MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. veljače 2010.

4. razred-osnovna škola

Zadaci za 4 boda:

1. Izračunaj: $2010 + 2010 \cdot 2 + 2010 \cdot 3 + 2010 \cdot 4 + 2010 \cdot 5$.

2. U izrazu $196 - 28 : 4 + 10 \cdot 168 - 166$ stavi zagrade tako da vrijednost izraza bude 209.

3. Na polici su tri knjige. Prva ima 90, druga 110, a treća 150 stranica. Korice knjiga su jednake debljine i svaka od njih je debljine 2 mm. Koliko milimetara su debele knjige uzete zajedno ako se zna da je 10 stranica debljine 1 mm?

4. Koliko puta treba najvećem jednoznamenkastom broju dodati najveći dvoznamenkasti broj da bi se dobio najveći troznamenkasti broj?

5. U jednoj ulici ima točno 100 kuća. Prošle jeseni na svaku kuću postavljena je nova tablica s kućnim brojem. Koliko puta je pri tome napisana znamenka 7?

Zadaci za 10 bodova:

6. Na novogodišnjoj proslavi Ana, Beata, Cvijeta, Danijela i Ema razmjenjuju svoje darove. Na koliko načina to mogu učiniti ako darove razmjenjuju istodobno, tj. kada Ana daje dar Emi i Ema daje dar Ani?

7. Krešo je bojao ogradu na svome dvorištu od ponedjeljka do subote. Obojio je 246 letvica i to na način da svaki sljedeći dan oboji 4 letvice više nego dan prije. Koliko je letvica obojio u srijedu?

8. Nacrtaj dva usporedna pravca a i b. Na pravcu a odaberi točke A i B, a na pravcu b točke C, D i E. Napiši sve dužine kojima su krajnje točke u odabranim točkama.

Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

4. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $2010 + 2010 \cdot 2 + 2010 \cdot 3 + 2010 \cdot 4 + 2010 \cdot 5 =$
$$= 2010 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) =$$
$$= 2010 \cdot 15 =$$
$$= 30150$$

.... UKUPNO 4 BODA

2. 196 – 28 : 4 + 10 · (168 – 166) =
=196 – 7 + 10 · 2 =
=189 + 20 =
=209
.... UKUPNO 4 BODA

3. Svaka knjiga ima po 2 korice pa je ukupan broj korica 6, a njihova ukupna debljina 12 mm. Ukupan broj stranica je 90+110+150 odnosno 350. Zato je ukupna debljina svih stranica jednaka 350:10 odnosno 35 mm. Na kraju, debljina svi knjiga zajedno je 12+35 odnosno 47 mm.
.... UKUPNO 4 BODA

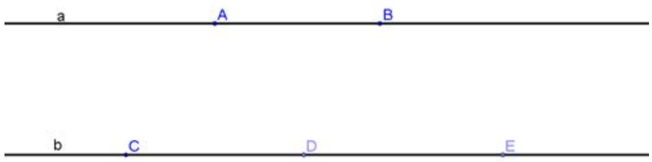
4. Najveći jednoznamenkasti broj je 9, a najveći dvoznamenkasti broj je 99 pa je $999 = 9 + 990 = 9 + 99 \cdot 10$.
Dakle, treba dodati 10 puta.
.... UKUPNO 4 BODA

5. Znamenka 7 se pojavljuje u brojevima 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 87 i 97. Dakle, znamenka 7 je napisana 20 puta.
.... UKUPNO 4 BODA

6. Ana ⇔ Beata, Ana ⇔ Cvijeta, Ana ⇔ Danijela, Ana ⇔ Ema
Beata ⇔ Cvijeta, Beata ⇔ Danijela, Beata ⇔ Ema
Cvijeta ⇔ Danijela, Cvijeta ⇔ Ema
Danijela ⇔ Ema
Poklone mogu razmijeniti na 10 načina. (za svaku razmjenu 1 bod)
.... UKUPNO 10 BODOVA

7. U utorak je obojio 4 letvice više nego u ponedjeljak, u srijedu 8 letvica više, u četvrtak 12 letvica više, u petak 16 letvica više i u subotu 20 letvica više nego u ponedjeljak. 3 BODA
Kako je 4+8+12+16+20=60, to znači da je obojio ukupno 60 letvica više nego da je svaki dan obojio kao u ponedjeljak. 2 BODA
S obzirom da je 246-60=186 i 186:6=31, onda je u ponedjeljak obojio 31 letvicu. 3 BODA
U srijedu je obojio 8 letvica više nego u ponedjeljak odnosno 39 letvica. 2 BODA
.... UKUPNO 10 BODOVA

8.



