BODA

Tada za b dobivamo 20, 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0.

2 BODA

Iznos od 100 kuna može se isplatiti kovanicama od 2 kune i 5 kuna na 11 različitih načina.

1 BOD

3. Kako je svaki treći pozitivan cijeli broj djeljiv s 3, pri čemu je broj 3 prvi takav, i $999 = 333 \cdot 3$, postoje 333 tražena pozitivna cijela broja.

Lako zaključujemo da postoje i 333 tražena negativna cijela broja. S obzirom da je i broj 0 djeljiv s 3, ukupan broj traženih cijelih brojeva djeljivih s 3 je $333 + 333 + 1 = 667$.

3 BODA

Da bismo odredili koliko ima traženih cijelih brojeva koji nisu djeljivi s 4, prvo prebrojimo koliko ima cijelih brojeva z , $-444 < z < 444$, koji jesu djeljivi s 4.

2 BODA

Kako je svaki četvrti pozitivan cijeli broj djeljiv s 4, pri čemu je broj 4 prvi takav, i $443 = 110 \cdot 4 + 3$, postoji 110 pozitivnih cijelih brojeva z djeljivih s 4.

Lako zaključujemo da postoji i 110 negativnih cijelih brojeva z djeljivih s 4.

S obzirom da je i broj 0 djeljiv s 4, ukupan broj cijelih brojeva z djeljivih s 4 je $110 + 110 + 1 = 221$.

3 BODA

Tada je ukupan broj traženih cijelih brojeva koji nisu djeljivi s 4 jednak $887 - 221 = 666$.

1 BOD

Dakle, cijelih brojeva x , $-1000 < x < 1000$, koji su djeljivi s 3 ima više.

1 BOD

4. Broj izvađenih kuglica mora biti djeljiv sa 7 ($6 + 1$).

Ako iz kutije izvadimo šest puta više bijelih nego crvenih, to znači da smo izvadili 7, 14, 21, 28, 35, 42 ili 49 kuglica.

3 BODA

Preostalo je 51, 44, 37, 30, 23, 16 ili 11 kuglica.

Broj preostalih kuglica mora biti djeljiv sa 6 ($5 + 1$).

3 BODA

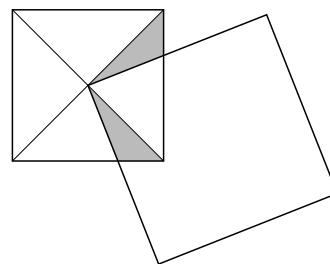
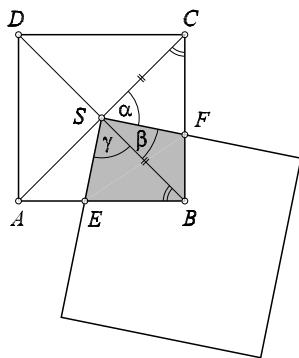
To znači da smo izvadili 28 kuglica i to 24 bijele i 4 crvene, a preostalo je 30 kuglica i to 25 crvenih i 5 bijelih kuglica.

3 BODA

Dakle, bilo je $24 + 5 = 29$ bijelih i $4 + 25 = 29$ crvenih kuglica.

1 BOD

5.



1 BOD

1)

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ & \text{dijagonale se sijeku pod pravim kutom} \\ \beta + \gamma = 90^\circ & \text{kut većeg kvadrata} \end{cases} \implies \alpha = \gamma$$

3 BODA

2) $|SC| = |SB|$ (dijagonale se raspolavljaju)

3) $|\sphericalangle SBA| = |\sphericalangle SCB| = 45^\circ$; $\alpha = \gamma \implies \triangle EBS \cong \triangle FCS$ po poučku

KSK $\implies P_{\triangle BCS} = P_{\triangle EBS}$

4 BODA

4) $\triangle BCS$ je četvrtina kvadrata $ABCD \implies EBFS$ je četvrtina manjeg kvadrata.

2 BODA

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Iz $2a = 3b \implies b = \frac{2}{3}a$. Iz $2a = 4c \implies c = \frac{1}{2}a$. Iz $2a = 5d \implies d = \frac{2}{5}a$. 6 BODOVA

$$\begin{aligned} \text{Iz } 2a &= x(a + b + c + d) \implies \\ 2a &= x \left(a + \frac{2}{3}a + \frac{1}{2}a + \frac{2}{5}a \right) \end{aligned}$$

2 BODA

$$\begin{aligned} 2a &= x \cdot \frac{77}{30}a \\ x &= 2a : \frac{77}{30}a \\ x &= \frac{2a \cdot 30}{77a} \\ x &= \frac{60}{77} \end{aligned}$$