Dužine su: $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}, \overline{CE}$ i $\overline{DE}$. (za svaku dužinu 1 bod)

.... UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

5. razred-osnovna škola

Zadaci za 4 boda:

1. Koji od brojeva 18, 24 i 49 ima najviše djelitelja? Napiši te djelitelje.

2. Odredi još dva broja koji nastavljaju započeti niz brojeva 2, 7, 17, 37, …
 Postupak obrazloži.

3. Neki sat oglašava se s tik, tak, tok, bim, bam, a zatim ponavlja iste zvukove. Isti niz zvukova uzastopno se nastavlja i to s jednim zvukom u sekundi. Ako se sat oglasio tik jednu sekundu nakon podneva, koji će se zvuk čuti u 87. sekundi nakon podneva?

4. Broj 20 napiši kao zbroj različitih prostih brojeva. Napiši sve mogućnosti.

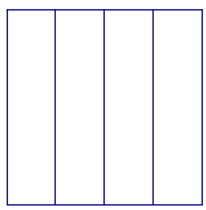
5. Zbroj triju brojeva, od kojih je svaki sljedeći tri puta veći od prethodnog, iznosi 481. Koji su to brojevi?

Zadaci za 10 bodova:

6. Odredi najmanji prirodni broj zapisan pomoću znamenaka 0 i 4 djeljiv s 15.

7. Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva napisanih pomoću znamenaka 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8 i 9 kojima je druga znamenka prost broj, treća znamenka složen broj, a prva i posljednja znamenka su im jednake?

8. Kvadrat je podijeljen na četiri jednaka pravokutnika kao na slici. Ako je opseg jednog od tako dobivenih pravokutnika 20 cm, odredi površinu kvadrata.



Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

5. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. 18 ima 6 djelitelja: 1, 2, 3, 6, 9 i 18. 1 BOD
   24 ima 8 djelitelja: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 i 24. 1 BOD
   49 ima 3 djelitelja: 1, 7 i 49. 1 BOD
   Najviše djelitelja ima broj 24. 1 BOD
   .... UKUPNO 4 BODA
2. Kako su razlike uzastopnih članova $7-2=5, 17-7=10 \; i \; 37-17=20$, te je $10:5=2 \; i \; 20:10=2$, onda sljedeća razlika treba biti $20\cdot 2=40$, a zatim $40\cdot 2=80$.
   2 BODA
   Zato u nizu slijedi broj $37+40=77$ odnosno $77+80=157.$
   Dva broja koji nastavljaju niz su 77 i 157. 2 BODA
   .... UKUPNO 4 BODA
3. U zadanom vremenskom razdoblju sat će se oglasiti 87 – 1 = 86 puta.
   Dijeljenjem 86:5, dobit ćemo 17 i ostatak 1. 2 BODA
   Sat je u tom vremenu napravio 17 ciklusa tik, tak, tok, bim, bam te proizveo još jedan zvuk.
   Sljedeći po redu nakon tik jest zvuk tak. 2 BODA
   .... UKUPNO 4 BODA
4. 20=3+17 1 BOD
   20=7+13 1 BOD
   20=2+5+13 1 BOD
   20=2+7+11 1 BOD
   .... UKUPNO 4 BODA
5. Ako je x najmanji od tih brojeva, srednji po veličini je $3x$, a najveći $3\cdot 3x=9x$. Uvjete zadatka opisuje jednadžba $x+3x+9x=481$. 2 BODA
   Tada je $13x=481$, odakle je $x=481:13=37$. Traženi brojevi su 37, 111 i 333. 2 BODA
   .... UKUPNO 4 BODA
6. Prirodni broj je djeljiv s 15 ako je djeljiv i s 3 i s 5. 1 BOD
   Da bi bio djeljiv s 5, zadnja znamenka mu mora biti 0. 2 BODA
   Da bi bio djeljiv s 3, zbroj znamenaka mu mora biti djeljiv s 3. 2 BODA
   Najmanji zbroj četvorki djeljiv s 3 je 4+4+4. 2 BODA
   Traženi broj je broj 4440. 3 BODA
   .... UKUPNO 10 BODOVA
7. Traženi su brojevi oblika $\overline{abcde}$, pri čemu znamenke zadovoljavaju uvjete:
   b je iz skupa $\{3, 5, 7\}$ pa je biramo na 3 načina, 2 BODA
   c je iz skupa $\{6, 8, 9\}$te je biramo na 3 načina, 2 BODA
   d je bilo koja od zadanih znamenaka pa je biramo na 8 načina, 2 BODA
   e je iz skupa $\{0, 6, 8\}$, no zbog $a=e$ mora biti $e\neq 0$ što znači da je biramo na 2 načina i a je određena znamenkom e. 2 BODA
   Ukupan broj brojeva koji zadovoljavaju uvjet je $1\cdot 3\cdot 3\cdot 8\cdot 2=144$. 2 BODA
   .... UKUPNO 10 BODOVA

8. Neka je x duljina kraće stranice pravokutnika izražena u centimetrima. Tada je duljina dulje stranice 4x. 2 BODA

Opseg tog pravokutnika je $2(x + 4x) = 20$ pa je

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

4 BODA

Stranica kvadrata dugačka je $4 \cdot 2 = 8$ cm pa je površina 64 cm^2. 4 BODA

……………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

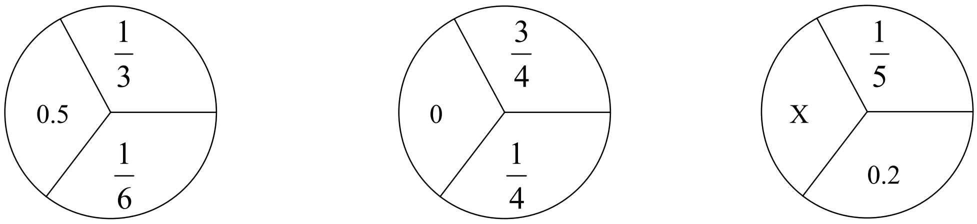
MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

6. razred-osnovna škola

Zadaci za 4 boda:

1. Odredi nepoznati broj ***x*** u trećem krugu :



2. U kutiji su crvene, zelene i plave kuglice. Trećina svih kuglica je crvene, a četvrtina plave boje. Deset preostalih kuglica su zelene boje. Koliko je kuglica u kutiji?

3. Koji broj treba dodati brojniku i nazivniku razlomka $\frac{4}{9}$, da bi se njegova vrijednost udvostručila?

4. U jednakokračnom trokutu kut među krakovima za 20° je veći od kuta uz osnovicu. Koliko iznose unutarnji kutovi tog trokuta?

5. Dostavljač je na tržnicu dovezao krumpir i prvi dan je prodano $\frac{3}{7}$ dovezenih krumpira, a ostalo je 210 kg više nego što je prodano. Koliko kilograma krumpira je dostavljač dovezao na tržnicu?

Zadaci za 10 bodova:

6. Za punjenje soka pripremljene su boce od $\frac{3}{4}\,l$ i od 0.8 l . Koliko je kojih boca napunjeno sa 60 l soka ako je ukupno napunjeno 78 boca?

7. U pravokutnom trokutu zadane su duljine kateta a = 3 m i b = 4 m. Koliko je duga hipotenuza tog pravokutnog trokuta ako je duljina visine na hipotenuzu $v_c = 2.4$ m?

8. Nad krakovima $\overline{BC}$ i $\overline{AC}$ jednakokračnog šiljastokutnog trokuta *ABC* konstruirani su prema van kvadrati *BCDE* i *ACFG*. Dokaži da je |*AD*| = |*BF*|.

Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

6. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Kako je $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+0.5=1$ i $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+0=1$, onda i $\frac{1}{5}+0.2+x=1$. 2 BODA

   Dalje je $\frac{2}{5}+x=1$ odnosno $x=\frac{3}{5}$. 2 BODA

   ………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

2. Neka je x ukupan broj kuglica u kutiji.

   Kako je $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=\frac{7}{12}x$, crvene i plave kuglice čine $\frac{7}{12}$ ukupnog broja kuglica. 1 BOD

   Preostale kuglice su zelene pa ih ima $x-\frac{7}{12}x=\frac{5}{12}x$. 1 BOD

   S obzirom da zelenih kuglica ima 10, vrijedi $\frac{5}{12}x=10$. 1 BOD

   Dakle, $x=10:\frac{5}{12}=24$. U kutiji su ukupno 24 kuglice. 1 BOD

   ………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

3. Neka je x traženi broj. Prema uvjetima zadatka možemo pisati

   $$\frac{4+x}{9+x}=2\cdot\frac{4}{9}=\frac{8}{9}$$ 1 BOD

   $$9(4+x)=8(9+x)$$

   $$36+9x=72+8x$$ 1 BOD

   $$9x-8x=72-36$$

   $$x=36$$ 1 BOD

   Traženi broj je 36. 1 BOD

   ………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

4. Neka je α veličina kuta uz osnovicu tog trokuta. Tada je $\alpha+20^\circ$ veličina kuta među krakovima tog trokuta. 1 BOD

   Zato vrijedi $\alpha+\alpha+\alpha+20^\circ=180^\circ$. 1 BOD

   Dalje je $3\alpha+20^\circ=180^\circ$ odnosno $3\alpha=160^\circ$ pa je $\alpha=53^\circ20'$. 1 BOD

   Kutovi trokuta su veličine $53^\circ20'$, $53^\circ20'$ i $73^\circ20'$. 1 BOD

   ………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

5. Neka je x količina dovezenog krumpira.

   Kako je $\frac{3}{7}x$ količina prodanog krumpira, onda je $x-\frac{3}{7}x=\frac{4}{7}x$ ostatak. 1 BOD

   Zato vrijedi $\frac{4}{7}x=\frac{3}{7}x+210$. 1 BOD

   Dalje je $\frac{4}{7}x-\frac{3}{7}x=210$ odnosno $\frac{1}{7}x=210$. 1 BOD

   Na kraju je $x=1470$. Dostavljač je na tržnicu dovezao 1470 kg krumpira. 1 BOD

   ………………………………………………………………………... UKUPNO 4 BODA

6. Neka je x broj boca od 0.8 *l*.

Tada je $78 - x$ broj boca od $\frac{3}{4}$ *l*. 2 BODA

Zato vrijedi $0.8 \cdot x + \frac{3}{4} \cdot (78 - x) = 60$. 2 BODA

Rješavanjem jednadžbe slijedi $x = 30$. 4 BODA

Napunjeno je 30 boca od 0.8 *l* i 48 boca od $\frac{3}{4}$ *l*. 2 BODA

…………………………………………………………...………. UKUPNO 10 BODOVA

7. Površinu pravokutnog trokuta računamo: $\frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$

3 BODA

$$\frac{c \cdot 2.4}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

2 BODA

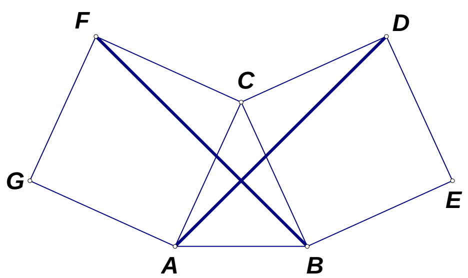
$$\frac{c \cdot 2.4}{2} = 6$$

2 BODA

c = 5 m 3 BODA

……………………………………………………………………..…. UKUPNO 10 BODOVA

8.