2 BODA

2. Neka je x duljina stranice najmanjeg kvadrata iz kvadratne mreže. Tada vrijedi

$$P_{\triangle MNL} = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{1}{2}x \cdot x \quad \text{i}$$

2 BODA

$$\begin{aligned} P_{\triangle ABC} &= 3x \cdot 3x - \left(\frac{x \cdot 3x}{2} + \frac{x \cdot 2x}{2} + \frac{3x \cdot 2x}{2} \right) \\ &= 9x \cdot x - \frac{11}{2} \cdot x \cdot x \\ &= \frac{7}{2} \cdot x \cdot x \end{aligned}$$

6 BODOVA

Dakle, $P_{\triangle ABC} : P_{\triangle MNL} = \left(\frac{7}{2} \cdot x \cdot x \right) : \left(\frac{1}{2} \cdot x \cdot x \right) = 7 : 1$. 2 BODA

3. Cijena u prvoj trgovini x

$$x \xrightarrow{+20\%x} = 1.2x \implies 1.2x - 20\% \cdot 1.2x = 0.96x$$

3 BODA

Cijena u drugoj trgovini y

$$y \xrightarrow{-20\%y} = 0.8y \implies 0.8y + 20\% \cdot 0.8y = 0.96y$$

3 BODA

$$|0.96x - 0.96y| = 120$$

2 BODA

$$0.96|x - y| = 120$$

$$|x - y| = 120 : 0.96$$

$$|x - y| = 125$$

Razlika prije prve promjene je bila 125 kn.

2 BODA

4. Neka su a , b , c traženi prosti brojevi. Tada vrijedi jednakost

$$a \cdot b \cdot c = 5(a + b + c).$$

1 BOD

Kako je desna strana jednakosti djeljiva s 5, zaključujemo da je i lijeva strana djeljiva s 5.

Zbog uvjeta zadatka nužno slijedi da je jedan od tri broja djeljiv s 5. Neka je $c = 5$.

1 BOD

Tada je

$$a \cdot b \cdot 5 = 5(a + b + 5)$$

$$a \cdot b = a + b + 5$$

$$ab - a = b + 5$$

$$a(b - 1) = b + 5$$

$$a = \frac{b + 5}{b - 1}$$

2 BODA

ili dalje redom

$$a = \frac{b - 1 + 6}{b - 1} = \frac{b - 1}{b - 1} + \frac{6}{b - 1} = 1 + \frac{6}{b - 1}.$$

2 BODA

Broj a će biti prirodan broj samo ako je razlomak $\frac{6}{b-1}$ prirodan broj.

$$b - 1 = 1$$

$$b = 2$$

$$a = 7$$

$$b - 1 = 2$$

$$b = 3$$

a nema rješenja

$$b - 1 = 3$$

nema rješenja

$$b - 1 = 6$$

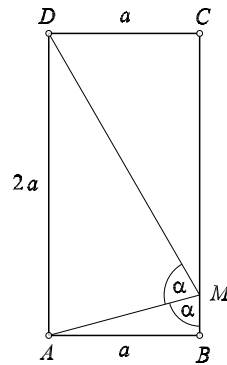
$$b = 7$$

$$a = 2$$

$$a = 2, \quad b = 7, \quad c = 5$$

4 BODA

5.



Neka je $\alpha = |\sphericalangle AMB| = |\sphericalangle AMD|$ i $a = |AB|$.

Tada je $|\sphericalangle DAM| = \alpha$ (kutovi uz presječnicu).

Kako je $|\sphericalangle DAM| = |\sphericalangle AMD|$, onda je $\triangle AMD$ jednakokrčan.

To znači da je $|DM| = |DA|$ odnosno $|DM| = 2a$.

S obzirom da je $\triangle MCD$ pravokutan i $|DM| = 2|DC|$, onda je $\triangle MCD$ polovina jednakostraničnog trokuta odnosno $|\sphericalangle CDM| = 60^\circ$, $|\sphericalangle DMC| = 30^\circ$.

Dakle, $2\alpha + 30^\circ = 180^\circ$ odnosno $\alpha = 75^\circ$.