1 BOD

Prema uvjetima zadatka je $|AC| = |BC| = b$ (to su kraci jednakokračnog trokuta). 1 BOD

Nadalje je $|CD| = |CF| = b$ (stranica kvadrata). 1 BOD

Konačno, $|\angle ACD| = |\angle ACB| + |\angle BCD| = \gamma + 90°$ i

$|\angle BCF| = |\angle BCA| + |\angle ACF| = \gamma + 90°$, pa vrijedi $|\angle ACD| = |\angle BCF|$. 3 BODA

Prema poučku S-K-S o sukladnosti trokuta zaključujemo da je $\Delta ACD \cong \Delta BCF$. 2 BODA

Iz dokazane sukladnosti slijedi $|AD| = |BF|$. 2 BODA

……………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

7. razred-osnovna škola

Zadaci za 4 boda:

1. Točke $B(-5, 2)$ i $C(1, -4)$ su susjedni vrhovi kvadrata $ABCD$. Odredi koordinate ostalih vrhova toga kvadrata ako su njegove dijagonale usporedne s koordinatnim osima i ako je sjecište dijagonala u I. kvadrantu.

2. U kojem je mjerilu nacrtana karta, ako su dva grada na karti udaljena 0.4 dm što u prirodi odgovara udaljenosti od 180km?

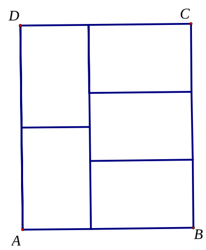
3. Prosjek godina skupine od 16 osoba jest 26. Hrvoje je napustio skupinu te prosjek godina skupine bez Hrvoja iznosi 25 godina. Koliko godina ima Hrvoje?

4. Za neki iznos novca domaćica može kupiti 20 kg krumpira. Koliko krumpira može kupiti za isti novac nakon što se cijena krumpira snizi 20%?

5. Jedna osoba može obaviti neki posao za 12 dana, a neka druga osoba za 6 dana. Za koliko bi dana posao obavili radeći zajedno?

Zadaci za 10 bodova:

6. Pet pravokutnika jednakih dimenzija složeno je kao na slici u veliki pravokutnik $ABCD$. Ako je površina pravokutnika $ABCD$ jednaka $750\ \text{cm}^2$, koliki je opseg pravokutnika $ABCD$?



7. Udaljenosti triju tvornica A, B i C od luke odnose se kao $2 : 5\frac{1}{3} : 3.2$. Udaljenost tvornice C od luke je 8 km manja nego udaljenost luke i tvornice B. Izračunaj udaljenost pojedine tvornice od te luke.

8. Autobus je prešao put od mjesta A do mjesta B za 6 sati i 45 minuta. Na povratku u mjesto A utrošeno je jednako vremena, ali se autobus kretao po putu 26% kraćem od onog pri dolasku u mjesto B, pri čemu se na putu do mjesta B koristio jedan odmor od 30 minuta, a na povratku jedan odmor od 35 minuta. Odredi omjer prosječne brzine autobusa na putu do mjesta B i prosječne brzine autobusa na povratku.

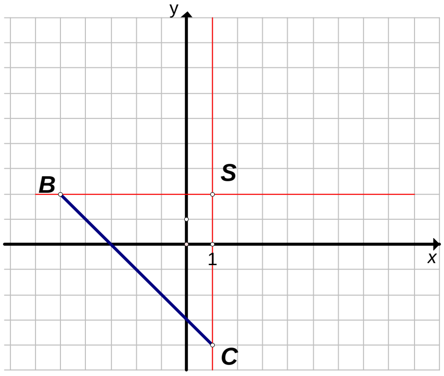
Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

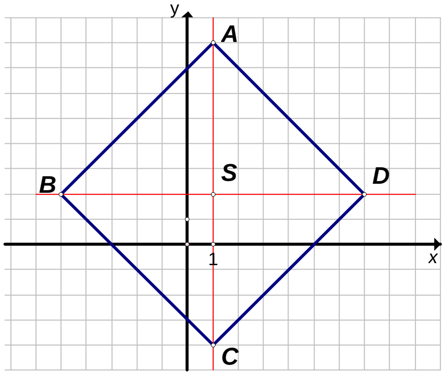
OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.





1 BOD

Sjecište dijagonala kvadrata je u točki $S(1, 2)$. Dijagonale kvadrata su okomite i jednakih duljina, a točka S je njihovo zajedničko polovište. 1 BOD

Tada je $A(1, 8)$ i $D(7, 2)$. 2 BODA

……………………………………………………………………….. UKUPNO 4 BODA

2. 1:x=4cm:180km=4cm:18000000cm 2 BODA

$x = \frac{18000000}{4} = 4500000$ 1 BOD

Traženo mjerilo je 1 : 4 500 000 1 BOD

……………………………………………………………………….. UKUPNO 4 BODA

3. Iz uvjeta zadatka moguće je sastaviti jednakost $x_1 + x_2 ... + x_{16} = 416$. 1 BOD

Nakon što Hrvoje napusti skupinu jednakost glasi $x_1 + x_2 ... + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 375$. 1 BOD

Oduzimanjem druge jednakosti od prve dobivamo da je x_{16}=416 – 375 1 BOD

Dakle, Hrvoje ima 41 godinu. 1 BOD

……………………………………………………………………….. UKUPNO 4 BODA

4. Neka je c početna cijena krumpira. To znači da domaćica raspolaže s $20 \cdot c$ kn. 1 BOD

Nakon sniženja će nova cijena biti $c - 20\%c = 0.8c$. 1 BOD

Ako je x količina krumpira kojeg može kupiti po novoj cijeni, onda vrijedi $x \cdot 0.8c = 20 \cdot c$.
1 BOD

Rješavanjem jednadžbe slijedi $x = 25$. Po novoj cijeni se može kupiti 25 kg. 1 BOD

……………………………………………………………………….. UKUPNO 4 BODA

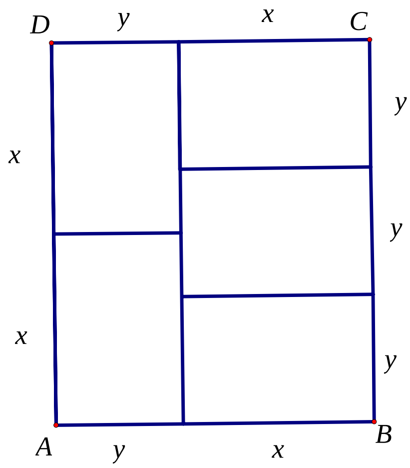
5. Prva osoba za jedan dan obavi $\frac{1}{12}$ posla, a druga osoba $\frac{1}{6}$ posla. 1 BOD

Oni skupa za jedan dan mogu obaviti $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ posla. 2 BODA

Dakle, za cijeli posao im treba 4 dana. 1 BOD

……………………………………………………………………….. UKUPNO 4 BODA

6.



Označimo dimenzije početnog pravokutnika s x i y.

Vrijedi: $|BC| = 3y, |AB| = |DC| = x + y, |AD| = 2x$ 1 BOD

Kako je $|BC| = |AD|$, onda je $3y = 2x$ odnosno $x = 1.5y$. 1 BOD

Neka je P površina početnog pravokutnika. Tada je $P = xy = 1.5y \cdot y$ 1 BOD

Dalje je $P_{ABCD} = 5 \cdot P = 7.5y \cdot y = 750$ odnosno $y \cdot y = 100$ pa je $y = 10$ cm. 3 BODA

Slijedi $x = 15$ cm. 1 BOD

$|AB| = x + y = 25$ cm 1 BOD

$|BC| = 3y = 30$ cm 1 BOD

Na kraju, $O_{ABCD} = 2|AB| + 2|BC| = 110$ cm 1 BOD

……………………………………………………………………...…… UKUPNO 10 BODOVA

7. Produljeni razmjer $a : b : c = 2 : 5\frac{1}{3} : 3.2$ možemo pisati u obliku $a : b : c = 30:80 :48$, odnosno $a : b : c = 15 : 40 : 24$. 2 BODA