1 BOD

2 BODA

2 BODA

1 BOD

3 BODA

1 BOD

RJEŠENJA ZA 8. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK OCIJENITI I BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$\frac{0.8}{0.4}x - \frac{5^4 \cdot 5}{5^4}y - \frac{2 \cdot 106}{53} = 0$$
$$\underline{3x - 9y + 3 - 2x + 4y = 6}$$

3 BODA

$$2x - 5y = 4$$
$$\underline{x - 5y = 3 / \cdot (-1)}$$

3 BODA

$$x = 1 \quad \mathbf{2 \text{ BODA}} \quad \begin{aligned} 5y &= x - 3 \\ y &= \frac{1 - 3}{5} \\ y &= -\frac{2}{5} \end{aligned} \quad \mathbf{2 \text{ BODA}}$$

2.

$$9x^2 + 4y^2 - 12xy - 16a^2 = 12$$
$$(3x - 2y)^2 - 16a^2 = 12$$

2 BODA

$$(3x - 2y - 4a)(3x - 2y + 4a) = 12$$

2 BODA

$$(3x - 2y - 4a) \cdot 4 = 12$$

2 BODA

$$3x - 2y - 4a = 3$$

$$\underline{3x - 2y + 4a = 4}$$

2 BODA

$$2(3x - 2y) = 7$$

$$\underline{3x - 2y = \frac{7}{2}}$$

2 BODA

3. Neka je x km na sat brzina bicikliste uzbrdo. Tada je $x + 5$ km na sat brzina bicikliste na ravnom dijelu ceste.

1 BOD

To znači da je biciklist vozio uzbrdo $\frac{20}{x}$ sati, a na ravnom dijelu ceste $\frac{60}{x+5}$ sati. Zato vrijedi jednačba

$$\frac{20}{x} + \frac{60}{x+5} = 6.$$

2 BODA

Ili dalje redom,

$$20(x+5) + 60x = 6x(x+5),$$

$$20x + 100 + 60x = 6x^2 + 30x,$$

$$6x^2 - 50x - 100 = 0$$

$$3x^2 - 25x - 50 = 0$$

2 BODA

$$3x^2 - 30x + 5x - 50 = 0,$$

$$3x(x-10) + 5(x-10) = 0$$

$$(x-10)(3x+5) = 0$$

2 BODA

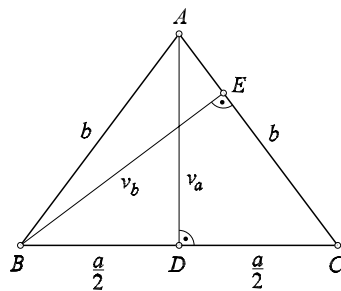
Pozitivno rješenje jednačbe je $x - 10 = 0$, tj. $x = 10$.

2 BODA

Prema tome, biciklist je uzbrdo vozio brzinom od 10 km na sat, a na ravnom dijelu ceste brzinom od 15 km na sat.

1 BOD

4.



1 BOD

$$P_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_a}{2}$$

$$5a = 6b$$

$$a = \frac{6}{5}b \quad \text{ili} \quad b = \frac{5}{6}a$$

3 BODA

Kako je $\triangle ADC$ pravokutan, prema Pitagorinu poučku slijedi

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 10^2$$

$$\left(\frac{5}{6}a\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 10^2$$

$$\frac{16}{36}a^2 = 100$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

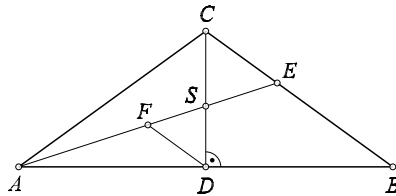
3 BODA

Zato je

$$P_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{15 \cdot 10}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

3 BODA

5. Neka je točka S presjek simetrale AE kuta $\sphericalangle BAC$ i visine \overline{CD} .



1 BOD

1) Očito je $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCD = 54^\circ$, iz čega slijedi da je $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CBA = 36^\circ$, pa je $\sphericalangle CAE = 18^\circ$. U trokutu CAE je $\sphericalangle AEC = 180^\circ - (108^\circ + 18^\circ)$, tj. $\sphericalangle AEC = 54^\circ$. To znači da je trokut SCE jednakokrčan, pa je $|SE| = |SC|$.

3 BODA

2) Neka je točka F središte dužine \overline{AE} . To znači da je \overline{FD} srednjica trokuta ABE , pa je $FD \parallel BE$. Zbog toga je $\sphericalangle SDF = \sphericalangle SCE = 54^\circ$ i $\sphericalangle SFD = \sphericalangle SEC = 54^\circ$, jer su to kutovi uz presječnicu CD odnosno EF . Zato je trokut SFD jednakokrčan, pa je $|SF| = |SD|$.

5 BODOVA

3) Kako je $|AE| = |AF| + |FE|$, a zbog $|AF| = |FE|$, vrijede redom ove jednakosti

$$|AE| = |FE| + |FE|,$$

$$|AE| = 2|FE|, \quad \text{a zbog } |FE| = |SF| + |SE| \implies$$

$$|AE| = 2(|SF| + |SE|),$$

$$|AE| = 2(|SD| + |SC|), \quad \text{a zbog } |SD| + |SC| = |CD| \implies$$

$$|AE| = 2|CD|$$

2 BODA