Tada vrijedi $a = 15x$, $b = 40x$ i $c = 24x$, $x \in \mathbb{Q}$. 3 BODA

Prema uvjetu zadatka je $c = b - 8$ km, tj. $24x = 40x - 8$. 1 BOD

Iz posljednje jednadžbe nalazimo da je $x = 0.5$. 1 BOD

Udaljenosti tvornica A, B i C od luke su redom 7.5 km, 20 km i 12 km. 3 BODA

……………………………………………………………….. UKUPNO 10 BODOVA

8. Neka je s_1 odnosno s_2 duljina puta od mjesta A do mjesta B odnosno duljina puta u povratku. Neka je t_1 odnosno t_2 vrijeme provedeno u vožnji od mjesta A do mjesta B odnosno u povratku. Neka je v_1 odnosno v_2 prosječna brzina na putu do mjesta B odnosno u povratku.

1 BOD

Tada je $s_2 = s_1 - 0.26s_1 = 0.74s_1$, $t_1 = 6\frac{45}{60} - \frac{30}{60} = 6\frac{15}{60} = 6\frac{1}{4}$ i

$t_2 = 6\frac{45}{60} - \frac{35}{60} = 6\frac{10}{60} = 6\frac{1}{6}$. 3 BODA

Dalje je $v_1 = \frac{s_1}{t_1}$ i $v_2 = \frac{s_2}{t_2}$. 2 BODA

Zato vrijedi $v_1 : v_2 = \frac{s_1}{t_1} : \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_1}{t_1} \cdot \frac{t_2}{s_2} = \frac{s_1 \cdot 6\frac{1}{6}}{6\frac{1}{4} \cdot 0.74 s_1} = \frac{\frac{37}{6}}{\frac{25}{4} \cdot \frac{74}{100}} = \frac{37 \cdot 16}{6 \cdot 74} = \frac{4}{3}$. 3 BODA

Dakle, $v_1 : v_2 = 4:3$. 1 BOD

…………………………………………………………………... UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
AGENCIJA ZA ODGOJ I OBRAZOVANJE
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

8. razred-osnovna škola

Zadaci za 4 boda:

1. Odredi još dva broja koji nastavljaju započeti niz brojeva 3, 6, 24, 192, …
   Postupak obrazloži.

2. Koliko znamenaka u dekadskom zapisu ima broj $10\,000^{9999}$?

3. Duljine dijagonala romba iznose $\sqrt{2010}+\sqrt{2002}$ cm i $\sqrt{2010}-\sqrt{2002}$ cm. Izračunaj površinu tog romba.

4. Skrati razlomak: $\frac{4a^2-4ab}{a^3-ab^2}$.

5. Za koji realan broj *a* izraz $a^2-4a+2010$ ima najmanju vrijednost? Kolika je najmanja vrijednost?

Zadaci za 10 bodova:

6. Duljine kateta *a* i *b* pravokutnog trokuta *ABC* odnose se kao 8 : 15, a njegov opseg iznosi 100 cm.
   Izračunaj duljine svih stranica tog trokuta.

7. Kvadrat nekog cijelog broja za 49 je veći od razlike trostrukog kvadrata njegova prethodnika i dvostrukog kvadrata njegova sljedbenika. Koji je to broj? Koji je broj njegov sljedbenik?

8. Duljine visina jednakokračnog trokuta *ABC*, s osnovicom $\overline{AB}$, su 20 cm i 24 cm. Koliki je opseg trokuta *ABC* ako je duljina kraka manja od duljine osnovice?

Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

OPĆINSKO/ŠKOLSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
4. veljače 2010.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Količnici uzastopnih članova su 2,4,8. 1 BOD
   Kako je 4:2=2 i 8:4=2, onda sljedeći količnik treba biti $8 \cdot 2 = 16$, a zatim $16 \cdot 2 = 32$. 2 BODA
   Zato u nizu slijedi broj $192 \cdot 16 = 3072$ odnosno $3072 \cdot 32 = 98304$. 1 BOD
   ………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA
2. Potrebno je uočiti da je $10\,000^{9999} = (10^4)^{9999}$. 2 BODA
   Iz toga slijedi jednakost $(10^4)^{9999} = 10^{39996}$. 1 BOD
   Dakle, iza znamenke 1 biti će 39 996 nula, pa će broj imati 39 997 znamenaka. 1 BOD
   ………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA
3. Površina romba je jednaka polovini umnoška duljina njegovih dijagonala.
   $$p = \frac{\left(\sqrt{2010}+\sqrt{2002}\right)\cdot\left(\sqrt{2010}-\sqrt{2002}\right)}{2}$$ 1 BOD
   $$p = \frac{\left(\sqrt{2010}\right)^2-\left(\sqrt{2002}\right)^2}{2}$$ 1 BOD
   $$p = \frac{2010-2002}{2} = \frac{8}{2} = 4$$
   Površina romba iznosi 4 cm^2. 2 BODA
   ………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA
4. $$\frac{4a^2-4ab}{a^3-ab^2} = \frac{4a\cdot(a-b)}{a\cdot(a^2-b^2)} =$$ 2 BODA
   $$= \frac{4\cdot a\cdot(a-b)}{a\cdot(a-b)\cdot(a+b)} =$$ 1 BOD
   $$= \frac{4}{a+b}$$ 1 BOD
   ………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA
5. Vrijedi $a^2 - 4a + 2010 = a^2 - 2\cdot a\cdot 2 + 2^2 - 2^2 + 2010 = (a-2)^2 + 2006$. 2 BODA
   Za $a = 2$ najmanja vrijednost je 2006. 2 BODA
   ………………………………………………………………… UKUPNO 4 BODA
6. Iz $a : b = 8 : 15$ slijedi da je $a = 8x$ i $b = 15x$, $x \in \mathbb{Q}$. 2 BODA
   Primjenom Pitagorina poučka dobiva se $c^2 = (8x)^2 + (15x)^2$, tj. $c^2 = 289x^2$.
   Duljina hipotenuze je $c = 17x$. 3 BODA
   Opseg trokuta je 100 cm pa je $8x + 15x + 17x = 100$.
   Rješavanjem ove jednadžbe dobivamo $x = 2.5$. 2 BODA
   Duljine stranica trokuta su $a = 20$ cm, $b = 37.5$ cm i $c = 42.5$ cm. 3 BODA
   ………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

7. Broju n prethodnik je broj $n-1$,a sljedbenik $n+1$. 1 BOD

Iz uvjeta zadatka slijedi jednadžba:

$n^2-49=3(n-1)^2-2(n+1)^2$ 2 BODA

$n^2-49=3(n^2-2n+1)-2(n^2+2n+1)$ 2 BODA

$n^2-49=3n^2-6n+3-2n^2-4n-2$ 1 BOD

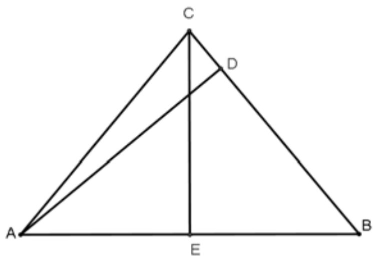
$10n=50$ 2 BODA

$n=5$ 1 BOD

Traženi broj je 5, a njegov sljedbenik 6. 1 BOD

…………………………………………………………...……… UKUPNO 10 BODOVA

8.



Neka su $\overline{AD}$ visina na krak $\overline{BC}$ i $\overline{CE}$ visina na osnovicu $\overline{AB}$. 1 BOD

Kako je $|BC|<|AB|$, onda je $|AD|>|CE|$. To znači da je $|AD|=24$ cm, a $|CE|=20$ cm. 1 BOD

Kako je $P=\frac{|AB|\cdot|CE|}{2}=\frac{|BC|\cdot|AD|}{2}$, onda vrijedi $20|AB|=24|BC|$

odnosno $|AB|=\frac{6}{5}|BC|$. 2 BODA

Primijenimo li Pitagorin poučak na ΔBCE, slijedi $20^2+\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2=|BC|^2$ odnosno nakon sređivanja $|BC|=25$ cm i $|AB|=30$ cm. 4 BODA

Na kraju, $O=|AB|+2\cdot|BC|=30+2\cdot25=80$ cm. 2 BODA

…………………………………………………………...……… UKUPNO 10 BODOVA